

高速離散化近似を用いたサンプル値系統統合化設計とその応用

Integrated design and its application for sampled-data system based on fast discretization

○長縄明大*, 矢田晴義**, 佐竹浩司*, 大日方五郎†

○Akihiro Naganawa*, Haruyoshi Yada**, Koji Satake*, Goro Obinata†

*秋田大学, **富士通東日本ディジタル・テクノロジー, †名古屋大学

*Akita University, **The Technology of Fujitsu Higashi-Nihon Digital Technology,
†Nagoya University

キーワード: サンプル値系 (sampled-data system), 高速離散化 (fast discretization), 統合化設計 (integrated design), レギュレータ問題 (regulator problem), 倒立振子 (inverted pendulum)

連絡先: 〒010-8502 秋田市手形学園町1-1 秋田大学 工学資源学部 機械工学科
長縄明大, Tel.: (018)889-2726, Fax.: (018)889-2726, E-mail: naganawa@ipc.akita-u.ac.jp

1. はじめに

機械システムの設計では、応力や剛性の条件による重量の制限などを考慮し、機構中の可調整パラメータ(以下ではパッシブパラメータと呼ぶ)を決定した後、この機構を制御するためのコントローラを設計する2ステップの設計が多く行われてきた。これに対して、近年では、コントローラを付加することを前提とした機械システムの設計では、システム全体の性能向上が期待されるとの理由から、機構系と制御系を同時に設計する統合化設計法が注目されており、その有効性に関する研究がたくさん行われている^{1)~6)}。

一方、ディジタル技術の発達により、設計したコントローラの実装は、マイクロプロセッサを用いた離散時間コントローラとして実装される場合が大半であり、システムは連続時間制御対象と離散時間コントローラが混在するサンプル値系とな

る。しかし、これまで提案された統合化設計法は、連続時間制御対象に対して、連続時間コントローラを設計する手法であり、実装する場合に問題となるサンプル点間のふるまいを陽に考慮した設計は、これまで行われていない。

そこで、本稿では、連続時間制御対象に対して離散時間コントローラを直接設計し、サンプル点間のふるまいを陽に考慮したサンプル値系統統合化設計の一手法を提案するものである。その設計法は、機構系の評価と制御系の評価からなる2次形式評価関数を用いて、機構系のパッシブパラメータと離散時間状態フィードバック系を近似的に設計するものである。本手法の有効性を示すため、倒立振子の安定化制御について、シミュレーションと実験により検証する。

以下では、2節で機構系のパラメトリゼーションについて、3節で提案するサンプル値系統統合化設

計について述べる．また，4節で本手法の有効性を確認するため，倒立振子に対して行った設計結果について述べ，最後に5節で結論を述べる．

2. 機構系のパラメトリゼーション

ここでは，文献1)によって提案された機構系のパラメトリゼーションについて述べる．

機構系における質量，減衰，剛性行列には，可調整パラメータが含まれるとする．機構系の線形化された運動方程式は，一般的に次式によって記述できるものが多い．

$$\begin{aligned} M(p_m)\ddot{q}(t) + D(p_d)\dot{q}(t) + K(p_k)q(t) \\ = L_u u(t) + L_w w(t) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで， $M(p_m), D(p_d), K(p_k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は，質量，減衰，剛性行列である．また， $q(t) \in \mathbb{R}^n$ は変位ベクトル， $u(t)$ は制御入力ベクトル， $w(t)$ は外乱ベクトルであり， L_u, L_w はそれぞれアクチュエータ配置や外乱の混入する位置によって決まる行列である． $M(p_m), D(p_d), K(p_k)$ は，その行列中のパッシブパラメータ p_m, p_d, p_k に関して多くの場合，以下のように表現できる．

$$M(p_m) = M_0 + B_m \Sigma_m(p_m) C_m \quad (2)$$

$$D(p_d) = D_0 + B_d \Sigma_d(p_d) C_d \quad (3)$$

$$K(p_k) = K_0 + B_k \Sigma_k(p_k) C_k \quad (4)$$

ここで， $\Sigma_m(p_m), \Sigma_d(p_d), \Sigma_k(p_k)$ は質量行列，減衰行列，剛性行列中のパッシブパラメータ p_m, p_d, p_k を対角要素に並べた対角行列である．他の行列は係数行列であり， $B_m, C_m, B_d, C_d, B_k, C_k$ が質量行列，減衰行列，剛性行列に含まれるそれぞれのパラメータの位置を表すものとなっている．

