

## 海洋トモグラフィーの計算機シミュレーション構成

### Computer Simulation of Ocean Acoustic Tomography

○杜 海清, 土屋 林太郎, 栗田 宏明, 田山 典男  
Haiqing Du, Rintaro Tsuchiya, Hiroaiki Kurita, Norio Tayama  
岩手大学  
Iwate University

キーワード: 画像再構成 (Image Reconstruction), 海洋音響トモグラフィー (Ocean Acoustic Tomography), 標本化モデル (Sampling Model), ウェーブレット (Wavelet)

連絡先: 〒020-8551 岩手県盛岡市上田 3-3-5 岩手大学工学部電気電子工学科 田山研究室  
田山 典男 TEL/FAX: (019)621-6382, E-mail: tayama@pipe.elc.iwate-u.ac.jp

#### 1. まえがき

今までの海洋観測は、衛星観測、航空観測や海洋ブイ等による観測が主であった。最近、エルニーニョ現象等を解析するために、海中を含む広域海洋 3 次元空間の観測手法が求められている。高度なところからの測定では、海洋 3 次元空間の全体を測定するには不適切であり、海洋内部の測定が必要とである。海洋音響グラフィティの利点は、海洋 3 次元空間の内部に接していることである。

Munk and Wunsch<sup>1)</sup> (1979)が提案した音響トモグラフィーは、X 線 CT の原理を海洋に応用して、さまざまな音線経路を伝搬する音波の伝搬時間から、海洋中の水温分布や流速分布を同時刻に広域立体観測することを可能にする新しい海洋観測手法である。海洋音響トモグラフィーは、1000km×1000km×5000m の広大な海洋空間を立体的に観測する画期的な海洋観測システムとして注目されている。海洋音響トモグラフィーでは、解析するための情報が不十分なので、空間解析に欠如が起こる。そこで、少数のデータでも、より良い画像を再構成できる方法が望まれている。従来手法では、少数のデータからより良い大型画像を得ることは難しかった。

海洋音響トモグラフィーには、2つの問題がある。音速分布と海底地形が既知であるとし、音源から放射された音波が受波器までの経路を調べる順問題と、受波器において観測された音波伝搬特性を基に、送・受波器の位置を既知として音速分布を求める逆問題である<sup>2)</sup>。本文では、後者の CT 逆問題を扱っている<sup>6)7)8)</sup>。

本文では、極少数方向の限られた少数のデータから、ウェーブレット標本化モデルと可変標本化と特異値分解を導入して、高速に大型画像を再構成するアルゴリズムを検討している。

#### 2. 海洋 3 次元温度分布の計測問題

海洋を音波伝搬する速度とその海洋中の水温とは、線形の関係にある。従って、海洋中の音速分布が得られるならば、水温分布を求めることができる。海洋中の音速分布の空間において、音波の伝搬する直線経路を想定して、伝搬時間を計測するならば、一つの線形方程式が得られる。これは、X 線 CT における透過ビームに対応しているので、同様に CT 問題として取り扱うことができる。海洋音響トモグラフィーでは、送波器から発射された音波が受波器に届くまでに要する時間を正確に測る技術も重要である。音波計測の精度や機器の向上に、これまで様々な研究がなされてきた。

しかしながら、空間解析のために必要なデータ数の不足は否めない。また、伝搬時間の測定においても誤差を生じる。これらの測定誤差は、係留の動きによる誤差、クロックドリフト誤差、海洋音響ノイズ、音速図の構成による誤差等に起因している。

従って、本文では、少数のデータから、誤差二乗和が最小になる水温分布の画像を再構成する最小二乗問題として扱う。広域な 3 次元海洋中で音波を送信・受信するセンサーは大変高価なので、少数のセンサーによる少数データ

から、広域3次元空間の水温分布を計算により画像として再構成する方法が求められている。そこで本文では、標本化と特異値分解を導入しており、より大型の画像を再構成する工夫として、可変標本化とブロック再構成の概念を導入している。

また海洋中では、深さにより音波の伝搬する性質が大変異なっているため、深さが同じである海洋2次元平面においてCT問題を検討している。3次元水温分布は、この2次元水温分布を深さ方向に積み重ねたものとして、求めることができる。

