

結合で表されるものとする。

$$a_i(n) = \alpha_{0i} + \alpha_{1i}n + \alpha_{2i}n^2 + \dots + \alpha_{(q-1)i}n^{q-1} \quad (2)$$

$$b_i(n) = \beta_{0i} + \beta_{1i}n + \beta_{2i}n^2 + \dots + \beta_{(q-1)i}n^{q-1} \quad (3)$$

よく知られているように、式(2)、(3)のように時変の程度が時間変数 n の $(q-1)$ 乗までの場合、適応制御ループ内に $(1-z^{-1})^{-q}$ を含ませることで、その時変性を収容できる。つまり、定常偏差を十分に小さくできる。文献[8]は適応フィルタに関する検討であるが、本稿は、cosine 信号と sin 信号の波高値を適応パラメータとする LMS 形のフーリエアナライザを提案するものである。ここで、 $m=q-1$ である。楽音等の実際の信号は、 n^2 までの時変性で十分に近似できると考えられるため、本稿では n^2 までを考慮することにする。時変な波高値 $a_i(n)$ 、 $b_i(n)$ を正確にかつ迅速に求めることが提案法の目的である。

提案法の構成を図 1 に示す[9]。 $a_i(n)$ 、 $b_i(n)$ の推定値 $\hat{a}_i(n)$ 、 $\hat{b}_i(n)$ は式(4)、(5)で算出される。ここで、

$$\hat{a}_i(n+1) = \hat{a}_i(n) + \frac{\mu}{(1-\gamma z^{-1})^m} e(n) \cos \omega_i n \quad (4)$$

$$\hat{b}_i(n+1) = \hat{b}_i(n) + \frac{\mu}{(1-\gamma z^{-1})^m} e(n) \sin \omega_i n \quad (5)$$

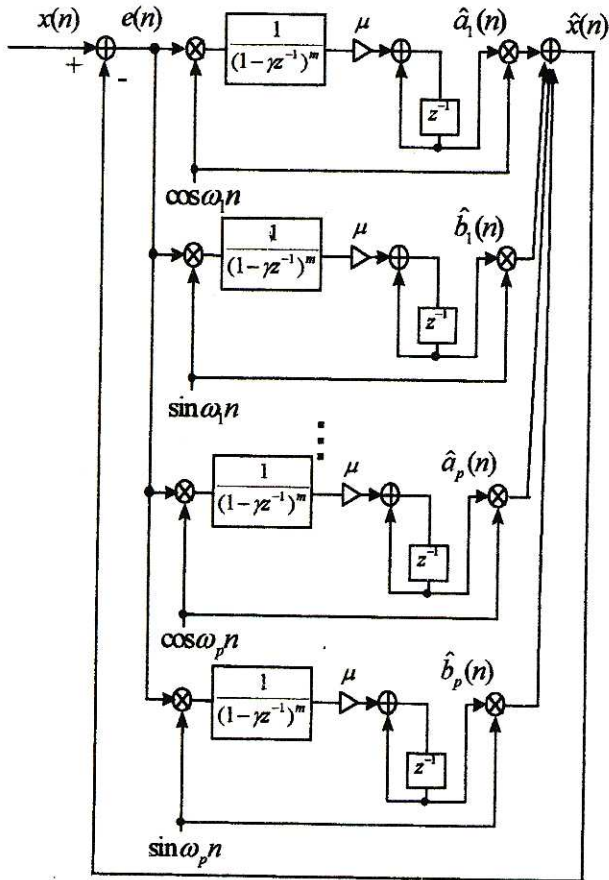


図 1. 提案法の構成

Fig.1 Flow diagram of the proposed method

$$e(n) = x(n) - \hat{x}(n)$$

$$= x(n) - \sum_{i=1}^p \hat{a}_i(n) \cos \omega_i n + \hat{b}_i(n) \sin \omega_i n \quad (6)$$

μ はステップサイズ、 $\gamma < 1$ で安定性を保証するために導入する。 $x(n)$ とその推定値 $\hat{x}(n)$ の差 $e(n)$ は式(6)で算出される。従来の LMS 法[5]は提案法の $m=q-1=0$ に相当する。 $m=1$ と $m=2$ の場合、それぞれ n 、 n^2 の時変性まで収容できる。

