

核理研 NKS 装置内における高エネルギー荷電粒子の運動解析

Analysis of high energy charged particle tracks in Neutral Kaon Spectrometer at LNS

遠藤 周, 佐藤 武志, 佐々木 厚

Amane Endo, Takeshi Sato, Atsushi Sasaki

秋田大学

Akita University

キーワード：荷電粒子の運動量(momentum of charged particle), 発射仰角(angle of elevation), 直線近似(linear fit), ねらい撃ち法(shooting method)

連絡先：〒010-8502 秋田市手形学園町 1-1 秋田大学工学資源学部電気電子工学科
電気エネルギー工学講座 佐々木 厚

Tel : (018)889-2569 E-mail : sasaki@ed.phys.akita-u.ac.jp

1 . はじめに

素粒子物理学では,磁場内での荷電粒子の運動を相対論的に解析することで,その荷電粒子の運動量を求めるのが普通である。解析を行うための装置に NKS 装置というものがあるが,従来,この装置内での運動解析は,磁束密度 B_z (円筒座標 (r, θ, z) における z 成分)のみを用いた場合の解析しか行われてこなかった。しかし,佐藤武志の研究により,NKS 装置内に磁束密度の r 成分 B_r , θ 成分 B_θ がゼロでない部分が存在することが明らかになった。

本研究では B_r, B_θ が存在する場合の荷電粒子の運動解析を行い,従来の解析との比較,検討を行った。また,同時に従来の解析の妥当性についても検討した。

2 . 荷電粒子の運動方程式

2.1 運動方程式

一般に磁場内で荷電粒子を運動させた場合,相対論的な運動方程式は

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \dots (2-1)$$

ただし

- m : 荷電粒子の運動質量[kg]
- \vec{p} : 荷電粒子の運動量[kg · m/s]
- q : 荷電粒子の電荷[C]
- \vec{v} : 荷電粒子の速度[m/s]
- \vec{B} : 磁束密度[T]

と表すことができる。また一般に, 時間的に定常な磁場内での荷電粒子の運動は等速運動である。よって, 運動質量 m は静止質量 m_0 を用いて

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \text{const} \quad \dots (2-2)$$

$$\beta = \frac{v}{c} \quad (c \text{ [m/s] : 光速 約 } 3.0 \times 10^8 \text{ m/s})$$

と表すことができ, これより(2-1)式は

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \dots (2-3)$$

となる。ここで, 上式の \vec{v} , \vec{B} を各方向成分(x , y , z)に分けて表すと

$$m \frac{dv_x}{dt} = q(v_y B_z - v_z B_y) \quad \dots (2-4)$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = q(v_z B_x - v_x B_z) \quad \dots (2-5)$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = q(v_x B_y - v_y B_x) \quad \dots (2-6)$$

という3式を得ることができる(B_x, B_y が B_r, B_ϕ を作る)。ここで磁場が一様な場合はこれら3式を解析的に解くことができる。

しかし, 本研究では磁場が一様ではない場合を扱っているため, これらの式を解析的に解くことができない。よって本研究では, このような常微分方程式を数値的に解く方法のひとつ「4次 Runge-Kutta 法」を用いて(2-4) ~ (2-6) 式を解くことにする。なお, 磁場解析の精度が B_z で $\pm 1\%$, B_r, B_ϕ で $\pm 10\%$ であることを考慮すると, X, Y, Z それぞれの座標の精度は, 大体 10^{-1} cm 程度のオーダーとなる。

2.2 単位変換

素粒子物理学では, 質量や運動量の単位は [MeV]および[MeV/c]が用いられている。本研究でもそれに従う。ある質量 m [kg]を[eV]単位に変換するには

$$m_{eV} = \frac{m_{kg} c^2}{e} \quad \dots (2-7)$$

ただし

- m_{eV} : [eV]単位で表した質量
- m_{kg} : [kg]単位で表した質量
- e : 電気素量の値 (約 1.60×10^{-19})

を用いればよい。また, ある運動量 p [kg · m/s]を[eV/c]単位に変換する場合には

$$p_{eV} = \frac{p_{kg \cdot m/s} c}{e} \quad \dots (2-8)$$

ただし

- p_{eV} : [eV]単位で表した運動量
- $p_{kg \cdot m/s}$: [kg · m/s]単位で表した運動量

を用いればよい。

$$1 \text{ [MeV]} = 10^6 \text{ [eV]}$$

3 . 荷電粒子の運動の軌跡

3-1 本研究で用いた座標系

本研究では, 佐藤武志が用いた x 軸が NKS 装置に直行している座標系(これを Device 座標系と呼ぶ)ではなく, 荷電粒子を発生させるため装置内に打ち込まれる線の入射する向きを, x 軸正の向きとして扱う座標系(これを座標系と呼ぶ)を用いた。なお, この座標系において, 原点は装置の中央とする。

