計測自動制御学会東北支部 第 204 回研究集会 (2002.10.12)
資料番号 204-16

遺伝的アルゴリズムによる非線形制御系の設計

Design of Nonlinear Control System Using Genetic Algorithms

○伊藤　敏教[É], 大久保　重範[É], 及川　一美[É], 高橋　達也[É]

○ Toshinori Ito[É], Shigenori Okubo[É],
Kazumi Oikawa[É], Tatsuya Takahashi[É]

*山形大学工学部

*Faculty of Engineering,Yamagata University

キーワード：　遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm)，非線形制御 (nonlinear control)，
クロネッカー積 (kroneker product), 拡張リカッチ方程式 (extended Riccati equation)

連絡先：　〒 992-8510　山形県米沢市城南 4{3{16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室
伊藤　敏教，Tel.: (0238)26-3245，Fax.: (0238)26-3245，E-mail: tr107@dip.yz.yamagata-u.ac.jp

---

1.　はじめに

本研究の目的は、多項式非線形制御系の安定化制御である。本研究の手法では、非線形多項式を状態のクロネッカー積を一括してできる状態ベクトルを用いることによって線形システムのように記述できる1)。しかしながら、解を解析的に解く事はできないので、遺伝的アルゴリズム (GA)4)を使い高近似の解を求め、それを制御に使うことにする。また、遺伝的アルゴリズムが、必ず解を見つけ出すとは、限らない。したがって制御したいシステムにおいて、GA が解を見つけ出す事ができない場合もありうる。この場合、制御したいシステムを GA が解を見つけ出す事ができるシステムに変換し解を見つけて制御に使うことにした。

今回の発表では、具体的に非線形多項式システムであるマスバネダンパー系を変換して、GA をして解を見つけ出し、制御に用いる方法について述べたい。

2.　縮約形

クロネッカ巾 $x^{[k]}$には同一要素が含まれているが、独立な要素を辞書順に並べたベクトルを $x^{[k]}$の縮約形と呼ぶことにし、$x^{<k>}$で表す。一例として、２変数３次形（n = 2,k = 3）の場合を以下で示す。

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} x^{[2]} &= x \text{ ä } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ ä } \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_1x_2 \\ x_1x_2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} \ \text{)} \ x^{<2>} = \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_1x_2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} x^{[3]} &= x \text{ ä } x \text{ ä } x \\ &= [x_1^3; x_1^2x_2; x_1^2x_2; x_1x_2^2; x_1^2x_2; x_1x_2^2; x_1x_2^2; x_2^3;]^T \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^{<3>} = \begin{bmatrix} x_1^3 \\ x_1^2 x_2 \\ x_1 x_2^2 \\ x_2^3 \end{bmatrix} \tag{3}$$

この先 $x^{<n>}$で表記したテンソルは、縮約形を用いているものとする。

3. 非線形レギュレータ

制御対象の非線形多項式は、テンソルの縮約形を用いて表現すると

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{<1,1>}x + A_{<1,2>}x^{<2>} + A_{<1,3>}x^{<3>} + \\ &\quad \cdots + A_{<1,2N-1>}x^{<2N-1>} + Bu \\ &= \sum_{i=1}^{2N-1} A_{<1,i>}x^{<i>} + Bu \\ &= A_{G<1,2N-1>}G^{<2N-1>}(x) + Bu \end{aligned} \tag{4}$$

ただし

$$A_{G<1,2N-1>} = [A_{<1,1>} \quad A_{<1,2>} \cdots A_{<1,2N-1>}] \tag{5}$$

$$G^{T<2N-1>}(x) = [x^T \quad x^{T<2>} \cdots x^{T<2N-1>}] \tag{6}$$

このように線形システムのように記述できる。

例えば、2 変数 3 次系の場合。(ばねに非線形性があるマスバネダンパー系について考える。)

$$M\ddot{x} + D_1\dot{x} + (K_1 x + K_3 x^3) = u \tag{7}$$

M : 質量 [kg]

D_1 : 粘性減衰係数 [N s/m]

K_1, K_3 : ばね定数 [N/m], [N/m^3]

$x_1 = x, x_2 = \dot{x}_1$ とおくと、状態方程式は、(8) 式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{K_1}{M}x_1 - \frac{D_1}{M}x_2 - \frac{K_3}{M}x_1^3 + \frac{1}{M}u \end{aligned} \tag{8}$$