3. 定常状態における周波数特性

定常誤差を推定するために、提案法の定常状態における周波数特性を導出することは重要である。また、その導出により極の位置がわかるため、時間領域における振る舞いの直感的な理解を深めることができる。なお、式の記述を簡便にするため、 $p=1$ 、 $m=1$ の場合の場合について述べる。 p が1より大きい場合や $m=2$ の場合も同様に求められるので、付録に結果を示す。提案法が十分に収束している定常状態では、図1の $x(n)$ から $e(n)$ の経路は図2のようなシステムで記述できる。

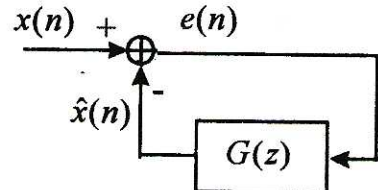


図 2. 提案法の周波数領域での解釈

Fig.2 Interpretation of the proposed method in the frequency domain

$G(z)$ を導出するため、 $p=1$ 、 $m=1$ の条件下で、 $\hat{x}(n)$ に関する式、式(4)、(5)の z 変換を式(7)-(9)のように求める。ここで、 $E(z)$ は $e(n)$ の z 変換である。式(7)に式(8)、(9)を代入することにより、式(10)のように $G(z)$ を求めることができる。

$$\hat{X}(z) = \frac{1}{2} [\hat{A}(ze^{-j\omega_1}) + \hat{A}(ze^{j\omega_1})] + \frac{1}{2} [\hat{B}(ze^{-j\omega_1}) + \hat{B}(ze^{j\omega_1})] \quad (7)$$

$$\hat{A}(z) = \frac{1}{2} \frac{1}{z-1} \frac{1}{1-\gamma z^{-1}} [E(ze^{-j\omega_1}) + E(ze^{j\omega_1})] \quad (8)$$

$$\hat{B}(z) = \frac{1}{2j} \frac{1}{z-1} \frac{1}{1-\gamma z^{-1}} [E(ze^{-j\omega_1}) - E(ze^{j\omega_1})] \quad (9)$$

$$G(z) = \frac{\hat{X}(z)}{E(z)} = \frac{\mu}{2} \left[\frac{1}{ze^{-j\omega_1} - 1} \frac{1}{1-\gamma z^{-1}} + \frac{1}{ze^{j\omega_1} - 1} \frac{1}{1-\gamma z^{-1}} \right] \quad (10)$$

式(10)に対して計算をすすめると $G(z)$ は式(11)のようになる。ここで、 $G_0(z)$ は式(12)で与えられる。

$$G(z) = \mu \frac{\cos \omega_1 z^{-1} - (1+\gamma)z^{-2} + \gamma \cos \omega_1 z^{-3}}{G_D(z)}, \quad (11)$$

$$G_D(z) = 1 - 2(1+\gamma)\cos \omega_1 z^{-1} + \{4\gamma \cos \omega_1 + (1+\gamma^2)\}z^{-2} - 2\gamma(1+\gamma)\cos \omega_1 z^{-3} + \gamma^2 z^{-4} \quad (12)$$

更に、 $x(n)$ から $\hat{x}(n)$ の経路の伝達関数 $F(z)$ は、式(13)で与えられ、 $F_D(z)$ は式(14)に示すものである。LMS 法の $x(n)$ から $\hat{x}(n)$ の経路の伝達関数の振幅特性 ($\mu=0.01$) と提案法の $F(z)$ の振幅特性 ($\mu=0.01$, $\gamma=0.8$) を図 3 に示す。同一のステップサイズ μ では、LMS 法が提案法より鋭い帯域通過特性を持ち、迅速な適応ができないことがわかる。

$$F(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{\cos \omega_1 z^{-1} - (1+\gamma)z^{-2} + \gamma \cos \omega_1 z^{-3}}{F_D(z)} \quad (13)$$

$$F_D(z) = 1 + \{\mu - 2(1+\gamma)\} \cos \omega_1 z^{-1} + \{4\gamma \cos^2 \omega_1 + (1+\gamma^2) - \mu(1+\gamma)\} z^{-2} + \gamma\{\mu - 2(1+\gamma)\} \cos \omega_1 z^{-3} + \gamma^2 z^{-4} \quad (14)$$