### 3. 海洋モデルと音波伝搬による再構成

#### 3.1 海洋空間の標本化モデル

海中に流れがある場合には、音速分布に方向性が生ずる。測定した伝搬時間から音速と海流速度を分離する必要がある。海中における音波伝搬にともなう伝搬時間 $T$ は、音線近似として次式で与えられる<sup>2)</sup>。

$$T_i = \int_{\Gamma_i} \frac{ds}{c(x,t)} + u(x,t) \cdot \tau \quad (1)$$

$\Gamma_i$  : 音線経路

$c(x,t)$  : 音速分布

$u(x,t)$  : 流速分布

$\tau$  : 音線に接する単位ベクトル

$s$  : 音線の弧の長さ

従って、2点の間で音波伝搬の方向を反転させて2つの伝搬時間 $t_u, t_d$ を測定し、両者の平均値 $(t_u + t_d)/2$ を採ると海流速度の成分を除いた水温音速の成分による伝搬時間が得られる。

音波の典型的な波長は、50kmである。これは、送波器から発射された音波が50kmで収束することを示す。このことを“収束帯”と呼んでいる。このことを踏まえて、本文では図1のような送波器と受波器を兼ねたセンサーを4辺に50km間隔で配置したモデルを想定する。50kmの正方領域をブロックと呼ぶ。そして後ほど4.1において、標本点の間隔を5kmに設定する。

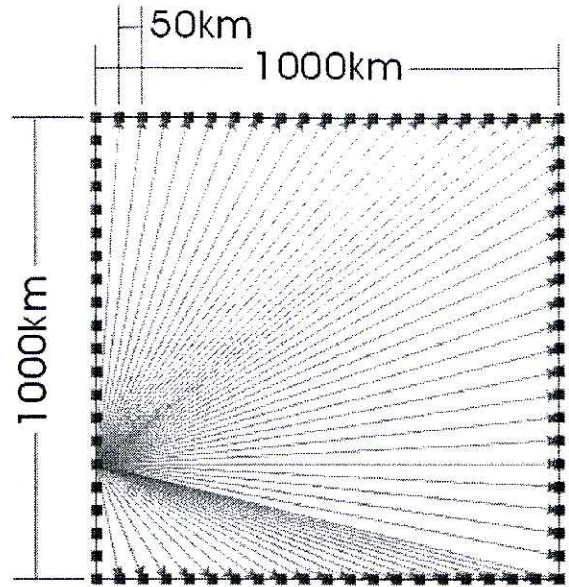


図1 センサー配置における音線イメージ

観測領域	センサーの配置間隔	標本点の間隔
1000km 四方	50km	5km

表1 シミュレーションモデルの領域と間隔

#### 3.2 ウェーブレット標本化モデルの導入

Meyer ウェーブレット<sup>3)</sup>では、スケール関数のフーリエ変換 $\hat{\phi}(\omega)$ が、次の性質を持つと定義されている。

(i)  $\hat{\phi}(\omega)$  は無限回微分が可能である。

(ii)

$$\hat{\phi}(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 2\pi/3 \\ \cos \left[ \frac{\pi}{2} \cdot v \left( \frac{3}{2\pi} |\omega| - 1 \right) \right], & 2\pi/3 \leq |\omega| \leq 4\pi/3 \\ 0, & |\omega| \geq 4\pi/3 \end{cases} \quad (2)$$

ただし、 $v$  は次式を満たす平滑関数である。

$$v(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases} \quad v(x) + v(1-x) = 1$$

またウェーブレットのフーリエ変換 $\hat{\psi}(\omega)$ は、式(2)で表現される。

$$\hat{\psi}(\omega) = \begin{cases} e^{i\omega/2} \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{2} v \left( \frac{3}{2\pi} |\omega| - 1 \right) \right], & \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{4\pi}{3} \\ e^{i\omega/2} \cdot \cos \left[ \frac{\pi}{2} v \left( \frac{3}{4\pi} |\omega| - 1 \right) \right], & \frac{4\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{8\pi}{3} \\ 0, & |\omega| \geq \frac{8\pi}{3} \end{cases} \quad (3)$$