整理すると

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_1}{M} & -\frac{D_1}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_1 x_2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_3}{M} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^3 \\ x_1^2 x_2 \\ x_1 x_2^2 \\ x_2^3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u \\ &= A_{<1,1>}x^{<1>} + A_{<1,2>}x^{<2>} \\ &\quad + A_{<1,3>}x^{<3>} + Bu \\ &= \sum_{k=1}^{3} A_{<1,k>}x^{<k>} + Bu \\ &= A_{G<1,3>}G^{<3>}(x) + Bu \end{aligned} \tag{9}$$

線形システムのように記述できた。

任意の変数、任意の次数に対してこのように記述できる[2)3)]。

また、制御入力 u の縮約形表示は (10) 式となる。

$$u = -R^{-1}B^T P_{G<1,2N-1>}G^{<2N-1>}(x) \tag{10}$$

拡張リカッチ方程式の縮約形は (11) 式となる。

$$\begin{aligned} &Q_{G<2N-1,2N-1>} + A^T_{G<1,2N-1>}P_{G<1,2N-1>} \\ &+ P^T_{G<1,2N-1>}A_{G<1,2N-1>} \\ &- P^T_{G<1,2N-1>}BR^{-1}B^T P_{G<1,2N-1>} = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

$$Q_{G<2N-1,2N-1>} = \mathrm{block}[Q_{<i,j>}] \tag{12}$$

$\mathrm{block}[Q_{<i,j>}]$ は $Q_{<i,j>}$をブロック要素とする行列である。

$P_{G<1,2N-1>}$の独立な項の数 (変数の数)N_{va}は (13) 式となり、方程式の本数 N_{eq}は (14) 式となる。

$$N_{va} = \sum_{k=2}^{2N} {}_nH_k = {}_{n+2N}C_{2N} - (n+1) \tag{13}$$

$$N_{eq} = \sum_{k=2}^{4N-2} {}_nH_k = {}_{n+4N-2}C_{4N-2} - (n+1) \tag{14}$$

$N \geq 2$ のとき、変数の個数 N_{va}より方程式の個数 N_{eq}が多く一般的な評価関数の係数に対して変数について解こうとしても解けない。そこで、GA を用いて変数 $P_{G<1,2N-1>}$に具体的な数値を与え、評価関数の荷重行列 $Q_{G<2N-1,2N-1>}$が正定になるように調節する。

例えば、2 変数 3 次系 ($n = 2, N = 2$) の場合、$P_{G<1,3>}$の独立な項の数 N_{va}は 12 個となり、方程式の本数 N_{eq}は 25 本となる。

$$
\begin{aligned}
P_{G<1;3>} &= \left[P_{<1;1>} \quad P_{<1;2>} \quad P_{<1;3>} \right] \\
&= \begin{bmatrix} p_1 \; p_2 & p_4 \; 2p_5 \; p_6 & p_8 \; 3p_9 \; 3p_{10} \; p_{11} \\ p_2 \; p_3 & p_5 \; 2p_6 \; p_7 & p_9 \; 3p_{10} \; 3p_{11} \; p_{12} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{15}
$$

変数 $P_{G<1;3>}$ に具体的な数値を与え、拡張リカッチ方程式から評価関数の荷重行列 $Q_{G<3;3>}$ を求め、これが正定になるように GA で調節する。

4. 安定性

$V(t)$ は、正方荷重行列 $\tilde{P}_{G<N;N>}$ を用いて次式のように表現できる。

$$
\begin{aligned}
V(t) &= \sum_{k=1}^{2N-1} \frac{1}{k+1} x^T P_{<1;k>} x^{<k>} \\
&= \frac{1}{2} G^{<N>T}(x) \tilde{P}_{G<N;N>} G^{<N>}(x)
\end{aligned} \tag{16}
$$

縮約形で閉ループ系が大域的に安定であることを表記すれば (17) 式となる。

$$
\tilde{P}_{G<N;N>} > 0; Q_{G<2N-1;2N-1>} > 0 \tag{17}
$$

$$
\Rightarrow V(t) > 0; \dot{V}(t) < 0 \tag{18}
$$

5. 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズムは、生物の進化をモデルとして、問題（環境）に対する適合度の良い個体を計算機内に生成するアルゴリズムであり、最適化・探索アルゴリズムの一種である。工学的課題の解法に探索が必要になる場合は、真の値に十分近く実用上問題がないと思われる値を検出しさえすればよいという場合が多い。このような場合、探索空間を効率よく探索し、実用上の最適解を速やかに発見する、GA のような方法論が必要になる[5]。変数をコード化して遺伝子とし、遺伝子の集合から染色体を構成する。染色体が 1 個の個体を表す。個体に対し選択（淘汰)、交叉、突然変異の遺伝子操作を繰り返し、適応度関数が最大又は最小になるように探索する。

