計測自動制御学会東北支部 第204回研究集会 (2002.10.12)
資料番号 204-11

エンジンのための寸法最適化に関する研究

The Research of Sizing Optimization for Engin Design

○大沢　智成*，大久保　重範**，及川　一美***，高橋　達也†

○Tomonari Osawa*, Shigenori Okubo**,
Kazumi Oikawa***, Tatsuya Takahashi†

*山形大学

*Yamagata University

キーワード： CAD (Computer Aided Design)，寸法最適化 (Sizing Optimization)，エンジン設計 (Design of Engin), 設計支援システム (System of Design)

連絡先： 〒992-8510　山形県米沢市城南4-3-16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室
大沢智成，Tel: (0238)26-3245，Fax: (0238)26-3245，E-mail:

1.　はじめに

CAD(Computer Aided Design or Drawing) は設計者が自分の構想を図面に表現するためのツールである。CADとCAEはそれぞれが育ってきた土壌が異なるためにお互いの相性は必ずしも良くない。従って現状では設計者が，ある一つの構想を持って設計の初期パラメータを設定し，その構想の妥当性を検証する必要に迫られた場合，その問題はCAEを業務とする解析班に引き渡される。

現在，線形・非線形解析を行なう汎用のFEMソフトウェアが様々な設計・解析業務にて有効利用されている。また，新たに最適化支援（CAO:Computer Aided Optimization）という概念を提唱し，最適化環境を構築するソフトウェアが登場し始めている。

設計案の物理特性をリアルタイムに設計者に見せることで，概念設計のなかで素性の良い設計案を創出できる。しかし，特性把握だけでは充分でない。そこで，設計段階での寸法最適化を促す最適設計手法を導入することを考えている。

2.　最適化手法

設計者にとって，概念設計段階で設計値の変更によりどのようにその性能が変化するのかを把握しながら設計できることが望ましい[1]。最適化計算手法の１つとして，剛性や重量などの目標値に対する形状寸法の最適化やその影響度を算出する方法に応答曲面法を用いた。

2.1　数値解析における応答曲面法

応答曲面法とは，最適化問題の目標関数等に近似手法を用いた最適化の一つで，その近似に，応答曲面と呼ばれる関数を使用した手法である。これは，設計変数と状態量の間を何点かの解析もし

[1]参考文献5),6)

くは実験結果を用いて近似した関数である。一般的には，解析や実験点のパラメータ設定に実験計画法が用いられ，関数の近似に最小二乗法が使用される。

Fig.1に通常の最適化の流れを示す。数値解析の分野では，それぞれの数値モデルに関する感度を求め，その感度と数値モデルとを用いて最適化を行なう手法が一般的である。この手法では数値解析と感度解析を繰り返しながら，最適解が得られるまで収束計算を行なうため，モデル規模が大きくなった場合には計算時間と容量を非常に多く必要とし，実質上最適化は不可能となる。また，非常に非線形性の強い問題やた多峰性の問題では，感度が得られなかったり，局所解に陥ってしまう等の問題で解が求まらないケースもある。このような従来の最適化の問題を解決するために，応答曲面法が使用されるようになった。

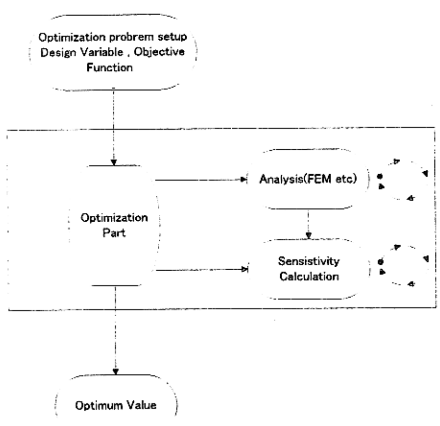

Fig. 1　Conventional Optimization

応答曲面法では，最適化の条件設定を行なった後に，設計変数と目標関数や制約条件との間で応答曲面を作成する。そして，その応答曲面を用いて，従来からある最適化手法により最適解を求める。このように，最適化計算の中には応答曲面と言う非常に簡素化された関数しか存在しないため，その部分の計算は非常に早くなる。