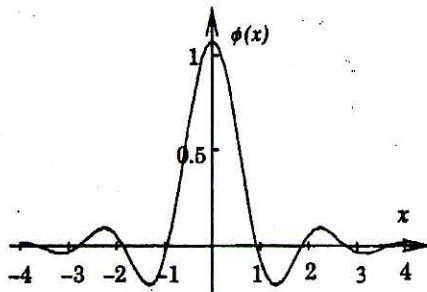
図2(b)に示すように、角がなく滑らかで、局在性が良い。フーリエ逆変換を行って求めたスケーリング関数 $\phi(\omega)$ の形状は、図2(a)のようにすぐ減衰して、局在大変よいことがわかる。ここで $T = \omega_m / \lambda$ である。 $\omega_m$ は最大角周波数である。

このウェーブレットのスケーリング関数を基にして、標本化定理を満たす標本化関数を求める方法については、既に知られている<sup>4)</sup>。多重解像度解析空間において、有限角周波数の任意の信号 $g(x)$ は、スケーリング関数 $\phi(\omega)$ のフーリエ変換を $\hat{\phi}(\omega)$ として、離散フーリエ変換を $\hat{\phi}^2(\omega)$ とすると、標本化定理を満たすウェーブレット標本化関数のフーリエ変換 $\hat{W}(\omega)$ が次式で求められる。

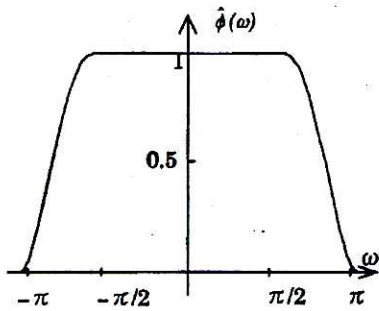
$$\hat{W}(\omega) = \phi(\omega)\phi^*(\omega) \quad (4)$$

そこで、上式よりフーリエ逆変換を行って、ウェーブレット標本化関数 $W(\omega)$ を次式にて算出できる。

$$W(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{\phi}(\omega)}{\hat{\phi}^*(\omega)} \cdot e^{j\omega x} dx \quad (5)$$



(a)  $\phi(x)$



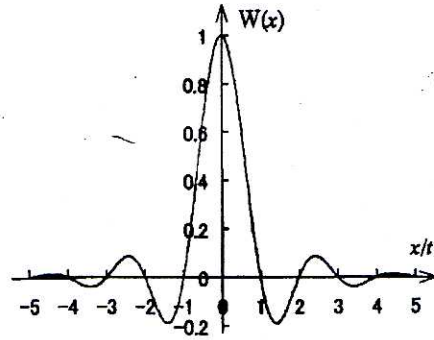
(b)  $\hat{\phi}(\omega)$

図2 Meyer スケーリング関数 $\phi(\omega)$ とそのフーリエ変換 $\hat{\phi}(\omega)$

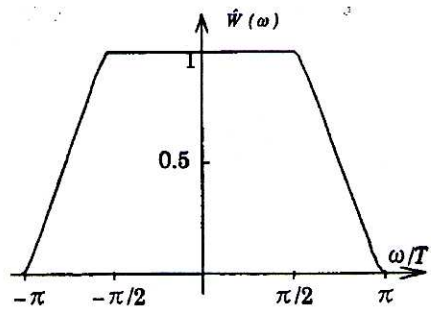
ウェーブレット標本化関数のフーリエ変換 $\hat{W}(\omega)$ を図3(b)に、ウェーブレット標本化関数 $W(\omega)$ を図3(a)に示し

た。

このウェーブレット標本化関数 $W(\omega)$ の形状は、局在性が大変良くなっており、2つの山と谷でほぼ零に減衰することがわかる。標本化定理の条件は、角周波数の帯域幅については、 $-\pi < \omega/T < +\pi$ となり角が取れて、近似的に満たすことがわかる。