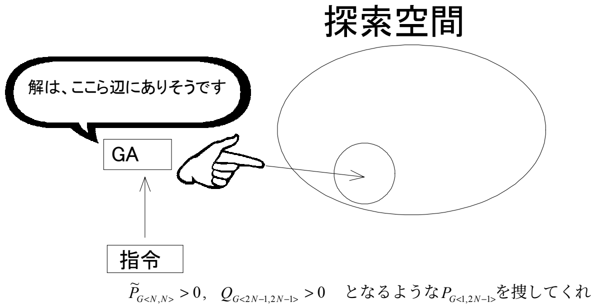

Fig. 1 GA image

ただし、GA は必ずしも条件にあった解を見つけ出すとは限らない。そこで、変数変換である。

6. 変数変換

制御したいシステムにおいて GA が解を見つけ出せない時、GA が解を見つけ出す事ができるシステムに変数変換する事によって解を得て、制御に利用することにする。

6.1 並列のマスバネダンパー系

ばねに非線形性があるマスバネダンパー系について考える。

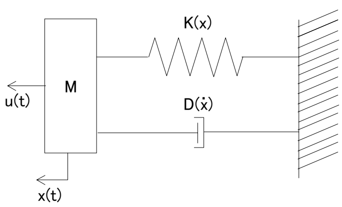

Fig. 2 mass spring damper system

$$
M\ddot{x} + D_1\dot{x} + (K_1 x + K_3 x^3) = u \tag{19}
$$

M : 質量 [kg]

D_1 : 粘性減衰係数 [N s/m]

$K_1; K_3$: ばね定数 [N/m]; [N/m^3]

$x_1 = x; x_2 = \dot{x}_1$ とおくと、状態方程式は、(20) 式のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -\frac{K_1}{M}x_1 - \frac{D_1}{M}x_2 - \frac{K_3}{M}x_1^3 + \frac{1}{M}u
\end{aligned} \tag{20}
$$

整理すると

$$\underline{x} = \begin{bmatrix}\underline{x}_1\\ \underline{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ \text{Ä}\frac{K_1}{M} & \text{Ä}\frac{D_1}{M}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&0&0\\ 0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1^2\\ x_1x_2\\ x_2^2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&0&0&0\\ \text{Ä}\frac{K_3}{M}&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1^3\\ x_1^2x_2\\ x_1x_2^2\\ x_2^3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{M}\end{bmatrix}u$$

$$= A_{<1;1>}x^{<1>} + A_{<1;2>}x^{<2>}$$
$$+A_{<1;3>}x^{<3>} + Bu$$
$$= \sum_{k=1}^{3} A_{<1;k>}x^{<k>} + Bu$$
$$= A_{G<1;3>}G^{<3>}(x) + Bu \qquad (21)$$

このシステムを X システムと呼ぶ事にする。このシステムについて GA を行なったが、安定条件を満たす解を見つけることができなかった。このシステムを GA で解をみつけることができるシステムに変数変換する。(A システムとよぶことにする)

ここで、変数変換 $x_1 = a_1$、$x_2 = \text{Ä}3a_2\ \text{Ä}\ a_2^3 (= \underline{a}_1)$ をすると

$$\underline{a}_1 = \text{Ä}3a_2\ \text{Ä}\ a_2^3 \qquad (22)$$
$$\underline{a}_2 = \frac{1}{\text{Ä}3(1+a_2^2)} f \frac{D_1}{M}(3a_2 + a_2^3)\ \text{Ä}\ \frac{K_1}{M}a_1$$
$$\text{Ä}\frac{K_3}{M}a_1^3 + \frac{u}{M} g$$
$$= v \qquad (23)$$