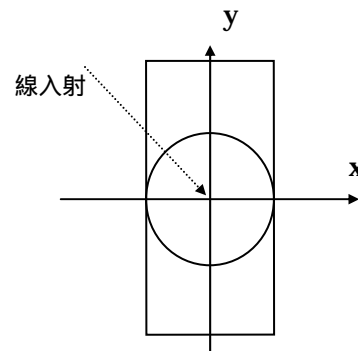


図 3-1 : Device 座標系

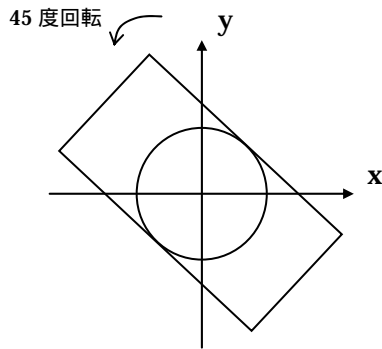


図 3-2 : 座標系

また図 3-3 は , 荷電粒子の z 座標を測定するためのプラスチック・シンチレーション・カウンタ(OH: Outer Hodoscope)の設置地点を , 座標系で表したものである。これを見ると , OHは原点から約 80 ~ 90cm ほどの地点に設置されていることがわかる。

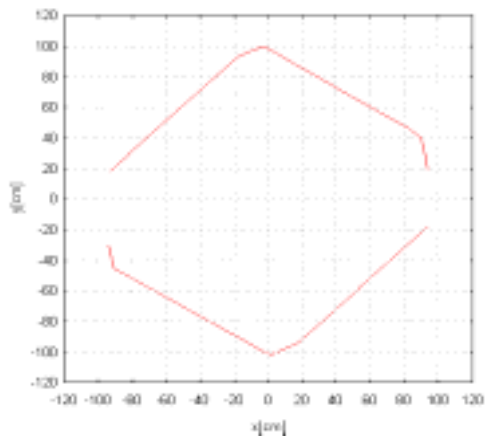


図 3-3 : OH の設置位置

3-2 従来の運動解析

ここでは磁場が B_z のみで , 一様ではない場合の運動解析(従来の解析)について検討する。荷電粒子の軌跡は , (2-4) ~ (2-6) 式を Runge-Kutta 法により数値的に解析することで求めた。また , 解析は荷電粒子の運動量が 80MeV/c, 100MeV/c, 300MeV/c の場合について行い , OH に衝突するまでの間行った。なお , この節での初期条件は次のようにする。