式(1)の運動方程式において，状態量を

$$x(t) = \begin{bmatrix} q^T(t) & \dot{q}^T(t) \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{2n} \quad (5)$$

と定義すると，式(1)に対応するディスクリプタ方

程式は，

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (6)$$

となる．ここで，各行列は以下の通りである．

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & M(p_m) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -K(p_k) & -D(p_d) \end{bmatrix} \\ B_u &= \begin{bmatrix} 0 \\ L_u \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ L_w \end{bmatrix} \end{aligned}$$

また， E^{-1} が正則なら，状態方程式は，

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \tilde{A}x(t) + \tilde{B}_u u(t) + \tilde{B}_w w(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (7)$$

となり，各行列は，

$$\tilde{A} = E^{-1}A, \quad \tilde{B}_u = E^{-1}B_u, \quad \tilde{B}_w = E^{-1}B_w$$

行列 E は p_m の関数，行列 A は p_d, p_k の関数となるので，行列 $E(p_m), A(p_k, p_d)$ と表し以下のように定義する．

$$E(p_m) = E_0 + B_e \Sigma_m(p_m) C_e \quad (8)$$

$$\begin{aligned} A(p_k, p_d) \\ = A_0 - \begin{bmatrix} B_{ak} & B_{ad} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_k(p_k) & 0 \\ 0 & \Sigma_d(p_d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{ak} \\ C_{ad} \end{bmatrix} \\ = A_0 - B_a \Sigma_a(p_k, p_d) C_a \end{aligned} \quad (9)$$

式(8)，(9)から仮想的な出力信号を次式のように定義する．

$$\begin{aligned} y_e(t) &= C_e \dot{x}(t) \\ y_k(t) &= C_{ak} x(t) \\ y_d(t) &= C_{ad} x(t) \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)の出力信号と行列 $E(p_m), A(p_k, p_d)$ の調整可能なパッシブパラメータ $\Sigma_m(p_m), \Sigma_d(p_d), \Sigma_k(p_k)$ をフィードバックする入力信号を，それぞれ次のように定義する．

$$\begin{aligned} u_e(t) &= -\Sigma_m(p_m) y_e(t) = -\Sigma_m(p_m) C_e \dot{x}(t) \\ u_d(t) &= -\Sigma_d(p_d) y_d(t) = -\Sigma_d(p_d) C_{ad} x(t) \\ u_k(t) &= -\Sigma_k(p_k) y_k(t) = -\Sigma_k(p_k) C_{ak} x(t) \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)の $u_e(t), u_k(t), u_d(t)$ はそれぞれ慣性力, バネ力, ダンパ力に対応した成分である. 式(10)の観測量を

$$y_p(t) = \begin{bmatrix} y_k^T(t) & y_d^T(t) & y_e^T(t) \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

と定義し直すと, 調整可能なパッシブパラメータ $\Sigma_m(p_m), \Sigma_k(p_k), \Sigma_d(p_d)$ は, 出力フィードバックゲイン $\Sigma_p(p_k, p_d, p_m)$ の形で表現できる. 入力を

$$u_p(t) = \begin{bmatrix} u_k^T(t) & u_d^T(t) & u_e^T(t) \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

と表すと, 出力信号 $y_p(t)$ からのフィードバックは次式となる.

$$\begin{aligned} u_p(t) &= - \begin{bmatrix} \Sigma_k(p_k) & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_d(p_d) & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_m(p_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_k(t) \\ y_d(t) \\ y_m(t) \end{bmatrix} \\ &= - \Sigma_p(p_k, p_d, p_m) y_p(t) \end{aligned} \quad (14)$$

パッシブパラメータ $\Sigma_p(p_k, p_d, p_m)$ を式(14)のような出力フィードバックの形で表現すると, ディスクリプタ表現式(6)と等価な表現として, $[w^T \ u^T]^T$ から出力までの伝達関数 $G(s)$ は次のような線形分数変換で表現できる.

$$G(s) = F_u \left\{ F_l(G_0, -\Sigma_p(p_k, p_d, p_m)), \frac{I}{s} \right\} \quad (15)$$