ただし，最適解の精度は応答曲面の近似精度に依存することになる。

前述のように，応答曲面では，一般には実験計画法によってパラメータの設定を行い，その設定に基づいた回数の数値解析を実施する。次に，その結果を基に目標関数や制約条件を応答曲面として近似する。このように，実験計画法を使うことで応答曲面の信頼度を高めることができる。

2.2　応答曲面

応答曲面とは，n個(n¿1)の設計変数$x_i (i = 1 \cdots n)$から予測される応答yの関係式を近似したものである。

$$y = f(x_1 \cdots x_n) + \varepsilon \quad (1)$$

一般には，この関数fは，取り扱いが簡単なことから多項式が用いられることが多いが，変数変換により線形化可能な非線形関数（指数関数等）も用いられる。

2.3　最小二乗法

応答曲面では，線形関数や線形化変換可能な関数は，最小二乗法を用いることで容易にその係数が求められることや，求まった関数に対する統計的評価ができる利点がある。そのために，最小二乗法を用いた関数近似が応答曲面法の主流となっている。

応答曲面として2次多項式を用いた場合，応答曲面の式は次のようになる。

$$y = \beta_0 + \sum_{i=0}^{n} \beta_i x_i + \sum_{i=0}^{n} \beta_{ii} {x_i}^2 + \sum_{i<j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

簡素化するために2変数x_1, x_2の多項式とすると，一般形は次式で表される。

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 {x_1}^2 + \beta_4 {x_2}^2 + \beta_5 x_1 x_2 \quad (3)$$

この式で2次の項をそれぞれ1変数として${x_1}^2 = x_3, {x_2}^2 = x_4, x_1 x_2 = x_5$と置換すると，この式は多変数1次式に変換される。この変換は，3次以上の多項式に関しても同様に可能である。

このように線形化させれば，実験点（解析点）の数n，設計変数の数をkとすると，線形回帰モデルは，次の式で表される。

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon \tag{4}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{k1} & x_{k2} & \dots & x_{kp} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \qquad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

この誤差の二乗和を最小にすることで，係数βの不偏推定量bが次のように得られる。

$$b = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y} \tag{5}$$

一般に回帰モデルが適切か否かの判定は，決定係数R^2を用いる。決定係数は，R^2は1で完全に一致し，残差が増えると1の範囲で減少する。ただし，変数の数が増えると残差が減少するため，決定係数は値が高くなる。そのため，より一般的な回帰モデルの判定には，単位自由度あたりの残差を比較する自由度調整決定係数R^2_{ad}によって評価する。

$$R^2 ad = 1 - \frac{SSE/(n-k-1)}{Syy/(n-1)} \tag{6}$$

残差平方和：$SEE = y^T y - bTXTy$

応答yの変動：$Syy = yTy - T^2/n$

2.4 実験計画法

実験計画法とは実験の実行に予想外の因子の影響を避けるための計画であるが，このことはより良い回帰式を作成するためのパラメータを作ることと等価になる。この回帰式そのものが，前節で説明した最小二乗法を用いた応答曲面法となる。

実験計画法においては，連続した変数であってもすべての変数を水準という離散化した形で考える。このように，変数を離散化することで組合せの数を減少させることが可能であるとともにノイズに強くなるという利点も有している。

実験計画法には全因子計画，直交計画，中央複合計画(CCD)，D最適化基準等多くの手法が提案されている。一般には，2次多項式には直交計画が良く使用され，2次多項式にはCCDが使われているが，水準の割付や容易さや効率性から，直交計画を用いる方法が使いやすいと思われる。ここでは直交計画の概略を説明する。

2.5 直交計画

直交計画は1次多項式の実験計画に通常は使われる。直交表を用いて水準を割付けることでパラメータの設定を行なう。Table1に2水準のL8直交表を示す。この表の縦方向行は実験回数を表し，変数の水準を各列に対して指示どおり割付けることで，パラメータが簡単に設定可能である。

Table1 L8直交表

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1
列名	a	b	ab	c	ac	bc	abc

線形関数には，2水準の直交表，2次関数には3水準の直交表が使われ，3次以上の高次に対した直交表も作成可能である。ただし，多水準の直交表の場合直交実験とならないため，2次以上の高次多項式には直交多項式が必要となる。一般的には，チェビシェフの直交多項式がよく使われる。このように，直交多項式と直交表を用いることで多