初期条件

- 荷電粒子 : +中間子
- 発射位置 : 原点
- 発射方向 : x 軸正の向き
- 発射仰角 : 5 度
- 解析時間 : OH に衝突するまで

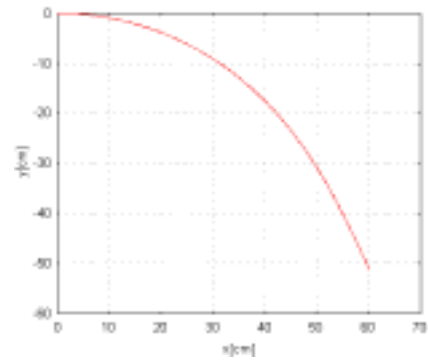


図 3-4 : 運動量 80MeV/c 時の xy 平面での + 中間子の運動

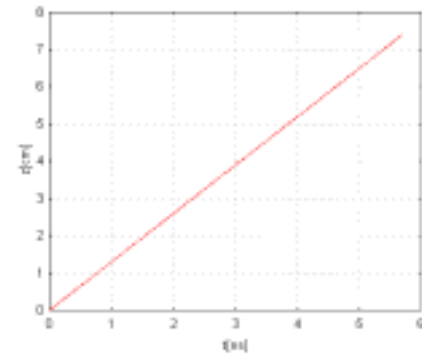


図 3-5 : 運動量 80MeV/c 時の z 座標の時間変化

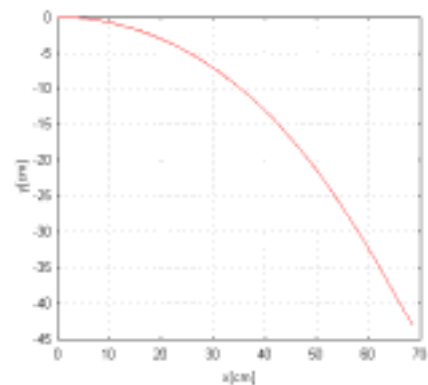


図 3-6 : 運動量 100MeV/c 時の xy 平面での + 中間子の運動

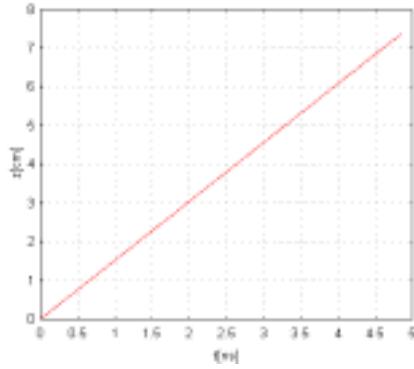


図 3-7 : 運動量 100MeV/c 時の z 座標の時間変化

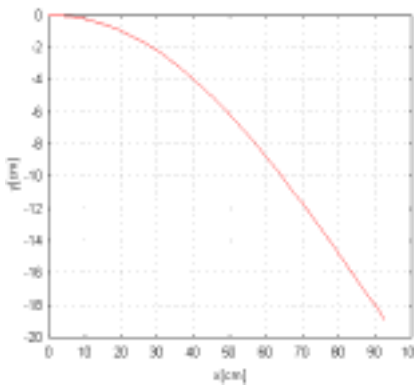


図 3-8 : 運動量 300MeV/c 時の xy 平面での + 中間子の運動

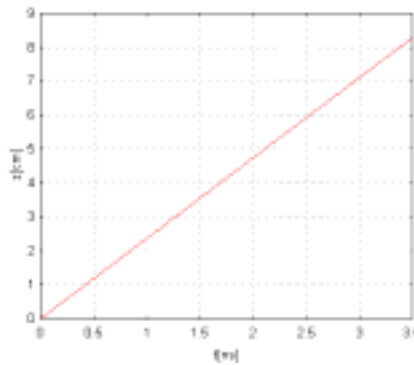


図 3-9 : 運動量 300MeV/c 時の z 座標の時間変化

は, B_r に比べ磁場の大きさが小さいことも明らかとなっている。よって, ここでは B_r による影響について解析する。佐藤武志の解析によると B_r は磁極の中心付近では現れず, 磁極の縁付近で現れることがわかった。また B_r の方向は常に中心向きであり, 最大 0.4T ほどの大きさを持つ, という傾向があることも同時に明らかとなった。ここでは B_r が存在し, かつ一様ではない磁場内での荷電粒子の軌跡を(2-4) ~ (2-6) 式を Runge-Kutta 法で数値的に解析することで求めた。また, 解析は荷電粒子の運動量が 80MeV/c, 100MeV/c, 300MeV/c の場合について行い, OH に衝突するまでの間行った。なお, この節での初期条件は次のようにする。

初期条件

- 荷電粒子: +中間子
- 発射位置: 原点
- 発射方向: x 軸正の向き
- 発射仰角: 5 度
- 解析時間: OH に衝突するまで

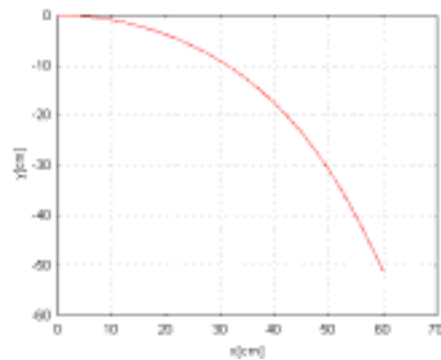


図 3-10 : 運動量 80MeV/c 時の xy 平面での + 中間子の運動

図 3-4 ~ 3-9 より, 磁場が B_z のみの場合荷電粒子の x-y 成分のみ磁場の影響を受け, z 成分は影響を受けないことがわかる。なお, 磁場の向きは図の裏側から表側という方向である。