ここで, F_u は上線形分数変換, F_l は下線形分数変換を表し, $G(s)$ 中の係数行列 G_0 は次のように定義

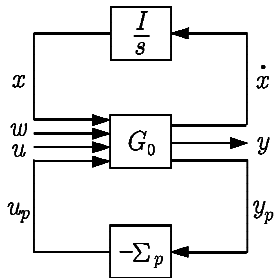


Fig. 1 機構系のパラメトリゼーション

される.

$$G_0 = \begin{bmatrix} E_0^{-1}A_0 & E_0^{-1}B_w & E_0^{-1}B_u & E_0^{-1}B_p \\ C & 0 & 0 & 0 \\ C_{ae} & D_w & D_u & B_{ae} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} B_p &= \begin{bmatrix} B_a & B_e \end{bmatrix}, C_{ae} = \begin{bmatrix} C_a \\ C_e E_0^{-1} A_0 \end{bmatrix}, \\ D_w &= \begin{bmatrix} 0 \\ C_e E_0^{-1} B_w \end{bmatrix}, D_u = \begin{bmatrix} 0 \\ C_e E_0^{-1} B_u \end{bmatrix}, \\ B_{ae} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ C_e E_0^{-1} B_a & C_e E_0^{-1} B_e \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ただし, E_0 は正則であると仮定する. G_0 をブロック線図で表したものがFig. 1であり, 状態空間表現は,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= E_0^{-1}A_0x(t) + E_0^{-1}B_w w(t) + \\ &\quad E_0^{-1}B_u u(t) + E_0^{-1}B_p u_p(t) \\ y(t) &= Cx(t) \\ y_p(t) &= C_{ae}x(t) + D_w w(t) + D_u u(t) + B_{ae}u_p(t) \end{aligned} \quad (17)$$

ここで, 入力 $u_p(t)$ は式(14), (17)の関係から次式のようになる.

$$\begin{aligned} u_p(t) &= -(I + \Sigma_p B_{ae})^{-1} \Sigma_p \\ &\quad (C_{ae}x(t) + D_w w(t) + D_u u(t)) \end{aligned} \quad (18)$$

ただし, $(I + \Sigma_p B_{ae})^{-1}$ は正則とする. この仮定のもとで式(17)は, 式(6), (7)と等価な表現となっている.

本稿では, 倒立振子の安定化制御 (レギュレーション問題) を考えるため, $w(t) = 0$ としたシステムについて考える.

3. サンプル値系統合化設計

ここでは, 前節で述べた機構系のパラメトリゼーションに基づいて, サンプル値系統合化設計を行う手法について述べる. まずはじめに, 本稿で提案する手法の基本となる最適サンプル値レギュレータ⁷⁾について述べた後, 提案する手法の評価関数と高速離散化近似に基づく実現法について述べる.

3.1 最適サンプル値レギュレータ

式(7)の状態方程式において、 $w(t) = 0$ とした次式を考える。

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \tilde{A}x(t) + \tilde{B}_u u(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (19)$$

最適サンプル値レギュレータは、連続時間制御対象に対して、連続時間2次形式評価関数

$$J_c = \int_0^\infty (x^T(t)Q_c x(t) + u^T(t)R_c u(t))dt \quad (20)$$

を任意の初期状態に対して最小にするようなサンプル値定数状態フィードバック則

$$u(t) = u[k] = -F_d x[k]; kh \leq t < (k+1)h \quad (21)$$

を求める問題である。ここで、 Q_c は半正定行列、 R_c は正定行列、 h はサンプリング周期であり、 $x[k] = x(kh)$, $(k = 0, 1, 2, \dots)$ である。

この最適サンプル値レギュレータは、式(19)の連続時間状態方程式と、式(20)の連続時間評価関数を、サンプル点上の状態 $x[k]$ と制御入力 $u[k]$ を用いて書き直すことにより、等価な離散時間最適レギュレータ問題に変換できる。これを以下に示す。

等価な離散時間状態方程式は、

$$x[k+1] = A_d x[k] + B_d u[k] \quad (22)$$

となる。ここで、

$$A_d = e^{\tilde{A}h}, B_d = \int_0^h e^{\tilde{A}t} \tilde{B}_u dt \quad (23)$$