整理すると

$$\underline{a} = \begin{bmatrix}\underline{a}_1\\ \underline{a}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & \text{Ä}3\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1\\ a_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&0&0\\ 0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1^2\\ a_1a_2\\ a_2^2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&0&0&\text{Ä}1\\ 0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1^3\\ a_1^2a_2\\ a_1a_2^2\\ a_2^3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}v$$
$$= A_{G<1;3>}G^{<3>}(a) + Bv \qquad (24)$$

$$v = \text{Ä}R^{\text{Ä}1}B^TP_{G<1;3>}G^{<3>}(a) \qquad (25)$$

このシステムについては、GA で解を見つけることができた。u と v の関係から u について整理すると

$$u = \text{Ä}3M(1+a_2^2)\underline{v}\ \text{Ä}\ D_1(3a_2 + a_2^3) + K_1a_1 + K_3a_1^3$$
$$= 3M(1+a_2^2)\underline{R^{\text{Ä}1}B^TP_{G<1;3>}G^{<3>}(a)}$$
$$\text{Ä}D_1(3a_2 + a_2^3) + K_1a_1 + K_3a_1^3 \qquad (26)$$

$u(a_1; a_2)$ を $u(x_1; x_2)$ へもどす。この u を X システムに用いてシミュレーションをする。

A システムについて GA をして求まった $P_{G<1;3>}$ は、

$$P_{G<1;3>} = \begin{bmatrix} 8{:}018491 & \text{Ä}6{:}806411 & 9{:}736845 & \text{Ä}1{:}527413 & 0{:}323036 & 18{:}920989 \\ \text{Ä}6{:}806411 & 11{:}914788 & \text{Ä}0{:}763707 & 0{:}646073 & \text{Ä}1{:}838670 & \text{Ä}5{:}491965 \end{bmatrix}$$
$$\begin{matrix}\text{Ä}16{:}475895 & 9{:}675916 & \text{Ä}5{:}124458 \\ 9{:}675916 & \text{Ä}15{:}373375 & 17{:}966831\end{matrix} \qquad (27)$$

ただし A システムを用いた GA での $P_{G<1;3>}$ の要素の探索範囲は-20.0 から 20.0 まで。

X システムでの $M; K_1; D_1; K_3$ は次のようにした。

$$M = 1{:}0; K_1 = 0{:}1; D_1 = 0{:}1; K_3 = 0{:}01 \qquad (28)$$

初期値をそれぞれ $x_1(0) = 0{:}05; x_2(0) = \text{Ä}0{:}1$ として応答を調べた。

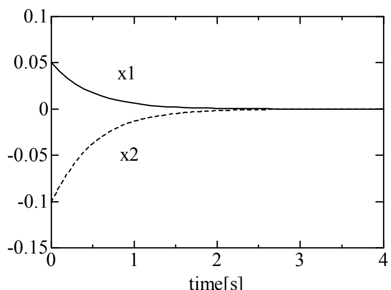

Fig. 3 State responses with control

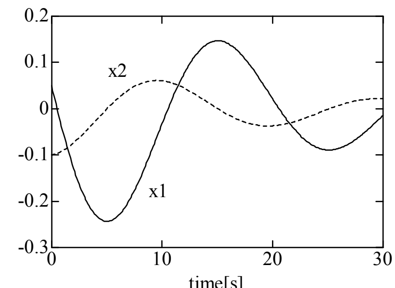

Fig. 4 State responses without control

6.2 直列のマスバネダンパー系

ばねに非線形があるマスバネダンパー系の直列の場合の運動方程式は、

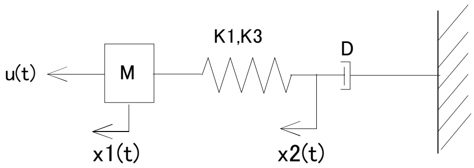

Fig. 5 mass spring damper system

$$M\ddot{x}_1 + K_1(x_1 - x_2) + K_3(x_1 - x_2)^3 = u$$
$$K_1(x_1 - x_2) + K_3(x_1 - x_2)^3 = D\dot{x}_2 \qquad (29)$$

状態方程式は、(30) 式のように表すことができる。

$$\dot{x}_2 = \frac{K_1}{D}x_1 - \frac{K_1}{D}x_2 + \frac{K_3}{D}(x_1^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 - x_2^3)$$
$$\ddot{x}_1 = -\frac{K_1}{M}x_1 + \frac{K_1}{M}x_2 - \frac{K_3}{M}(x_1^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 - x_2^3) + \frac{1}{M}u \qquad (30)$$