3-3 磁場 B_r が存在する場合の解析

佐藤武志の解析により, NKS 装置内の磁場は B_z だけでなく B_r, B_ϕ も存在することが明らかとなった。後述するが, その解析によると B_ϕ

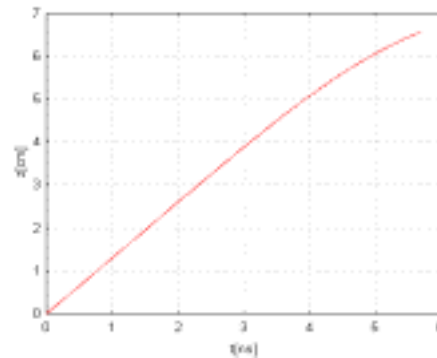


図 3-11 : 運動量 80MeV/c 時の z 座標の時間変化

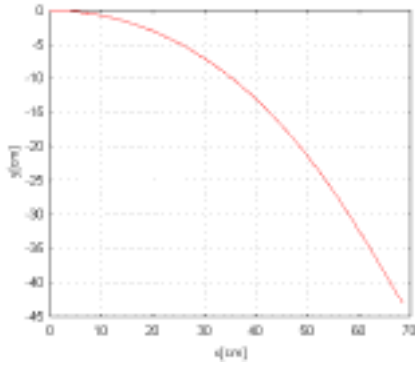


図 3-12：運動量 100MeV/c 時の xy 平面での + 中間子の運動

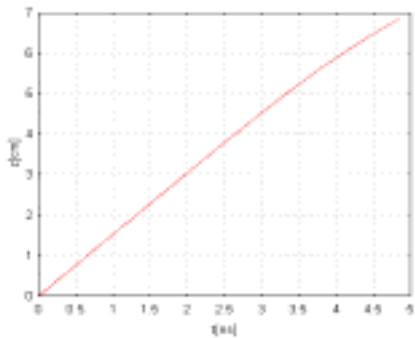


図 3-13：運動量 100MeV/c 時の z 座標の時間変化

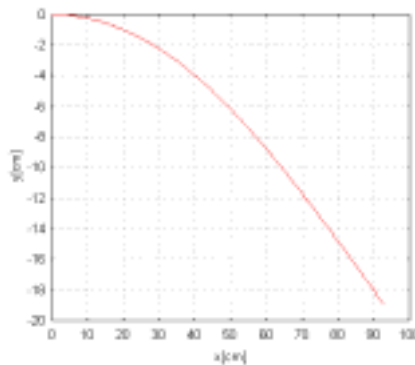


図 3-14：運動量 300MeV/c 時の xy 平面での + 中間子の運動

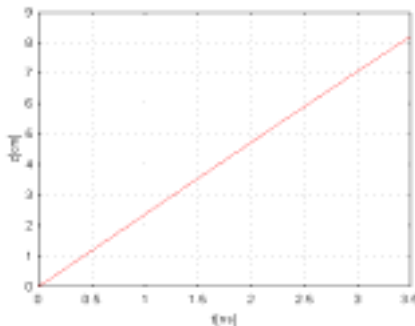


図 3-15：運動量 300MeV/c 時の z 座標の時間変化

図 3-10～3-15 より，運動量が大きくなると

磁場 B_r が運動に与える影響が小さくなるという傾向があるとはいえ，荷電粒子の運動の z 成分に影響を与えるものと思われる。

4．従来の解析との比較

ここでは，磁場が B_z のみの場合（従来の解析）と， B_r も存在するとした場合の荷電粒子の運動の軌跡を

xy 平面での軌跡の違い

z 座標の変化

の二つに分けて比較，検討する。

4-1 xy 平面での軌跡の違い

荷電粒子の xy 平面での軌跡の違いを，運動量 100MeV/c,500MeV/c の場合を例にとって比較，検討する。ここでは

$dx = (\text{従来の解析の } x) - (B_r \text{ がある場合の } x)$

$dy = (\text{従来の解析の } y) - (B_r \text{ がある場合の } y)$

なる dx, dy を縦軸に，時間を横軸にとり dx, dy の時間変化を図に示す。なお，この節での初期条件は次のようにする。

初期条件

荷電粒子： + 中間子

発射位置：原点

発射方向：x 軸正の向き

発射仰角：5 度

解析時間：OH に衝突するまで

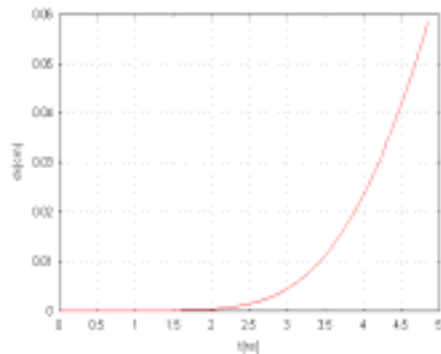


図 4-1：運動量 100MeV/c 時の dx の時間変化