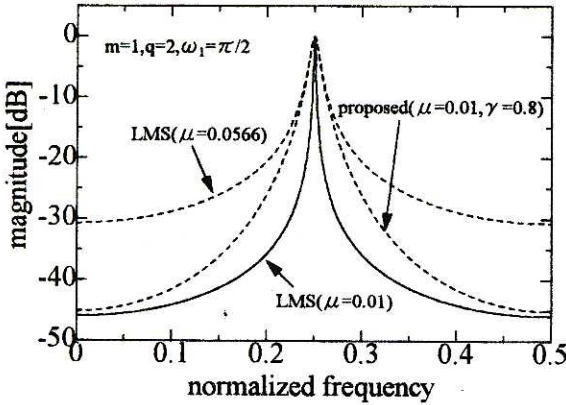


図 3. LMS 法と提案法の振幅特性 ($p=1$)

Fig.3 Magnitude characteristics of the LMS and the proposed method in case that $p=1$

図 3 において帯域通過特性の鋭さの理由を理解するために $F(z)$ の極を求めることが必要である。Brown の方法[10]により式(13)式の極 ρ_k , $k=1\sim 4$, を求める。A, B, C, D を以下のようにおくと、極 ρ_k は式(19), (20)で与えられる。

$$A = \frac{\{\mu - 2(1+\gamma)\}}{2} \cos \omega_1 \quad (15)$$

$$B = \frac{(1+\gamma^2) - \mu(1+\gamma)}{2} \quad (16)$$

$$C = -\sqrt{\frac{\{\mu - 2(1+\gamma)\}^2 - 16\gamma}{4}} \cos \omega_1 \quad (17)$$

$$D = \sqrt{\frac{\{(1+\gamma^2) - \mu(1+\gamma)\}^2 - 4\gamma^2}{4}} \quad (18)$$

$$\rho_1, \rho_2 = \frac{-(A+C) \pm j\sqrt{4(B+D) - (A+C)^2}}{2} \quad (19)$$

$$\rho_3, \rho_4 = \frac{-(A-C) \pm j\sqrt{4(B-D) - (A-C)^2}}{2} \quad (20)$$

C, D が実数である条件は、式(21)で与えられる。 $\mu=0.01$ に対して、この条件を満たす範囲で γ をかえた時の $F(z)$ の極半径を図 4 に示す。LMS 法が収束した時の $x(n)$ から $\hat{x}(n)$ の経路の伝達関数の極半径は約 $1-\mu/2$ である[7]。これは、提案法のほぼ ρ_1, ρ_2 に相当する。図 4 から γ が 1 に近づくとき ρ_1, ρ_2 の極半径が小さくなり、逆に ρ_3, ρ_4 の極半径が大きくなっていくことが分かる。

$$\frac{(1-\gamma)^2}{1+\gamma} \geq \mu \quad (21)$$

図 3 の振幅特性を再度検討してみる。提案法において、 $\mu=0.01$, $\gamma=0.8$ の場合、 ρ_1, ρ_2 の極半径は 0.9717 である。LMS 法で極半径がこの値になるのは、 $\mu=0.0566$ であり、この振幅特性も図 3 に示す。同一の極半径の場合、付加された極 ρ_3, ρ_4 があるため、提案法は LMS 法よりより鋭い帯域通過特性を持つことが図 3 から分かる。結果として、提案法は、LMS 法と比べ、同一のステップサイズ μ の場合はより良い追従特性を持ち、同一の極半径の場合は加法性雑音に対しより耐性があるという中間的な特性をもつことが理解できる。