また、等価な離散時間評価関数は、

$$J_d = \sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} x^T[k] \\ u^T[k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_s & S_s \\ S_s^T & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[k] \\ u[k] \end{bmatrix} \quad (24)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Q_s & S_s \\ S_s^T & R_s \end{bmatrix} &:= \\ \int_0^h \begin{bmatrix} \Phi(\theta) & \Psi(\theta) \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_c & 0 \\ 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi(\theta) & \Psi(\theta) \\ 0 & I \end{bmatrix} d\theta \end{aligned} \quad (25)$$

$$\Phi(\theta) = e^{\tilde{A}\theta}, \Psi(\theta) = \int_0^\theta e^{\tilde{A}t} \tilde{B}_u dt \quad (26)$$

このため、最適サンプル値レギュレータ問題は、式(22)の離散時間状態方程式のもとで、式(24)の評価関数を最小にする離散時間最適レギュレータ問題を解けばよいことになる。なお、サンプリング周期 h を $h \rightarrow 0$ とするとレギュレータゲイン F_d は、連続時間最適レギュレータのフィードバックゲイン F_c に漸近する。

3.2 評価関数

ここでは、提案する連続時間制御対象中のパシブパラメータと離散時間状態フィードバック則を同時に設計するサンプル値系統統合化設計の評価関数について述べる。

本稿では、サンプル値系統統合化設計の評価関数として、次式を考える。

$$J = J_d + J_p \quad (27)$$

ここで、 J_d は式(24)、 J_p は機構系に関する評価関数で、

$$J_p = \int_0^\infty \begin{bmatrix} u_k \\ u_d \\ u_e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} r_k & 0 & 0 \\ 0 & r_d & 0 \\ 0 & 0 & r_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ u_d \\ u_e \end{bmatrix} dt \quad (28)$$

として表されるものとする。ここで、評価関数 J_p の重みを $r_k, r_d, r_e = 0$ と設定した場合は、離散時間最適レギュレータ問題となる。

しかし、式(27)のように、離散時間系と連続時間系の混在する評価関数を最小にする解の導出法は知られていない。そこで、サンプリング周期 $h \rightarrow 0$ の場合を考え、式(27)の評価関数を式(20)を用いて、

$$J = J_c + J_p \quad (29)$$

とすることにより、連続時間系における統化設計問題に帰着できる。このため、評価関数を最小にする解は、ラグランジェの未定定数法などにより求めることができる。

3.3 高速離散化近似

サンプリング周期 $h \rightarrow 0$ とすると、離散時間系のレギュレータゲインは、連続時間系のゲインに漸近するが、ハードウェアの限界サンプリング周期 T_s より速いサンプリング周期 h を選ぶことはできない。

そこで、サンプル点間のふるまいを考慮するため、 T_s より速いサンプリング周期で離散化する高速離散化近似を考える。この手法は、制御対象の入出力信号を速いサンプリング周期でサンプル／ホールドし、サンプル点間のふるまいを階段関数で近似するものである。

サンプリング周期が $h = T_s/n$ (n は自然数)、すなわちハードウェア限界のサンプリング周期 T_s でサンプルされる信号のサンプル点間を、Fig. 2に示すように、 n 分割したとする。この h で式(19)を離散化したシステムを次式のように表す。

$$x_q[k+1] = A_q x_q[k] + B_q u_q[k] \quad (30)$$

$$y_q[k] = C_q x_q[k]$$

このとき、一つのサンプリング周期 T_s 間のシステムのふるまいは、次式によって記述される。

$$\begin{aligned} x_q[k+n] &= A_q^n x_q[k] \\ &+ \begin{bmatrix} A_q^{n-1} B_q & \cdots & B_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_q[k] \\ \vdots \\ u_q[k+n-1] \end{bmatrix} \quad (31) \\ \begin{bmatrix} y_q[k] \\ \vdots \\ y_q[k+n-1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_q \\ \vdots \\ C_q A_q^{n-1} \end{bmatrix} x_q[k] \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots & \ddots \\ C_q A_q^{n-1} B_q & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_q[k] \\ \vdots \\ u_q[k+n-1] \end{bmatrix} \quad (32) \end{aligned}$$