(a)  $W(x)$



(b)  $\hat{W}(\omega)$

図3 ウェーブレット標本化関数 $W(x)$ とそのフーリエ変換 $\hat{W}(\omega)$

### 3.3 音線経路による定式化

まず対象の海洋空間において音速分布を考え、遮断空間角周波数が $\omega_m$ の標本化定理が成立する2次元標本化モデルを導入する。任意点の音速値 $f(x, y)$ は、この対象連続空間において、間隔 $t = \pi/\omega_m$ 以下で標本化される標本点音速値と、ウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を用いて表現できる。そこで、音線上の各点での音速値 $f(x, y)$ を音線に沿って積分した値は、伝搬時間 $p$ に等しいので、式(6)が成立する。ここで、 $x = kt, y = jt$ で $k, j = -\infty, \dots, \infty$ である。音線の対象空間侵入点から脱出点までの長さを $L$ とし、収入点から音線上のある点までの長さを $l$ とする。

$$p = \int_0^L f(x, y) dl$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^l \sum_{k=1}^u \sum_{j=1}^u f(x_k, y_j) \cdot W(x - x_k) \cdot W(y - y_j) dl \\
&= \int_0^l \sum_{k=1}^u \sum_{j=1}^u f(x_k, y_j) \cdot W(x - x_k) \cdot W(y - y_j) dl \\
&= \sum_{k=1}^u \sum_{j=1}^u f(x_k, y_j) \cdot G_{k,j} \quad (6)
\end{aligned}$$

音線について、その単位方向ベクトルを $(a_x, a_y)$ とし、対象空間への侵入点 $(b_x, b_y)$ を、脱出点を $(o_x, o_y)$ とすると、

$G_{k,j}$ は、

$$G_{k,j} = \int_0^l W(b_x + a_x l - x_k) W(b_y + a_y l - y_j) dl \quad (7)$$

この物理的意味は、音線上の音速値の線積分値に対して、各標本点での音速値がどの程度の影響を与えるかを表している。そこで“音線線積分影響係数”と呼ぶ。

### 3.4 特異値分解による再構成

音線毎に方程式(6)を立て、これらの連立線形方程式を行列の形で表すと、次式となる。

$$p = C \cdot f + e \quad (8)$$

ここで、 $p = (p_m)$ と $e = (e_m)$ は、各々伝搬時間と誤差のM次元列ベクトルである。 $f = (f_n)$ は、標本点音速値のN次元列ベクトルである。 $C = (C_{mn})$ は、M×N行列であり、m行n列の要素が音線線積分影響係数 $C_{mn}$ である。長方形行列 $C = (C_{mn})$ は、標本化や投影の方法をモデル表現しているの、 “標本化伝搬モデル行列”と呼ぶ。M×N行列 $C = (C_{mn})$ を、次式のようにM×N直交行列 $U$ とM×N対角行列 $\Lambda$ とN×N直交行列 $\tilde{V}$ の転置行列に分解することを、特異値分解という。なお、 $\Lambda$ の対角要素を特異値という。

$$C = U \cdot \Lambda \cdot \tilde{V} \quad (9)$$

式(8)において、再構成の誤差二乗和( $\|e\|^2$ )を最小にする解 $f$ を求める再構成の問題は、種々の一般逆行列のうち Moore-Penrose 型行列<sup>5)</sup>を求める問題として定式化できる。従って求める音速値ベクトル $f$ は、次式で表される。Cがフルランクの時には、

$$f = V\Lambda^{-1}U^T p = C^{-} p$$

Cがランク落ちしている時には、

$$f = V\Lambda^+ \tilde{U}^T p = C^+ p$$

この時には最小二乗解が一意とは限らないので、濃度値ノルム $\|f\|$ が最小なものを選んでおり、従って $f$ は最小二乗最小ノルム解と呼ばれる。ここで $\Lambda^-$ は、 $\Lambda$ の転置行列の対角要素を逆数に置き換えたものである。 $\Lambda^+$ は、 $\Lambda$ の転置行列の対角要素を0にしたものである。

これらの一般逆行列 $C^-$ や $C^+$ は、定数行列なので、あらかじめ計算し記憶して置くことができる。従って、N×M定数行列にM次元伝搬時間ベクトル $p$ を掛けるだけで、再構成の誤差が最小な音速値ベクトル $f$ を求めることができる。なお、 $C^-$ や $C^+$ の行列要素には、零や零に近い値が多く含まれるので、行列掛算を積和形式に直すと、更に高速化できる。

