

飛翔体の誘導制御に関する研究

The research about the induction control by the flight body

○嶋田恒介*,大久保重範*,及川一美*,高橋達也*

Kousuke Shimada*,Shigenori Okubo*,Kazumi Oikawa*,Tatuya Takahasi*

*山形大学

*Yamagata University

キーワード： 最適制御 (optimal control), 目標追尾 (The target pursuit)

連絡先： 〒992-8510 山形県米沢市城南4-3-16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室
嶋田恒介, Tel.: (0238)26-3245, Fax.: (0238)26-3245, E-mail: tr328@dipfr.dip.yz.yamagata-u.ac.jp

1. はじめに

飛翔体に含まれるものとして、ロケット、人工衛星、航空機など多々あるが、今回は航空機の誘導制御について取り扱った。

航空機を目的の位置へ誘導させるためには第一に経路を設定し、次にその経路に沿って飛行するように姿勢を制御する必要がある。また、現在の機体状態を把握するための航法も勿論必要となる。ここでは誘導に航法を含んでいるものと考えている。

航空機の姿勢制御には最適制御を用い、設定した経路上を飛行する目標を追尾するようにして目的の飛行経路を実現させる。

2. 目標追尾

航空機を目的の飛行経路に追従させるために、飛行経路上を航空機と同等の速度で移動する目標物を用意し、この目標を追尾することで目的の飛行経路を実現することを目指す。ここで目標は質点でできており重力、空気力などの力は全く受けない

ものとする。

航空機の姿勢制御には最適制御を用いる。従って、運動方程式の線形化を行う必要がある。一般に線形化された航空機の運動方程式は縦の運動と横・方向の運動に分けることができる。そこで、目標を追尾するためには目標との位置偏差の微分系を縦および横・方向について求める必要がある。

まず、縦の位置偏差の微分は次式で表すことができる。

$$\dot{X}_d = D_X - V_c \cos \gamma$$

$$\dot{Z}_d = D_Z - V_c \sin \gamma$$

これらの式について線形化を行えば

$$\dot{x}_d = -u + d_x$$

$$\dot{z}_d = w - U_0 \theta + d_z$$

と表すことができる。ここで V_c は航空機の重心速度、 γ は航空機の上昇角である。詳細は Fig.1 を参照。

横・方向の目標追尾には、Y 軸方向の位置偏差

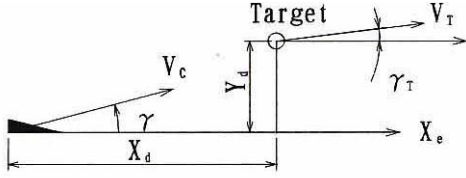


Fig. 1 縦の位置偏差

の他に機体X軸から目標への方位角偏差を用いて、運動方程式を次式で表すことができる。

$$\dot{\Psi}_d = D_\Psi - R \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{Y}_d = D_Y - \{ & U \cos \Theta \sin \Psi_d \\ & + V (\sin \Phi \sin \Theta \sin \Psi_d + \cos \Phi \cos \Psi_d) \\ & + W (\cos \Phi \sin \Theta \sin \Psi_d - \sin \Phi \cos \Psi_d) \} \end{aligned} \quad (6)$$

同じように線形化を行えば

$$\dot{\psi}_d = -r + d_\psi \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_d = & -v + W_0 \phi \\ & - (U_0 \cos \theta_0 + W_0 \sin \theta_0) \psi_d + d_y \end{aligned} \quad (8)$$

ここで D_X, D_Y, D_X, D_Ψ は目標の移動等に伴う関数であり線形状態方程式中に現れることはなく、また後に述べる理由によりとくにその詳細を求める必要はない。

詳細はFig.2を参照。

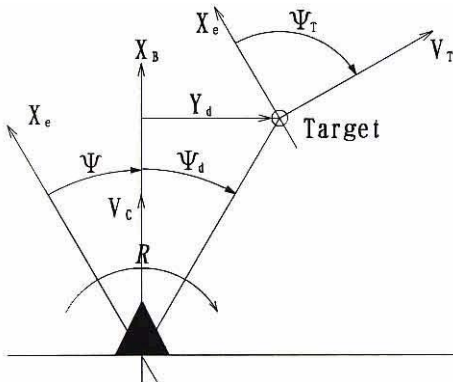


Fig. 2 方位角および横の位置偏差

以上より、縦および横・方向の線形状態方程式は水平定常状態付近において次のように表すことができる。

(1) 縦の (longitudinal) 状態方程式

$$\dot{\mathbf{x}}_l = A_l \mathbf{x}_l + B_l \mathbf{u}_l \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_l = (u, w, q, \theta, \delta_t, \delta_e, x_d, z_d)^T \quad (10)$$