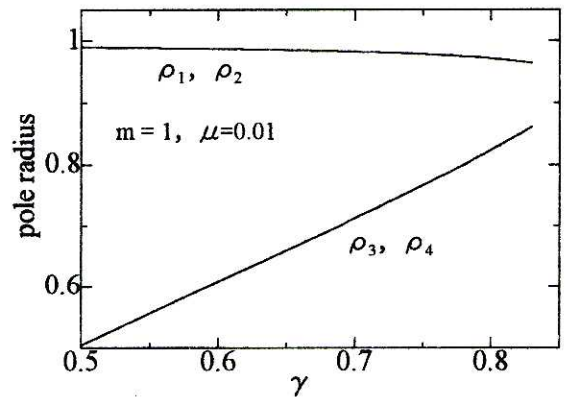


図 4. γ と極半径との関係

Fig.4 Relationship between and γ pole radius

なお、 γ が式(21)を満足している場合には正規化した対象周波数と極の偏角が一致するが、式(21)を超えて 1 に近づけると正規化した対象周波数の周りに極の偏角が広がることが分かっている。このことにより、

周波数が多少変動しても提案法が有効であることが予想されるが、頁数の関係から本稿ではふれないことにする。

4. 数値例

式(22)式に示す4周波からなる信号に対する追従特性を検証する。式(2)、(3)で n までの時変性とし、 $(\alpha_{0i}, \alpha_{1i})$ と (β_{0i}, β_{1i}) という記述法を用いると、時間が経過する毎に、図5に示すように $(0.0, 0.0) \rightarrow (4.0, -0.003) \rightarrow (0.0, 0.0) \rightarrow (4.0, -0.003) \rightarrow (0.0, 0.0)$ と変化させている。図6に推定結果を示す($\hat{a}_1(n)$ のみ示している)。提案法が従来のLMSに比

$$x(n) = \sum_{i=1}^4 a_i(n) \cos\left(\frac{\pi}{5}in\right) + b_i(n) \sin\left(\frac{\pi}{5}in\right) + \phi(n) \quad (22)$$

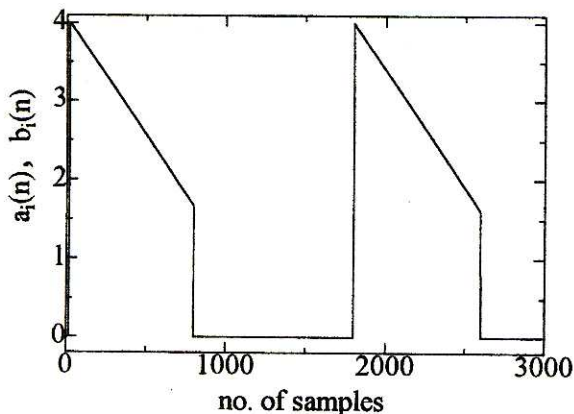


図5. 時変な $a_i(n)$ と $b_i(n)$

Fig.5 Time-varying $a_i(n)$ and $b_i(n)$.

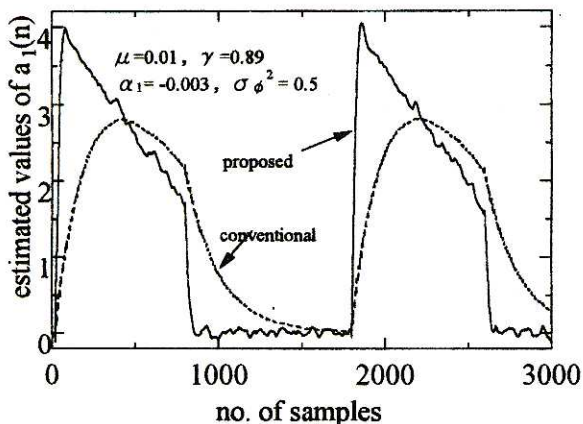


図6. 加法的雑音がある4つの調和成分の波高値の推定特性($\hat{a}_1(n)$ のみ図示)

Fig.3 Estimated values of 4 harmonic components in noise (only $\hat{a}_1(n)$ is shown).