このように、サンプリング間隔を n 分割し、 n 入力 n 出力系と考えることにより、サンプル点間のふるまいを階段関数として扱うことができる。

実際には、ゼロ次ホールドを用いた場合、サンプリング間隔の値は一定であり、また、サンブラ

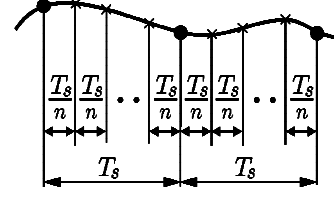


Fig. 2 高速離散化

はサンプリング周期 T_s ごとのデータのみが利用可能であるため、

$$\begin{bmatrix} u_q[k] \\ \vdots \\ u_q[k+n-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_q[k] \\ \vdots \\ u_q[k] \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} y_q[k] \\ \vdots \\ y_q[k+n-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_q[k] \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (34)$$

と考える。

以上より、本稿で提案するサンプル値系統統合化設計は、サンプリング周期 $h \rightarrow 0$ の場合の漸近的性質（離散系の特性が連続系に漸近する）を考えることにより、連続時間系における設計結果を用いて、高速離散化により近似的に実現するものである。

4. 倒立振子への応用

ここでは、本手法の有効性を検証するため、倒立振子の安定化問題を考える。

4.1 システム構成

倒立振子のモデルを、Fig. 3に示す。図中の m_p は振子の質量、 l_p は振子の重心までの長さ、 m_c は走行系の質量を表す。本稿では、簡単化のため、回転粘性減衰係数、走行系の粘性減衰係数を無視し、 θ_p に関する零近傍での線形化を考える。このとき、運動方程式は、

$$(m_p + m_c) \ddot{r}_c(t) + m_p l_p \ddot{\theta}_p(t) = u(t) \quad (35)$$

$$m_p l_p \ddot{r}_c(t) + \frac{4}{3} m_p l_p \ddot{\theta}_p(t) - m_p g l_p \theta_p(t) = 0 \quad (36)$$

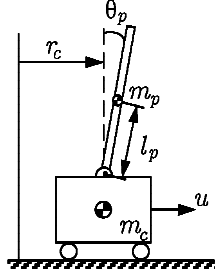


Fig. 3 倒立振子

となる．ここで， g は重力加速度を表す．

本稿では，統合化設計問題として，振子（長さ $l_p = 0.225[\text{m}]$ ，質量 $m_p = 0.089[\text{kg}]$ ）が与えられたとき，この振子を最適に制御するための走行系の質量 m_c （パッシブパラメータ）と，システムを安定化する状態フィードバック系を設計する問題を考える．

このとき，式(2)～(4)の行列は，

$$\begin{aligned} M(p_m) &= \begin{bmatrix} m_p + m_c & m_p l_p \\ 1 & \frac{4}{3} l_p \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m_p & m_p l_p \\ 1 & \frac{4}{3} l_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} m_c \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (37)$$

$$D(p_d) = 0 \quad (38)$$

$$K(p_k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -g \end{bmatrix} \quad (39)$$

となる．状態量を，

$$x(t) = \begin{bmatrix} r_c(t) & \theta_p(t) & \dot{r}_c(t) & \dot{\theta}_p(t) \end{bmatrix}^T \quad (40)$$

として，状態空間表現を求め，機構系のパラメトリゼーションを行った．

4.2 設計結果

倒立振子の安定化制御に対して，式(29)を最小にする解の導出を行った．まず，評価関数を式(28)，(11)などを用いて，

$$J = \int_0^\infty x'(t)(Q_c + F_c' R F_c + Q_e)x(t)dt \quad (41)$$

として書き換える．ここで， Q_e は

$$Q_e = W^T r_e W \quad (42)$$

$$\begin{aligned} W &= \Sigma_m(p_m)\{I + C_e E_0^{-1} B_e \Sigma_m(p_m)\}^{-1} \\ &\quad \times C_e E_0^{-1} (\tilde{A} - \tilde{B}_u F_c) \end{aligned} \quad (43)$$

式(19)を用いると，式(41)は，

$$J = x'(0) P x(0) \quad (44)$$

となる．ここで， P はリアプノフ方程式

$$\begin{aligned} P(\tilde{A} - \tilde{B}_u F_c) + (\tilde{A} - \tilde{B}_u F_c)' P = \\ - (Q + F_c' R F_c + Q_e) \end{aligned} \quad (45)$$