$$\mathbf{u}_l = (\delta_{tc}, \delta_{ec})^T \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g & X_{\delta_t} & 0 & 0 & 0 \\ Z_u & Z_w & U_0 & 0 & 0 & Z_{\delta_e} & 0 & 0 \\ M_u & M_w & M_q & 0 & 0 & M_{\delta_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_t & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -U_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) 横・方向の (lateral-directional) 状態方程式

$$\dot{\mathbf{x}}_{ld} = A_{ld} \mathbf{x}_{ld} + B_{ld} \mathbf{u}_{ld} \quad (14)$$

$$\mathbf{x}_{ld} = (v, p, r, \phi, \psi_d, \delta_a, \delta_r, y_d)^T \quad (15)$$

$$\mathbf{u}_{ld} = (\delta_{ac}, \delta_{rc})^T \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} Y_v & Y_p & Y_r & -g & 0 & 0 & Y_{\delta_r} & 0 \\ L_v & L_p & L_r & 0 & 0 & L_{\delta_a} & L_{\delta_r} & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 & 0 & N_{\delta_a} & N_{\delta_r} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_r & 0 \\ -1 & 0 & 0 & W_0 & -U_0 \cos \theta_0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & -W_0 \sin \theta_0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \lambda_a & 0 \\ 0 & \lambda_r \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

ここまでで、 U, V, W は機体X,Y,Z軸方向の速度、 P, Q, R は機体X,Y,Z軸まわりの角速度、 Φ, θ, Ψ はロール角、ピッチ角、方位角、 $\delta_t, \delta_a, \delta_e, \delta_r$ はスロットル、補助翼、昇降舵、方向舵の操舵角、 $\delta_{tc}, \delta_{ac}, \delta_{ec}, \delta_{rc}$ は操舵角コマンド、 $\lambda_t, \lambda_a, \lambda_e, \lambda_r$ は操舵角を一次遅れ系にするための係数を示す。

小文字は微小擾乱を表し、添え字dは偏差を表している。

システム行列中に現われる X_u, Z_u 等は安定微係数で、航空機の特性を示す係数である。

3. 最適制御

機体の制御には最適制御を用いる。

状態方程式は水平定常状態付近では2つに分けることができるが、定常旋回などを考えるならば分けることはできない。そのことを考え、状態方程式を1つにまとめるが、実際には水平定常状態付近での線形化を行ったので2つに分けた場合と相違ない。ただ計算の手間が省けるからである。

評価関数を

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}\mathbf{x}^T + \mathbf{u}\rho\mathbf{u}^T) dt \quad (19)$$

$$\mathbf{x} = (u, v, w, p, q, r, \phi, \theta, \psi_d, \quad (20)$$

$$\delta_t, \delta_a, \delta_e, \delta_r, x_d, y_d, z_d)^T \quad (21)$$

$$\mathbf{u} = (\delta_{tc}, \delta_{ac}, \delta_{ec}, \delta_{rc})^T \quad (22)$$

としたとき、最適制御則は

$$\mathbf{u} = -F\mathbf{x} = -\rho^{-1}B^TP\mathbf{x} \quad (23)$$

で表すことができる。ただし P は行列のリッカティ方程式の定常解で

$$I - PB\rho^{-1}BP + PA + A^TP = 0 \quad (24)$$

を満たす P のうち正定値のものである。

ここで ρ は重みで、制御の強さを決定する。

P は Mathematica を使用し対角化法で求めた。

4. 非線形運動方程式

求まった最適制御則は、線形状態方程式には用いず、航空機の非線形運動方程式中で使用する。航空機の非線形運動方程式は

$$m(\dot{U} + QW - RV) = -mg \sin \Theta + X_a \quad (25)$$

$$m(\dot{V} + RU - PW) = mg \cos \Theta \sin \Phi + Y_a \quad (26)$$

$$m(\dot{W} + PV - QU) = mg \cos \Theta \cos \Phi + Z_a \quad (27)$$

$$I_{xx}\dot{P} - I_{xz}R + (I_{zz} - I_{yy})QR - I_{xz}PQ = L \quad (28)$$

$$I_{yy}\dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz})RP + I_{xz}(P^2 - R^2) = M \quad (29)$$