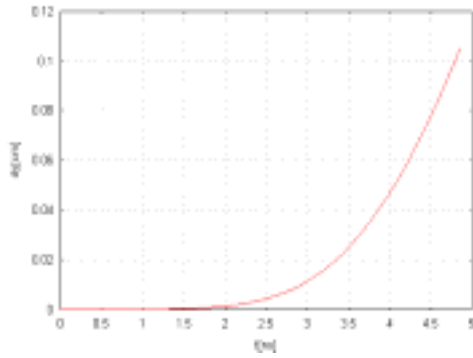


図 4-2 : 運動量 100MeV/c 時の dy の時間変化

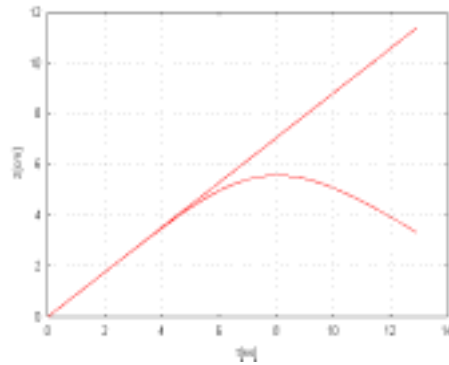


図 4-5 : 運動量 50MeV/c 時の z 座標の時間変化
OH における z 座標の差 = 8.1cm

図 4-1,4-2 は解析の精度より小さい値を扱っている。このため、値自身はあまり信用できないが、軌跡の違いの傾向を見て取る分には問題ないと思われる。

4-2 z 座標の変化

次に、従来の解析と、 B_r も存在するとした場合の荷電粒子の z 座標の違いを比較検討する。ここでは、z 座標を

-) 運動量依存性
-) 仰角依存性

という観点から比較する。

) 運動量依存性

荷電粒子を π^+ 中間子として、初期条件を運動量のみ 50MeV/c,80MeV/c,100MeV/c,300MeV/c と変化させた場合の z 座標の時間変化を図に示す。なお、図 4-5 から図 4-8 において、時間とともに直線的に変化しているのが従来の解析、下方に曲がっているのが B_r も存在する場合の解析である。なお、この節での初期条件は次のようにする。

初期条件

荷電粒子： π^+ 中間子
 発射位置：原点
 発射方向：x 軸正の向き
 発射仰角：5 度
 解析時間：OH に衝突するまで

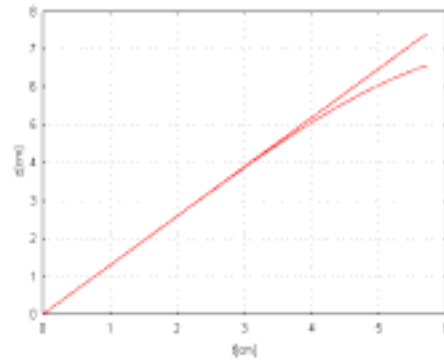


図 4-6 : 運動量 80MeV/c 時の z 座標の時間変化
OH における z 座標の差 = 0.8cm

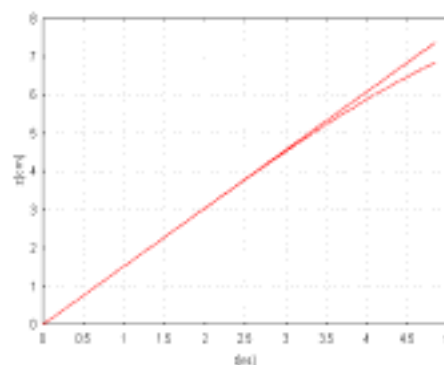


図 4-7 : 運動量 100MeV/c 時の z 座標の時間変化
OH における z 座標の差 = 0.5cm

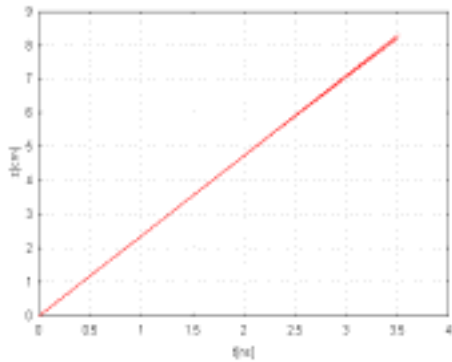


図 4-8 : 運動量 300MeV/c 時の
z 座標の時間変化
OH における z 座標の差 = 0.1cm

これらの図より、磁場 B_r は主に荷電粒子の Z 方向の運動に影響を与えるものと思われる。また、その影響は、荷電粒子の運動量が大きいほど、小さくなるのがわかる。なお、図 4-9 は横軸に荷電粒子の運動量、縦軸に dz をとり、 dz の運動量依存性を示したグラフである。ここで、 dz とは OH に到達した時点での z 座標の差であり