以下に、画像再構成の手順をまとめて示す。

- (I) 標本化方法と伝搬方法を決め、ウェーブレット標本化関数を用いて標本化伝搬モデル行列 $C$ を作成する。
- (II) 行列 $C$ を特異値分解して、一般逆行列 $C^-$ や $C^+$ を算出する。行列掛算を積和形式に直して零を省略する。
- (III) 伝搬時間が計測された時に、積和計算をして再構成する。

こうして、画像再構成できることが明らかになった。

## 4. ウェーブレット可変標本化関数モデルの導入問題

### 4.1 可変標本化

ウェーブレット標本化関数の下では、標本値が影響する範囲を局在化することができる。

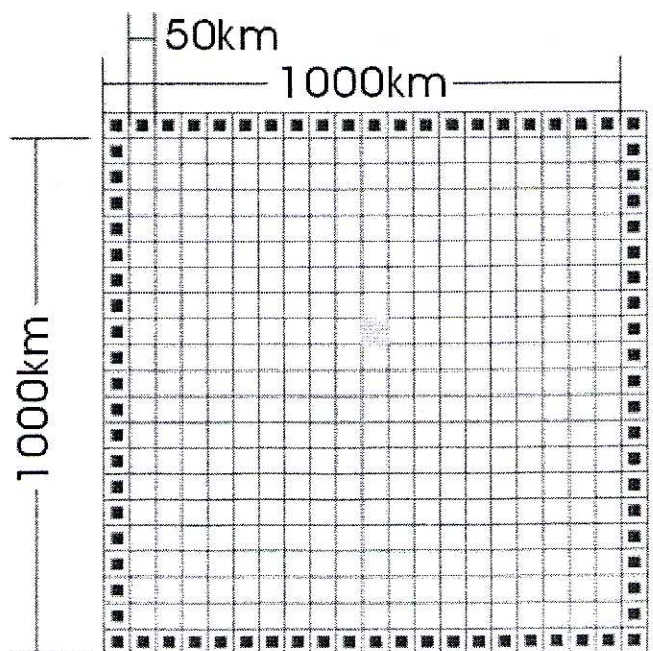


図4 観測領域とブロックの領域



本文では、図4のように領域をブロックに分けて、1つのブロックに注目してその領域で特異値分解を行う“ブロック再構成”の概念を提案する。それは、ブロックの領域に注目して、その周囲を遠くなるにつれて標本点間隔が大きくなるように可変標本化するものであり、ブロック内に存在する画素に対して、そのブロック内を通過する音波について方程式を立てて、特異値分解を行い、その一般逆行列からブロック内の画素値を計算するという考え方である。

次に、このブロック再構成の計算の実現性について、具体的に検討する。

初めに、ブロック再構成で使用する音波について検討してみる。図5には、注目のブロックを中心として可変標本化する時の各標本点の位置関係を示す。この領域を通過する音線が、ブロック領域の画素値に影響を与えている。図5において、ブロックの一辺の長さは50kmであり、画素点の間隔は5km毎に取っている(Level 0)。Level1では、間隔をLevel0よりも倍にしている。そして、Level2では、Level1よりも倍にしている。中心のブロックから遠くなるにつれて、遠方での標本化の間隔を大きくしている。

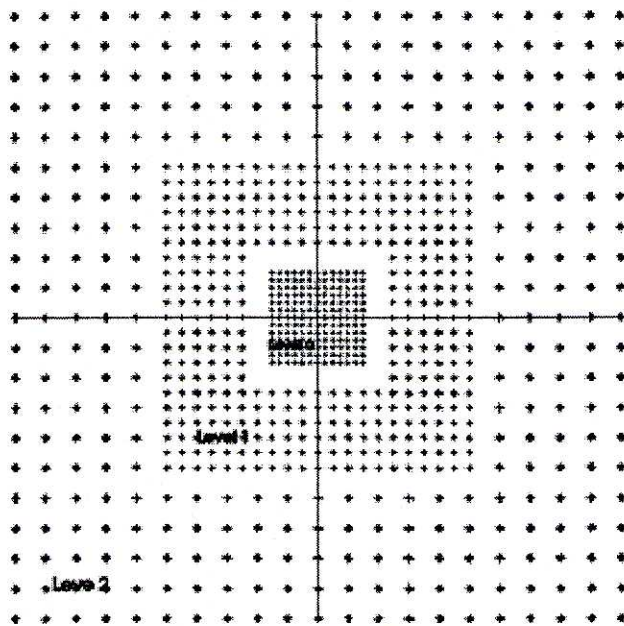


図5 ウェーブレット画素と音線の位置関係

そこで、多重ウェーブレット標本化と呼ぶ概念を導入している。これは、遠くの標本点ではウェーブレットモデルサイズが異なる多重ウェーブレットモデルで近似的に置き換えることによって、未知数の数を大幅に削減して、特異値分解をうまく解けるようにする考え方である。