$$-I_{xz}\dot{P} + I_{zz}\dot{R} + (I_{yy} - I_{xx})PQ + I_{xz}QR = N \quad (30)$$

$$\dot{\Phi} = P + Q \sin \Phi \tan \Theta + R \cos \Phi \tan \Theta \quad (31)$$

$$\dot{\Theta} = Q \cos \Phi - R \sin \Phi \quad (32)$$

$$\dot{\Psi} = Q \sin \Phi \sec \Theta + R \cos \Phi \sec \Theta \quad (33)$$

$$\dot{\delta}_t = -\lambda_t \delta_t + \lambda_{tc} \delta_{tc} \quad (34)$$

$$\dot{\delta}_a = -\lambda_a \delta_a + \lambda_{ac} \delta_{ac} \quad (35)$$

$$\dot{\delta}_e = -\lambda_e \delta_e + \lambda_{ec} \delta_{ec} \quad (36)$$

$$\dot{\delta}_r = -\lambda_r \delta_r + \lambda_{rc} \delta_{rc} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} X_e &= U \cos \theta \cos \Psi \\ &+ V(\sin \Phi \sin \Theta \cos \Psi - \cos \Phi \sin \Psi) \\ &+ W(\cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} Y_e &= U \cos \theta \sin \Psi \\ &+ V(\sin \Phi \sin \Theta \sin \Psi + \cos \Phi \cos \Psi) \\ &+ W(\cos \Phi \sin \Theta \sin \Psi - \sin \Phi \cos \Psi) \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} Z_e &= -U \sin \Theta + V \sin \Phi \cos \Theta \\ &+ W \cos \Phi \cos \Theta \end{aligned} \quad (40)$$

で表され、目標の運動方程式は

$$\dot{V}_T = \alpha_T$$

$$\dot{\Theta}_T = Q_T$$

$$\dot{\Psi}_T = R_T$$

$$X_T = V_T \cos \Theta_T \cos \Psi_T$$

$$\dot{Y}_T = V_T \cos \Theta_T \sin \Psi_T$$

$$\dot{Z}_T = -V_T \sin \Theta_T$$

で表すことができる。

目標との位置偏差および方位角偏差は式(25)～(46)の結果より得られるので、とくに微分方程式を用いる必要はなく、次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} X_d - R_e & & X_T - X_e \\ X_d &= E(\Psi, \Theta, \Psi) & Y_T - Y_e \\ -Z_d & & Z_T - Z_e \end{aligned} \quad (47)$$

ここで、 $E(\Phi, \Theta, \Psi)$ は機体軸を Z 軸まわりに Ψ , Y 軸まわりに Θ , X 軸まわりに Φ の順で回転したときの座標変換行列である。

式(47)より方位角度偏差は

$$\Psi_d = \tan^{-1} \frac{Y_d}{X_d} \quad (48)$$

とできる。

また式(48)から目標を機体重心に一致させることは避けなければならないことがわかる。従って式(47)において目標の後方 R_e に航空機を位置させるようにした。また、高さの偏差はZ軸を上にとったことに注意されたい。

5. 機体特性値

制御結果のイメージを助けるために、以下に使用した制御対象の主要な機体諸元を示す。

Table.1 機体諸元

翼面積	24.3m ²
スパン	14.4m
全備質量	4229Kg
空力平均翼弦	1.24m
重心位置	0.45mac
水平尾翼容積	0.536
飛行効率	0.85