$dz = (\text{従来の解析の } z) - (B_r \text{ がある場合の } z)$
である。

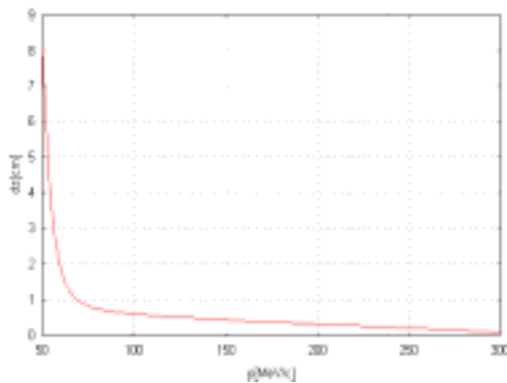


図 4-9 : dz の運動量依存性

）仰角依存性

次に、荷電粒子の初期条件を発射仰角のみ 5 度、10 度、15 度と変化した場合の、z 座標の時間変化を図に示す。なお、図 4-10 から図 4-12 において、時間とともに直線的に変化しているのが従来の解析、下方に曲がっているのが B_r も存在する場合の解析である。なお、この節で

の初期条件は次のようにする。

初期条件

荷電粒子： +中間子
発射位置：原点
発射方向：x 軸正の向き
運動量：100MeV
解析時間：OH に衝突するまで

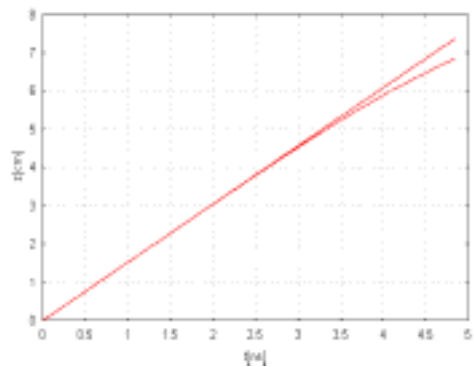


図 4-10 : 発射仰角 5 度時の
z 座標の時間変化
OH における z 座標の差 = 0.5cm

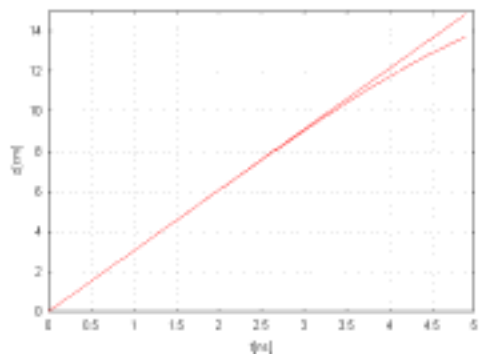


図 4-11 : 発射仰角 10 度時の
z 座標の時間変化
OH における z 座標の差 = 1.1cm

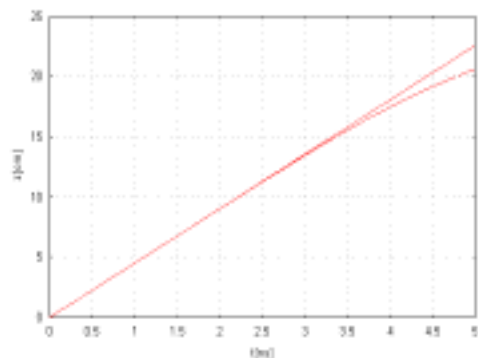


図 4-12 : 発射仰角 15 度時の
z 座標の時間変化
OH における z 座標の差 = 1.9cm

これらの図より、荷電粒子の発射仰角が大きいほど、 B_r より z 座標が受ける影響は大きくなるのがわかる。なお、下図は横軸に荷電粒子の発射仰角、縦軸に dz とした z 座標の仰角依存性を示すグラフである。 dz とは OH に到達した時点での z 座標の差であり

$dz = (\text{従来の解析の } z) - (B_r \text{ がある場合の } z)$ である。

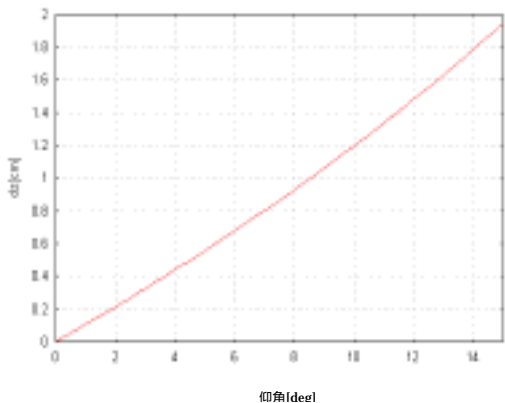


図 4-13 : dz の仰角依存性

4-3 磁場 B_ϕ の影響

佐藤武志の解析により、NKS 装置内の磁場は B_z, B_r の他に B_ϕ なる磁場も存在することが明らかとなった。その解析により、 B_ϕ は磁極中心付近ではほとんど現れず、磁極の縁付近で現れることがわかった。また、 B_ϕ は座標系において x 軸、 y 軸上の磁極の縁付近で、最大値 0.1T ほどの大きさを持つことも明らかとなった。