ウェーブレットでは、レベルによりウェーブレットのサイズを相似的に拡大できるという特色を持っている。また、

そのウェーブレットの位置も任意に移動できる。このレベルjによる拡大と、位置移動の性質を用いて、対象のブロック内の画素には、サイズが一番小さいレベル0のウェーブレットを割り当て配置する。段階的に遠くなるにつれサイズの大きなウェーブレットを割り当て配置する。図5では中心からレベルjが、段階的に0,1,2,3,...と変化しており、ウェーブレットのサイズが1倍、2倍、4倍、8倍、...と大きくなっている。このようにサイズが異なるウェーブレットを割り当て配置する方法を採ると、注目する画素の周囲では正確にモデル表現することができ、しかも未知数である画素数を大幅削減することができる。この方法は、多数のサイズが異なるウェーブレットを割り当て配置するので、“多重ウェーブレット標本化”と呼ぶ。

## 4.2 ブロック再構成

特異値分解をして得られた一般逆行列  $C^-$  や  $C^+$  とそのブロック内を通る音線の伝搬時間  $p$  を用いて、 $f = C^+ p$  もしくは、 $f = C^- p$  の積和計算し再構成を行う。図6は、ブロックにおける、一般逆行列と再構成する標本点の関係を図示している。

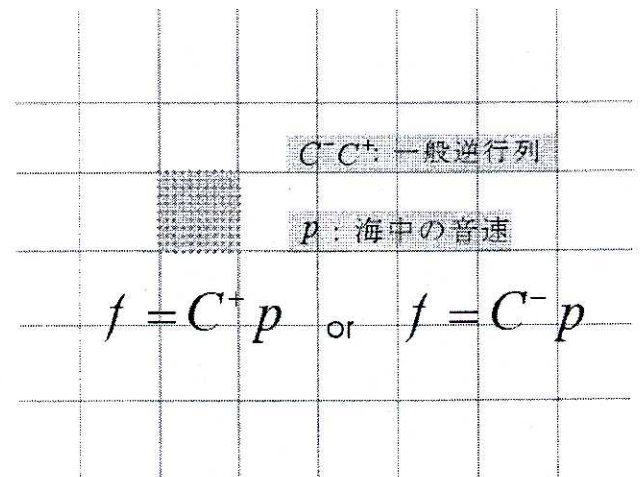


図6 ブロック内の一般逆行列と標本点

観測領域内の各ブロックにおいて、一般逆行列と伝搬時間ベクトルの掛算を積和形式の計算で行い、観測領域全体の音速分布を画像として再構成する。

## 5. 再構成シミュレーション

海洋モデルとウェーブレット可変標本化関数を用いた画像再構成シミュレーションについて述べる。海洋モデルは、海洋領域を500km四方とし、センサーの配置間隔を50kmとした。その海洋領域を分割してブロックの数を5x5とする。標本点の間隔を5kmと設定すると、各ブロック内



のサイズは  $20 \times 20$  となる。再構成される再構成画像は、 $100 \times 100$  である。本シミュレーションでは、音波が送波器から受波器へ直線状の音線に沿って伝搬すると仮定しており、音速分布を画像再構成するシミュレーションを行っている。実際の音線が少ないので、受波器の間に仮受波器を 10 個挿入して補間で伝播時間を作成する。