べ迅速に時変性に追従していることがわかる。

5. 採譜への応用

楽音は基本波とその多くの高調波から構成され、かつ同一オクターブ上の音高は調和関係にない。各音高の基本波の振幅を推定することで採譜が可能であるため、文献[11]のように、演算量を減らすこととステップサイズの多様な選択ができるようにする目的で、式(23)式で示す各音高を中心周波数とする狭帯域BPFにより各成分に分解する。BPFの出力 $x_i(n)$ に対して、提案法($m=1$)を用いて振幅の推定値 $\hat{a}_i(n), \hat{b}_i(n)$ を算出する。つまり、適応動作部分では $p=1$ となっている。

$$H_i(z) = 1 - \frac{1 - 2\cos\omega_i z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2\lambda\cos\omega_i z^{-1} + \lambda^2 z^{-2}} \quad (23)$$

該当角周波数の正弦波の振幅が、前もって規定した閾値よりも大きい場合にその音高が検出される。

この実験では従来のLMS法では難しかった波高値の時変の程度が大きいトランペット音を用いた。図6の楽譜をテンポ110, トランペット音でMIDIから発生させた。図7に出力波形を示す。サウンドボードの制約から、標本化周波数は8[kHz], 16bit量子化してwav形式で録音する。



図6. テスト用の楽譜

Fig.6 A test piece

線形位相のLPFで2[kHz]に帯域制限し1/2ダウンサンプリングした後、上述の処理を行って採譜を行った。

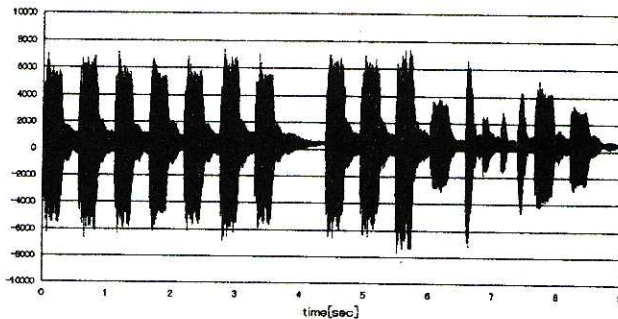


図7. トランペット音の波形

Fig.7 Output waveform of the trumpet

図7の波形に対し、提案法を用いて各音高の基本周波数の振幅を推定した後、各振幅を閾値と比較し音高

の有無を判定した結果を図8に示す。なお、各パラメータの設定は以下の通りである。

(1) $\mu=0.01$, $\gamma=0.902$

(2) 入力信号の電力判定を行い、閾値より小さい場合には λ を零に初期化する。それ以外は $x_i(n)$ の過渡期間を短縮するため、式(23)により時変制御を行う。 λ の最終値 $\lambda_\infty=0.995$, その時定数 $\tau_\lambda=0.93$ とした。

$$\lambda(n+1) = (1-\tau_\lambda)\lambda_\infty + \tau_\lambda\lambda(n) \quad (23)$$

図8より音高が正しく検出できており、電力検出の情報と楽音自体のテンポ情報を組み合わせることで楽譜化が可能であると考えられる。

6. まとめ

本稿では、時変な波高値をもつサイン信号に対するフーリエ係数推定法を述べた。定常状態における等価的な周波数特性を求め、更に、極半径を導出することで、追従性と雑音抑圧能力を従来のLMS法と定性的に比較した。数値例では、時間変数 n の1次までの時変性に対して従来のLMS法と比較し、追従性が良いことを確認した。最後に、MIDIから発生させたトランペット音の採譜を試みた。

今後は、 γ を式(21)を超えて1に近づける時の特性の詳細検討、チャープ信号のように周波数が時変である場合への提案法の手法の拡張について実施する予定である。

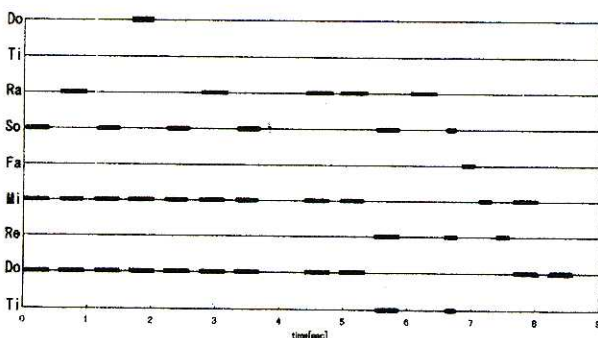


図8. 推定結果

Fig.8 Results of scale estimation

参考文献:

- [1]F.Q.Braun, "Nonrecursive digital filters for detecting multifrequency code signals," IEEE Trans. Speech, Signal Processing, Vol.ASSP-23 no.3, pp.250-256, 1975
- [2]I.Koval and G.Gara, "Digital MF receiver using discrete Fourier transform," IEEE Trans. Commun., Vol.COM-21, no.12, pp.1331-1335, 1975
- [3]Y.Tadokoro and K.Abe, "Notch Fourier transform," IEEE Trans. Acoust., Speech Signal processing, Vol.ASSP-35, no.9, pp.1282-1288, 1987

[4]M.T.Kilani and J.F.Chicharo, "A constrained notch Fourier transform," IEEE Trans. Signal Processing, Vol.43, no.9, pp.2058-2067, 1995

[5]梅本敏孝,青島伸治, "適応技術を用いた採譜に有効な周波数解析," 計測自動制御学会論文集, Vol.28, no.5, pp.619-625, 1992

[6]工藤憲昌,田所嘉昭, "ノッチフィルタと適応アルゴリズムによる雑音中の信号に対するフーリエ係数推定法," 信学論(A), Vol.J83-A, no.4, pp.1467-1476, Dec., 2000

[7] 工藤憲昌,田所嘉昭, "IIR形BPFとLMSアルゴリズムを用いたフーリエ係数推定法の理論解析とその特性改善," 信学論(A), Vol.J84-A, no.10, pp.1233-1243, Oct., 2001

[8]内藤隆之,日高浩一,大森浩充,佐野晃, "時変システムに対する新しいLMS形適応フィルタとその応用," 信学論(A), Vol.J84-A, no.6, pp.788-797, June, 2001

[9]N.Kudoh Y.Takeuchi and Y.Tadokoro "A new LMS based Fourier analyzer for sinusoidal signals with time-varying amplitude", proceedings of TENCON02 (to appear), pp.1-4, Oct., 2002

[10]清水沢, FORTRANIV/77による数値演算プログラム, サイエンス社, 1992

[11]工藤憲昌,田所嘉昭, "IIR ノッチフィルタと適応アルゴリズムを用いたフーリエ係数推定法と採譜への応用," SICE東北支部35周年記念学術講演会予稿集A06, pp.11-12, 1999

付録

ここでは、 $m=2$ の場合と周波数成分 p が1より大きい場合の $G(z)$ の導出結果を纏める。 $m=2$ の場合、 $G(z)$ は式(A1)で与えられる。ここで、 $G_N(z)$ と $G_D(z)$ は、それぞれ式(A2), (A3)で示されている。

$$G(z) = G_N(z) / G_D(z) \quad (A1)$$

$$G_N(z) = \mu \{ \cos \omega_1 z^{-1} - (1+2\gamma)z^{-2} + \gamma(\gamma+2) \cos \omega_1 z^{-3} - \gamma^2 \cos 2\omega_1 z^{-4} \}, \quad (A2)$$

$$G_D(z) = 1 - 2(1+2\gamma) \cos \omega_1 z^{-1} + \{(1+2\gamma)^2 + 2\gamma(\gamma+2) \cos 2\omega_1\} z^{-2} - 2\gamma\{(1+2\gamma)(\gamma+2) \cos \omega_1 - \gamma \cos 3\omega_1\} z^{-3} + \gamma^2\{(\gamma+2)^2 + 2(1+2\gamma) \cos 2\omega_1\} z^{-4} - 2\gamma^3(\gamma+2) \cos \omega_1 z^{-5} + \gamma^4 z^{-6}. \quad (A3)$$

p が1より大きい場合の $F(z)$ は、式(13)の代わりに式(A4)で与えられる。

$$F(z) = \sum_{i=1}^p G_i(z) / \{1 + \sum_{i=1}^p G_i(z)\}. \quad (A4)$$