この磁場の値をもとに B_ϕ が存在する場合の荷電粒子の軌跡を求め、従来の解析と比較したのが図 4-14 である。なお、ここでは磁場が B_z, B_ϕ のみ存在するような場合の z 座標の変化についてのみシミュレーションを行った。(B_ϕ による影響は、 B_r と同様の運動量依存性と仰角依存性を持つ) なお、図 4-14 において、時間とともに直線的に変化しているのが従来の解析、下方に曲がっているのが B_r も存在する場合の解析である。

初期条件

荷電粒子 : $+ \text{中間子}$
 運動量 : 80MeV/c
 発射位置 : 原点
 発射方向 : x 軸正の向き
 発射仰角 : 15 度
 解析時間 : OH に衝突するまで

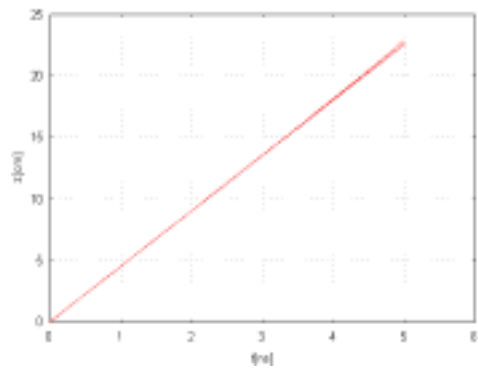


図 4-14 : z 座標の時間変化
 OH における z 座標の差 = 0.3cm
 このときの B_r による影響 = 1.9cm

この場合、磁場 B_ϕ による影響は B_r の影響に比べ無視しえる程度のものであることがわかる。また、他にも解析を行った結果、 B_ϕ の影響に比べ全体的に B_r の影響のほうが大きく (B_ϕ の影響が最も大きい点でも、 B_r の影響のほうが 7 倍近く大きい)、支配的であることがわかった。

5 . 従来の解析の妥当性

従来、荷電粒子の解析を行う際は B_r を無視し、 z 方向の運動を、出発点での z 座標と OH に到達した時点での z 座標の間の直線運動として近似し、解析していた。しかし、これまでのシミュレーションで B_r が存在する場合の z 方向の運動は直線的ではないことが明らかとなっている。

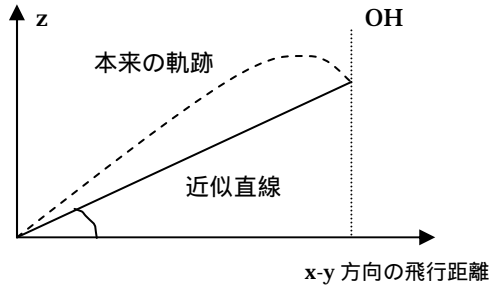


図 5-1 : 近似直線

よってここでは、本来の荷電粒子の z 方向の運動と、直線近似した場合の z 方向の運動がどの程度差があるかを求め、さらに荷電粒子の、
 ならびに直線近似した場合の仰角を本来の値と比べることで、 z 方向の直線近似が妥当であるかどうかを確認する。なお、確認は運動量を $100\text{MeV}/c, 300\text{MeV}/c, 500\text{MeV}/c$ と変化させた場合について行い、初期条件は以下のように定めた。

初期条件 (5 - 1)

- 荷電粒子： +中間子
- 発射位置：原点
- 発射方向：x 軸正の向き
- 発射仰角：15 度
- 解析時間：OH に衝突するまで

ただし、ここでは荷電粒子が最も B_r の影響を受けた場合の事例のみ紹介する。なお、 dz とは z 座標の差であり

$$dz = (\text{時刻 } t \text{ における直線近似した場合の } z) - (\text{時刻 } t \text{ における本来の軌跡の } z)$$