の解である．

これらの式にラグランジェの未定乗数法⁶⁾を適用し，ラグランジェ関数 L に関する偏微分 $\frac{\partial L}{\partial P}$ ， $\frac{\partial L}{\partial F_c}$ ， $\frac{\partial L}{\partial p_m}$ を求め，解を求める．しかし，この問題の解は，非線形連立行列不等式を解くことになるので，解析的に解を求めることは困難である．したがって，これを数値的に解くために，つぎのような傾斜法に基づく繰り返し計算アルゴリズムを考える．

- i) $i = 1$ とし，パッシブパラメータの初期値を決定する．
- ii) フィードバックゲイン F_c を求め，閉ループ系を構成する．
- iii) 評価値を減少させるパッシブパラメータを更新する．

$$m_c^{k+1} = m_c^k + \alpha \frac{\partial L}{\partial m_c} \quad (46)$$

ここで， α は収束の速さを調整するパラメータである．

- iv) ii) で求めた制御則は，iii) で更新されたパラメータ m_c に対してはもはや最適ではないため， $i = i + 1$ としてii)へ戻り，フィードバックゲイン F_c を再計算する．

ii)～iv)の手順を式(29)の評価値が収束するまで繰り返す。

以上の手順により，設計した結果をFig. 4, 5に示す．ここで，重み行列は， $Q_c = C^T C$, $R_c = 0.001$, $r_c = 0.001$ とした．これらのグラフから，アルゴリズムを繰り返すことにより，評価値が減少していることがわかる．また，このとき，台車の質量 m_c が0に収束していることから，台車の質量はできるだけ軽いほうが，評価値を小さくできるといえる．

4.3 シミュレーション結果

前節の結果から，実現可能な走行系の質量 $m_c = 2.013[\text{kg}]$ を選び， $x(0) = [0.2 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ ，すなわち台車の位置が正の方向に $0.2[\text{m}]$ ずれて静止している場合を初期状態とし，これを平衡点に戻すシミュレーションを行った．

シミュレーションの条件は，

- 1) 連続時間系に対する初期値応答
- 2) ハードウェア限界サンプリング周期 $h = T_s = 10[\text{ms}]$ における離散時間での応答
- 3) 高速離散化 $h = T_s/2$ における応答
- 4) 高速離散化 $h = T_s/5$ における応答

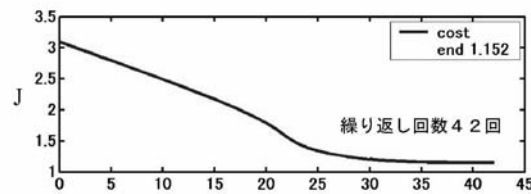


Fig. 4 評価値の減少の様子

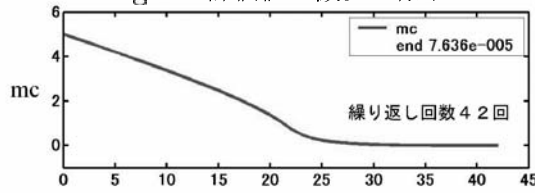


Fig. 5 パラメータ m_c の収束の様子

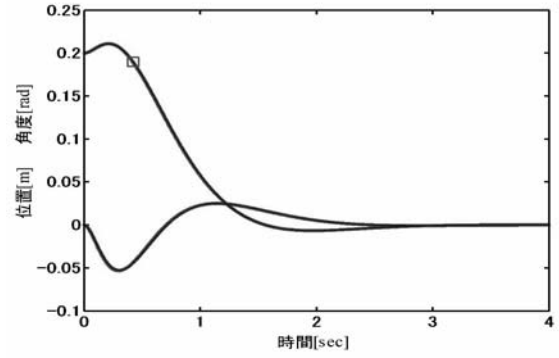


Fig. 6 時間応答

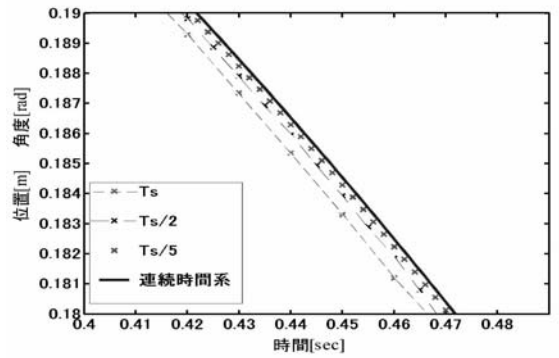


Fig. 7 時間応答(拡大図)