整理すると (3 変数 3 次系になる。n=3,N=2。6.1 では、n=2,N=2 であった。)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \ddot{x}_1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ \frac{K_1}{D} & -\frac{K_1}{D} & 0\\ -\frac{K_1}{M} & \frac{K_1}{M} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \dot{x}_1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1^2\\ x_1x_2\\ x_1\dot{x}_1\\ x_2^2\\ x_2\dot{x}_1\\ \dot{x}_1^2\end{bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \frac{K_3}{D} & -\frac{3K_3}{D} & 0 & \frac{3K_3}{D} & 0 & 0 & -\frac{K_3}{D} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{K_3}{M} & \frac{3K_3}{M} & 0 & -\frac{3K_3}{M} & 0 & 0 & \frac{K_3}{M} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1^3\\ x_1^2x_2\\ x_1^2\dot{x}_1\\ x_1x_2^2\\ x_1x_2\dot{x}_1\\ x_1\dot{x}_1^2\\ x_2^3\\ x_2^2\dot{x}_1\\ x_2\dot{x}_1^2\\ \dot{x}_1^3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 0\\ \frac{1}{M}\end{bmatrix}u$$
$$= A_{<1;1>}x^{<1>} + A_{<1;2>}x^{<2>} + A_{<1;3>}x^{<3>} + Bu$$
$$= \sum_{k=1}^{3} A_{<1;k>}x^{<k>} + Bu$$
$$= A_{G<1;3>}G^{<3>}(x) + Bu \qquad (31)$$

このシステムについても GA を行なったが、安定条件を満たす解を見つけることができなかった。このシステムを変数変換する。(ただし、定数 $c_1 = \frac{K_1}{D}; c_2 = \frac{K_3}{D}; c_3 = \frac{K_1}{M}; c_4 = \frac{K_3}{M}; c_5 = \frac{1}{M}$ とする。)

$$x_1 + x_2 = a_1 \qquad (32)$$

$$x_1 - x_2 = a_2 \qquad (33)$$

$$\dot{x}_1 = -(c_1 + 2)a_2 - (c_2 + 1)a_2^3 - 3a_3 - a_3^3 - 4a_1^3 - 2a_1^2a_3 \qquad (34)$$

とすると、

$$\dot{x}_1 = \frac{\dot{a}_1}{2} + \frac{\dot{a}_1}{2} = -(c_1 + 2)a_2 - (c_2 + 1)a_2^3 - 3a_3 - a_3^3 - 4a_1^3 - 2a_1^2a_3 (= \dot{x}_1) \qquad (35)$$
$$\dot{x}_2 = \frac{\dot{a}_1}{2} - \frac{\dot{a}_1}{2} = c_1(x_1 - x_2) + c_2(x_1 - x_2)^3 = c_1a_2 + c_2a_2^3 \qquad (36)$$
$$\ddot{x}_1 = -4(3a_1^2 + a_1a_3)\dot{a}_1 - (c_2 + 2 + 3(c_2 + 1)a_2^2)\dot{a}_2 - (3 + 3a_3^2 + 2a_1^2)\dot{a}_3 \qquad (37)$$

上式を連立して

$$\dot{a}_1 = -2a_2 - a_2^3 - 3a_3 - a_3^3 - 4a_1^3 - 2a_1^2a_3 \qquad (38)$$
$$\dot{a}_2 = -(2 + 2c_1)a_2 - (1 + 2c_2)a_2^3 - 3a_3$$

$$-a_3^3 - 4a_1^3 - 2a_1^2 a_3 \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
\dot{a}_3 &= \frac{1}{-(3+3a_3^2+2a_1^2)}\{\ddot{x}_1 + (c_1 + 2 \\
&\quad +3(c_1+1)a_2^2)\dot{a}_2 + 4(3a_1^2 + a_1 a_3)\dot{a}_1\} \\
&= \frac{1}{-(3+3a_3^2+2a_1^2)}\{-c_3(x_1 - x_2) \\
&\quad -c_4(x_1 - x_2)^3 + c_5 u + (c_1 + 2 \\
&\quad +3(c_1+1)a_2^2)\dot{a}_2 + 4(3a_1^2 + a_1 a_3)\dot{a}_1\} \\
&= \frac{1}{-(3+3a_3^2+2a_1^2)}\{-c_3 a_2 - c_4 a_2^3 + c_5 u \\
&\quad +(c_1 + 2 + 3(c_1+1)a_2^2)\dot{a}_2 \\
&\quad +4(3a_1^2 + a_1 a_3)\dot{a}_1\} \\
&= v
\end{aligned} \tag{40}$$