水準の場合も直交実験となる。

また直交計画は，低次のものやそれぞれの変数の交互作用がないものに関しては効率的であるが，高次や交互作用が多くなると，パラメータセットの数（実験数）が多くなることと，回帰モデルが直交多項式に制限されるという欠点がある。しかし，どの直交表を選ぶかだけでパラメータの設定が可能であり，簡便性に優れている。

3.　システムの構築と評価

以上に述べた最適化手法を設計支援と統合化するために，そのベースとなる設計支援システムを構築した。設計後のイメージ描画にはOpenGLを用いた。OpenGLは，2次元，3次元のジオメトリプリミティブ(点，線，ポリゴン)を備えたグラフィックスライブラリーである。以下に作成したシステムを示す。fig.2は設計変数入力Dialogである。ここで各設計値を変化させることで，Open GLによる設計変更後のイメージ描画が行なわれる。作成された設計イメージをFig.3に示す。

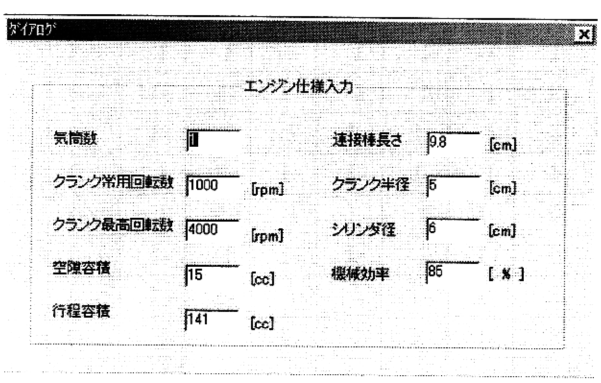

Fig. 2　Image of Dialog

4.　結言

今回構築したシステムに最適化手法を導入することにより，設計段階で設計対象を容易に把握できるものと考えられる。又，シェーディングイメージおよびコンピュータグラフィクスとの統合

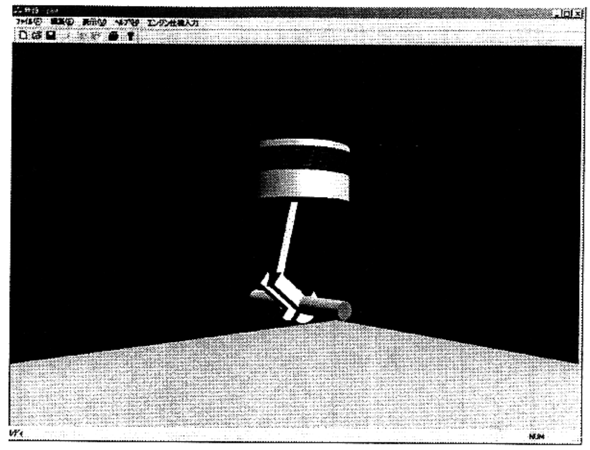

Fig. 3　Image of System Design by Open GL

によって、グラフィック上でのモデルの形状評価および動作特性の評価が可能であることが確認できた。しかし，現段階ではその最適化手法の適用によるシステムの妥当性の確認が不確かなものである。またシステム自体の不完全さもあり検討が必要である。

参考文献

1) 伊藤　廣: 基礎からのマシンデザイン，森北出版株式会社 (1990)

2) 轟　章，Haftka: 積層パラメータを変数とした座屈荷重応答曲面を用いた遺伝的アルゴリズムによる複合材料積層構成最適化，日本機械学会論文集, A編,64-621,pp.1138-1145(1998)

3) 菊池　昇，関口　美奈子: 新しい価値を創生するためのCAEの可能性について，計算工学講演会論文集,Vol.4(1999)

4) 田口　玄一: 第3版実験計画法　上・下，丸善(1976)

5) 白鳥　正樹: 特別寄稿　設計とＣＡＥ，デンソーテクニカルレビュー,Vol.5,No.2(2000)

6) 吉住　英典，堀　浩一，大須賀　節雄: 概念形成から形状設計までを支援する発想支援システムの一提案，電子情報通信学会論文誌　D-II,Vol.J80-D-II,No.7,pp.1887-1895(1997)

7) Mason Woo,Jackie Neider,Tom Davis:Learning OpenGL Version 1.1,Addison-Wesley Publishers ,Japan Ltd(1997)