再構成の手順は、初めに可変標本化モデルを用いて音線積分影響係数  $C$  を算出し、標本化伝搬モデル行列を作製して特異値分解を行う。次に、特異値分解で作成した一般逆行列  $C^-$  や  $C^+$  と、観測で得られた音線の伝播時間ベクトル  $p$  との掛算を積和形式で計算することで、音速値ベクトル  $f$  を求める。音速値ベクトル  $f$  を求める際には、各標本点において影響のある音線を選択し、その音線と対応する一般逆行列の行とを選択して積和計算を行う。つまり、各標本点を中心としてブロックの領域と同じ大きさの範囲を設定し、その範囲内に通過する音線を探す。そしてその音線と対応している一般逆行列  $C^-$  や  $C^+$  の行を引き出してくる。全ての標本点において、この再構成計算を繰り返し行い、画像化していく。

以下に、原画像と再構成された画像を示す。正規化誤差分散は 0.427 であり、良好な結果が得られた。

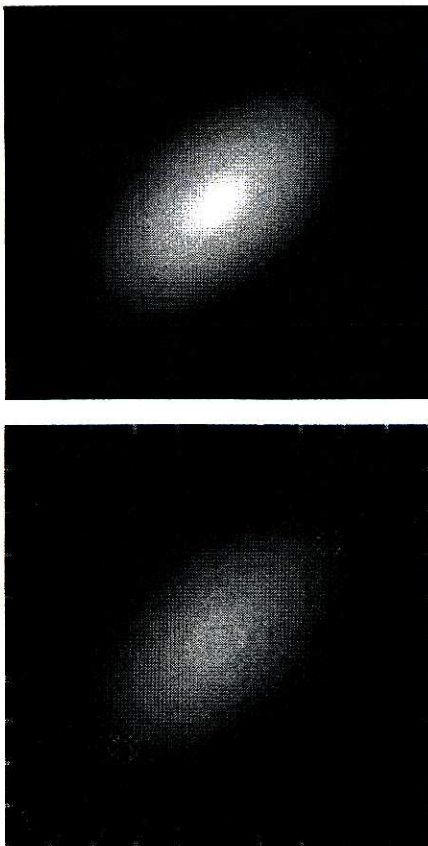


図7 原画像と再構成画像

## 6. むすび

本文では、極少数の音線データからより良い大型画像を再構成する海洋音響トモグラフィの方法について検討した。海洋モデルに多重ウェーブレット標本化モデルを設定して、特異値分解によるブロック再構成の概念を導出し、シミュレーションの結果、良好であることを示した。

本文では、ウェーブレット可変標本化関数モデルとブロック再構成の概念を導入して可変標本化を行うことにより、遠くの標本点では近似的にサイズが異なる多重ウェーブレットモデルで置き換えられる。このようにして、未知数の数を大幅に削減することが可能になり、大型画像を再構成する特異値分解が可能になっている。

今後の課題としては、極少数データから画像再構成シミュレーション実験を繰り返して、再構成方法を確立することである。また、また、実際の海中を伝搬する音線をプログラムに導入して、シミュレーションを行う予定である。

### 参考文献

- 1) W. Munk and C. Wunsch : Ocean acoustic tomography : a scheme for large-scale monitoring, Deep Sea Res, 26A, p.123-161 (1979)
- 2) B. Howe, k. Worcester and R. Spindel : Ocean Acoustic Tomography : Mesoscale Velocity, j. Geophys. Res., 92, p.3785-3805 (1987)
- 3) Y. Meyer : "Wavelets : Algorithms and Applications", SIAM, Philadelphia (1993)
- 4) G. G. Walter, "A sampling theorem for wavelet subspaces" IEEE Trans. Inf. Theory vol. 38, pp881-884 (1992)
- 5) A. Albert : "Regression and the Moore-Penrose Pseudo Inverse", Academic Press, New York (1972)
- 6) 田山, 斎藤, 氏家, 渡邊 : "3 方向又は 4 方向投影からの加速器ビーム断面強度分布を高速に画像化する 1 手法と仕組み", 画像電子学会誌, Vol. 24, No. 2, pp. 145-152 (1995)
- 7) 田山, 加藤, 大坊, 長谷川, 杜, 栗田 : "傾斜スキャンによる X 線投影データ取込みと 3 次元画像再構成の実験", 画像電子学会誌, Vol. 28, No2, pp152-160 (1999)
- 8) 杜, 田山, 渡邊, 関 : "VLSI 向きの極少数方向投影によるウェーブレット部分画像再構成", 画像電子学会誌, Vol. 30, No. 3, 233-241 (2001)