である。

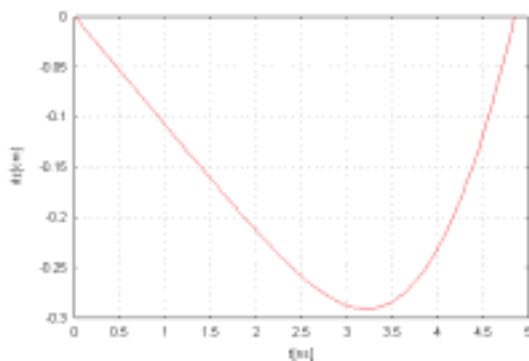


図 5-2 : 運動量 $100\text{MeV}/c$ 時の dz の時間変化

計算結果

dz の大きさの最大値
 $t=3.22\text{ns}$ の時 $dz = -0.2\text{cm}$

の比較
 本来の軌跡の $\theta = 0.582$
 直線近似した場合の $\theta = 0.581$
 の相対誤差 = 0.2%

仰角の比較
 直線近似した場合の仰角 $\theta = 13.7$ 度
 仰角の差 = 1.3 度

なお、座標の精度が 10^{-1}cm オーダーであることから、 dz は 10^{-3} 、仰角は 10^{-1} 度のオーダーで表す。

測定装置の分解能が、

z : $\pm 3\%$ 程度

仰角 : ± 2 度程度

であることを考慮すると、計算結果より、従来の解析方法(直線近似)は妥当であるといえる。

稀なケースとして(初期条件(5-1)において、運動量を $100\text{MeV}/c$ 、発射方向を 140 度付近としたごく狭い領域での解析の場合)、仰角の差が約 2.5 度程度現れる場合もある。しかし、これは分解能の 1.25 倍程度の誤差であり、統計学的な「ゆらぎ」の範囲に入るので、やはり直線近似は妥当であるといえる。なお、この場合の dz の相対誤差は約 0.2% であった。

6 . ねらい撃ち法

従来の解析が妥当であることは上で述べたが、直線近似では荷電粒子の発射仰角が本来のものと異なってしまふ。そこで、逐次近似的により正しく仰角を求める方法の一つ、「ねらい撃ち法」と呼ばれるものを用いてみる。ねらい撃ち法とは、図 6-1 のようにある方程式を x_1 から x_2 へ向けて数値的に解いてゆき、解が終点 x_2 における境界条件にあわない場合、初期条件を変化させ再び同様のことを行い、境界条件にあわせるように調整するものである。この場合、変化させる初期条件を仰角、境界条件を OH にぶつかったときの座標としてねらい撃ち

ち法を行えばよい。ここでは、さまざまな条件でねらい撃ち法を行ったうちの結果の一例を示す。なお解析に用いた荷電粒子は +中間子であり、全て原点より x 軸正の向きに発射している。

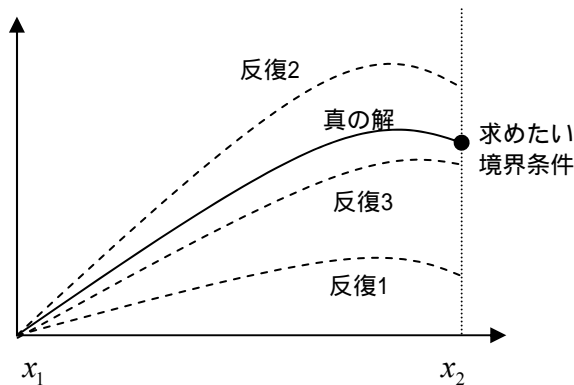


図 6-1：ねらい撃ち法概念図

- (1) 運動量：100MeV/c
 本来の仰角：15.00 度
 直線近似での仰角：13.2 度
 ねらい撃ちで得られた仰角：15.0 度
- (2) 運動量：300MeV/c
 本来の仰角：5.00 度
 直線近似での仰角：4.7 度
 ねらい撃ちで得られた仰角：5.00 度

ねらい撃ち法を行うための初期条件、境界条件は Runge-Kutta 法でイベントを発生させて求めた。本来の仰角とは、このイベント発生時に用いた仰角である。

結果からわかるように、ねらい撃ち法は本来の仰角にかなり近い値を求めることができる。

7. むすび

今回、研究を行った結果、NKS 装置内における磁場 B_r, B_ϕ は、主に荷電粒子の z 方向の運動に影響を与え、その影響は運動量の大きさ、発射仰角に依存することが明らかとなった。しか

しまた、 B_r, B_ϕ による影響はそれほど大きいものではなく従来 B_r, B_ϕ を無視した解析法が十分妥当であることも明らかとなった。

しかし、 B_r, B_ϕ の影響は運動量が小さいと大きくなることも同時に明らかとなった。NKS 装置では、今現在は 80MeV 以下の運動量の荷電粒子は扱っていないが、将来もっと運動量が低い荷電粒子の解析も行う際、この影響が無視できないものになる可能性は十分考えられる。よって、やはり解析を行う際は、磁場 B_r, B_ϕ を導入することが望ましい。

謝辞

本研究は、東北大学理学部の橋本治教授を代表者とする、1.2GeV Strecher Booster Ring における K0 中間子光生成反応の研究グループより、磁場データを提供していただき実地したものである。橋本治教授を初めとする、研究グループの皆様には深く感謝いたします。

参考文献

- 1) R.Hagedorn 著：RERATIVISTIC KINEMATICS
 W.A.BENJAMIN,INC 出版、1963 年 10 月 10 日
- 2) Willam H.Press 他 著、丹慶勝市 他 訳：NUMERICAL RECIPES inC (日本語版)、技術評論社 出版、1993 年 6 月 25 日