機体の3面図はFig.3のようになる。

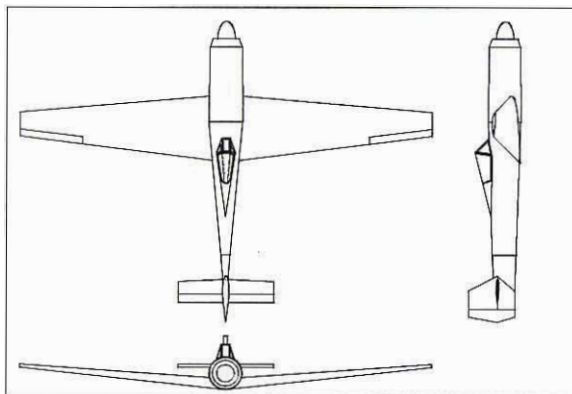


Fig. 3 機体3面図

6. 制御結果とその考察

以下に制御結果を示し、その考察を行う。

なるべく激しい運動をさせたいため最適制御則を求める際に重み ρ を

$$\rho = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

とした。

以下にこの場合の制御結果を示す。

6.1 水平旋回へ移行するときの機体の状態

水平状態から前方50mにある目標が水平面内を0.2[rad/sec]および0.1[rad/sec]の旋回率で旋回したときの機体のバンク角および荷重倍数を示す

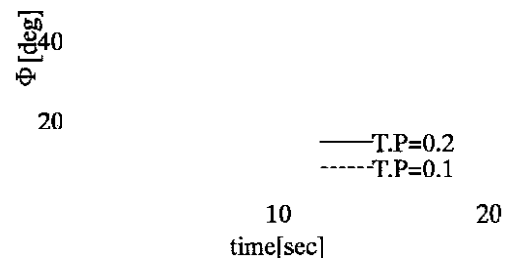


Fig. 4 バンク角

Fig.4より、明らかに非線形の運動にも線形制御則が適用していることがわかる。

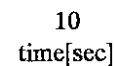


Fig. 5 荷重倍数

Fig.5より、荷重倍数は最終的には安定しているが、目標の旋回率が0.2[rad/sec]の場合は水平状態から機体を70°傾け急激に引き起こしているため、最大で7[G]の旋回を行っていることがわかる。

Fig.6は0.2[rad/sec]で旋回するときの補助翼、昇降舵、方向舵の操舵量を示したものである。水平状

10
time[sec]

Fig. 6 操舵量

態から急に目標がY軸方向へずれたため、方向舵の入力が急激に大きくなっていることが確認できる。

6.2 連続旋回による単純な飛行軌跡

目標の飛行軌跡がクローバーリーフになるように設定し、それに機体を追従させた結果を示す。円弧部分の目標の旋回率は $0.15[\text{rad}/\text{sec}]$ である。

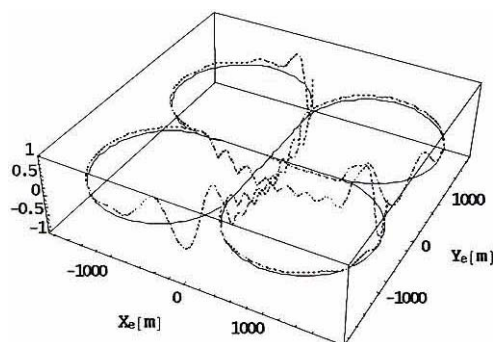


Fig. 7 飛行軌跡

Fig.7よりほぼ期待通りに追従をしていることがわかる。ただし、旋回中は制御性が良いのに対し、旋回から水平飛行に移ったとたんに振動が起きていることがわかる。この原因として考えられることは、Y軸方向の誤差がたとえ少しでもあれば過剰なロールを行い誤差をなくそうとしている制御の結果であると考えられる。

7. おわりに

航空機を目標の運動に追尾させることにより条件付ではあるが希望通りの経路を飛行させることができた。また最適制御を用いた結果、線形制御でも非線形運動方程式に通用することができた。

しかし目標を追い越した場合、速度を抑えるために推力を絞りその結果失速を招くことがわかっている。この場合は明らかに制御不能に落ちてしまう。また、旋回状態から水平状態への移行後の飛行および水平状態から低旋回率での飛行を行う場合、ロール振動が激しく目標を追尾しているのだが機体にとっては好ましくない現象が起きることも分かっている。

今後それらの悪影響の排除を第一の解決課題とし、 $9[G]$ オーバーの旋回中でも常に目標との位置偏差をゼロにするような誘導制御について研究を進める。

参考文献

- 1) 加藤寛一郎:最適制御入門, 東京大学出版会(1987)
- 2) 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢賢治: 航空機力学入門, 東京大学出版会(1982)
- 3) 畑剛, 泉達司, 川口順一郎: 航空・宇宙における制御(1999)
- 4) 前田弘, 飛行力学, 養賢堂(1981)
- 5) 湯沢豊(編): 世界の傑作機 78 フォッケウルフ Fw190, 文林堂(1999)
- 6) 嶋田恒介: 軽飛行機のパジィ制御(2001)