整理すると

$$\begin{aligned}
\dot{a} = \begin{bmatrix}\dot{a}_1\\ \dot{a}_2\\ \dot{a}_3\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}0 & -2 & -3\\ 0 & -2(c_1+1) & -3\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1\\ a_2\\ a_3\end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1^2\\ a_1a_2\\ a_1a_3\\ a_2^2\\ a_2a_3\\ a_3^2\end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix}-4 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1\\ -4 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -(1+2c_2) & 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1^3\\ a_1^2a_2\\ a_1^2a_3\\ a_1a_2^2\\ a_1a_2a_3\\ a_1a_3^2\\ a_2^3\\ a_2^2a_3\\ a_2a_3^2\\ a_3^3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}v \\
&= A_{G<1,3>}G^{<3>}(a) + Bv
\end{aligned} \tag{41}$$

$$v = -R^{-1}B^T P_{G<1,3>}G^{<3>}(a) \tag{42}$$

このシステムについては、GA で解を見つけることができた。(40) 式から (u と v の関係)u について整理し、$u(a_1, a_2, a_3)$ を $u(x_1, x_2, \dot{x}_1)$ へもどしてやり、この u を X システムに用いてシミュレーションをする。

A システムについて GA をして求まった $P_{G<1,3>}$ は、

$$P_{G<1,3>} = \left[\begin{array}{ccc}
15.084707 & -9.352079 & -1.938935\\
-9.352079 & 15.379049 & -0.086860\\
-1.938935 & -0.086860 & 16.629038
\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{cccc}
-3.108627 & -2.640199 & 3.788145 & 2.294327\\
-1.320099 & 4.588654 & -4.191762 & -6.613920\\
1.894073 & -4.191762 & -0.925299 & 2.756572\\
-4.191762 & -0.462650 & 19.697646 & -27.839636\\
5.513145 & 0.257121 & -9.279879 & 38.712556\\
0.514243 & -4.964546 & -4.245849 & -3.781320\\
-12.737547 & 38.712556 & -7.562639 & 30.047615\\
-3.781320 & 1.211564 & -3.991077 & -1.825066\\
30.047615 & -1.995538 & -3.650131 & 2.615348\\
0.403855 & -1.995538 & -1.825066 & 0.871783\\
16.419501 & -3.975420 & 42.108795 & 0.162099\\
-1.325140 & 42.108795 & 0.486296 & 10.532609
\end{array}\right] \tag{43}$$

ただし A システムを用いた GA での $P_{G<1,3>}$ の要素の探索範囲は-20.0 から 20.0 まで。

X システムでの M, K_1, D_1, K_3 は次のようにした。

$$M = 1.0, K_1 = 0.1, D_1 = 0.1, K_3 = 0.15 \tag{44}$$

初期値をそれぞれ $x_1(0) = 0.2, x_2(0) = 0.1,$ $\dot{x}_1(0) = -0.4$ として応答を調べた。

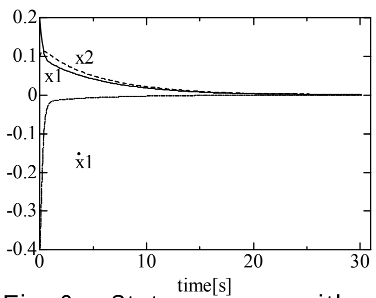

Fig. 6 State responses with control

7. おわりに

今回は、制御したいシステムにおいて GA が解を見つけ出す事ができなかった場合、変数変換を

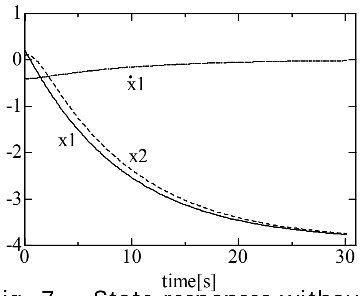

Fig. 7 State responses without control

用いる事によって、システムを変換して、GA で解を見つけ出し、制御に利用する手法について中心に述べた。ただ、この変数変換は手探りなので、今後はこの変数変換を自動的にできるようにしたい。また、どのような非線形多項式が制御できて、どのような非線形多項式ができないのかを数学的に検討したい。

参考文献

1) 大久保重範:非線形レギュレータの遺伝的アルゴリズムによる設計, 計測自動制御学会論文集,33-11,1072/1080(1997)
2) 大久保重範:非線形レギュレータに関したソフトウェア技法, 第 20 回 Dynamical System Theory シンポジウム,209/212(1997)
3) 大久保重範:高次形式の 2 次形式変化と正定値判定, 第 38 回自動制御連合講演会前刷,169/170(1995)
4) 坂和正敏、田中雅博 (編): 遺伝的アルゴリズム, 61/64, 朝倉出版 (1995)
5) 安居院、長尾:ジェネティックアルゴリズム, 昭晃堂 (1995)