である．結果をFig. 6, 7に示す．Fig. 6より上記の比較の結果はおおよそ一致しているといえる．

Fig. 7は，Fig. 6における時間 $0.4[\text{s}]$ 付近での四角を拡大したものである．この結果から，高速離散化近似により，サンプリング周期を速くしたものの方がより連続時間系に近い応答を示すといえ，高速離散化の効果が現れていることがわかる．

4.4 実験結果

実験装置の構成をFig. 8に示す．本稿では，シミュレーションで用いた台車の質量 m_c を $2.013[\text{kg}]$ ，サンプリング周期を $h = T_s/2$ とした場合について実験を行った．なお，実験では，台車の速度 $\dot{r}_c$ と振子の角速度 $\dot{\theta}_p$ を直接測定することができないため，同一次元オブザーバによる推定値を用いた．

実験結果をFig. 9に示す．図より，台車の位置，振子の角度ともに多少の振動が見られるが，良好

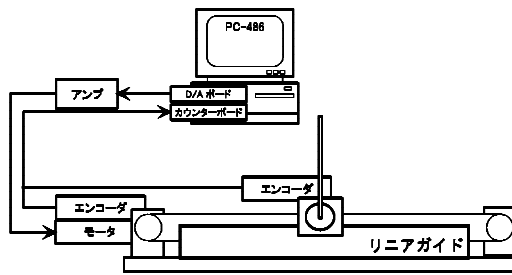


Fig. 8 実験装置の構成

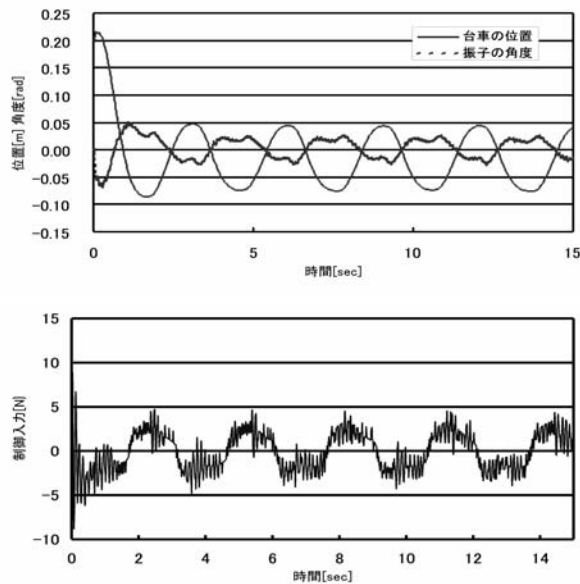


Fig. 9 実験結果

な結果であるといえ、本手法の有効性を示すことができた。

5. おわりに

本稿では、高速離散化近似に基づくサンプル値系統合化設計の一設計法を示した。また、倒立振子に対して、シミュレーションおよび実機実験により、本手法の有効性を示した。

参考文献

- 3) 平元, 土岐, 大日方: Youla パラメトリゼーションに基づく構造系と制御系の同時最適設計, 日本機械学会論文集 (C編) **65-630**, 83/89 (1999)
- 4) 安達: 機械構造系と振動制御系の同時最適化 -閉ループ系再設計によるアプローチ, システム/制御/情報, **44-11**, 615/622 (2000)
- 5) 田中, 杉江: 構造系と制御系の統合化設計, 計測と制御, **40-6**, 448/453 (2001)
- 6) 小郷, 美多: システム制御理論入門, 実教出版 (1979)
- 7) 原, 山本: サンプル値制御理論Ⅲ -最適制御問題とその解法, システム/制御/情報, **43-12**, 660/668 (1999)
- 8) 伊藤: 基礎からのマシンデザイン, 森北出版 (1999)
- 1) 孫, 大日方: 構造系のパラメトリゼーションに基づく構造系と制御系の同時最適設計の一手法, 日本機械学会論文集 (C編), **67-657**, 237/243 (2001)
- 2) 大日方: 構造系と制御系の同時最適設計問題, 計測と制御, **36-4**, 254/261 (1997)