

飛翔体の誘導制御に関する研究

The research of the guidance control for the flight body

○嶋田恒介*, 大久保重範*, 及川一美*, 高橋達也*

Kousuke Shimada*, Shigenori Okubo*, Kazumi Oikawa*, Tatuya Takahasi*

*山形大学

*Yamagata University

キーワード：最適制御 (optimal control), H_∞ 制御 (H_∞ control)

連絡先：〒992-8510 山形県米沢市城南4-3-16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室
嶋田恒介, Tel.: (0238)26-3245, Fax.: (0238)26-3245, E-mail: tr328@dipfr.dip.yz.yamagata-u.ac.jp

1. 緒言

飛翔体の一例である飛行機を、目標とする飛行経路へ追従させることを本研究の目的としている。

研究目的を達成するには、飛行機の姿勢、速度の制御および目標経路までの誘導が必要である。

飛行機の姿勢制御には最適レギュレータと H_∞ 制御を組み合わせたものを用い、非線形運動方程式でのシミュレーションにも耐えられるようにする。

飛行機を目標の経路へ追従させるためには、目標経路上を移動する目標点を追いかける方法を用いる。これは飛行機の前方を目標経路に沿って移動する標的を追いかけると考えることができる。

今回は、比較的制御が簡単な飛行機の縦の運動についてこの方法を用いた結果を考察する。また、最適レギュレータのみ用いた横・方向の運動と同時にシミュレーションすることによって示される3次元空間内での飛行についても考察する。

2. 制御器の設計

最適レギュレータは線形シミュレーションにおいてはすばらしい応答を見せるが、制御モデルの誤差や外乱応答については保障されていない。

H_∞ 制御器はロバスト安定性を持つが、応答については自由に設計することができない。

そこでこの二つの制御器を融合させることにより最適レギュレータによる状態変数の最小化および同時に H_∞ 制御による外乱抑制を行う。

2.1 最適レギュレータ

式(1),(2)で表される外乱を考慮しない理想的な制御対象についての最適フィードバックゲインを求める。

[制御対象]

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

$$y = Cx \quad (2)$$

ここで

$$y_H = \begin{bmatrix} y \\ y_s \end{bmatrix}, C_H = \begin{bmatrix} C \\ C_S \end{bmatrix} \quad (3)$$

[最適制御器]

$$u = Fx \quad (4)$$

ただし,

$$x \in R^{n \times 1}, u \in R^{m \times 1}, y \in R^{p \times 1}$$

$$A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, C \in R^{p \times n}, F \in R^{m \times n}$$

(A,B) 可制御, (C_H,A) 可観測. ここで x は状態変数, u は操作量, y は観測量, y_s は制御量以外に測れる観測量, y_H は観測量を示す,

最適フィードバックゲインは次のリカッチ方程式

$$R_1 - \bar{P}BR_2B^T\bar{P} + \bar{P}A + A^T\bar{P} = 0 \quad (5)$$

ここで

$$R_1 = C^T R_3 C$$

を解いた定常解 \bar{P} を用いて

$$F = -R_2^{-1}B^T\bar{P} \quad (6)$$

と得られる.

2.2 H_∞制御器

H_∞制御系設計法にはO E問題の手法を用い, 状態フィードバックと外乱除去を行う.

H_∞制御器の一つであるO E問題を構成するために, Fig.1のブロック線図を構成する.

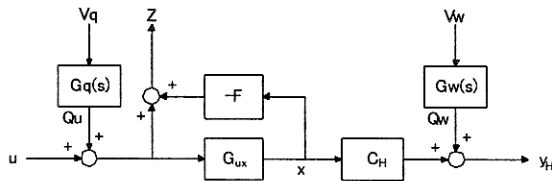


Fig. 1 OE problem

このOE問題の理想的な操作量 u は $Fx - Q_u$ である. この理想的な操作量を設計することが設計目的となる.

ここで

$$G_{ux} = (sI - A)^{-1}B \quad (7)$$

[入力外乱モデル]

$$\dot{x}_q = A_q x_q + B_q v_q \quad (8)$$

$$Q_u = C_q x_q \quad (9)$$

$$x_q \in R^{a \times 1}, v_q \in R^{((m+s)+s) \times 1}, Q_u \in R^{m \times 1}$$

$$A_q \in R^{a \times a}, B_q \in R^{a \times m}, C_q \in R^{m \times a}$$

(A_q, B_q) 可制御, (C_q, A_q) 可観測

$$G_q(s) = C_q(sI - A_q)^{-1}B_q \quad (10)$$

[観測ノイズモデル]

$$\dot{x}_w = A_w x_w + B_w v_w \quad (11)$$

$$Q_w = C_w x_w + D_w v_w \quad (12)$$

$$x_w \in R^{b \times 1}, v_w \in R^{((m+s)+s) \times 1}, Q_w \in R^{(m+s)+1}$$

$$A_w \in R^{b \times b}, B_w \in R^{b \times ((m+s)+s)},$$

$$C_w \in R^{(m+s) \times b}, D_w \in R^{(m+s) \times ((m+s)+s)}$$

(A_w, B_w) 可制御, (C_w, A_w) 可観測

$$G_w(s) = C_w(sI - A_w)^{-1}B_w + D_w \quad (13)$$

式(7)~(13)より一般化プラントは

$$\dot{x}^* = A^* x^* + B_1 w + B_2 u^*$$

$$z = C_1 x^* + u^*$$

$$y = C_2 x^* + D_{21} w \quad (14)$$

となり, O E問題の基本形ができた. ただし

$$A^* = \begin{bmatrix} A + BF & BC_q & 0 \\ 0 & A_q & 0 \\ 0 & 0 & A_w \end{bmatrix} \in R^{(n+a+b) \times (n+a+b)}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_q & 0 \\ 0 & B_w \end{bmatrix} \in R^{(n+a+b) \times (m+m+s+s)}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in R^{(n+a+b) \times m}$$

$$C_1 = [0 \quad C_q \quad 0] \in R^{m \times (n+a+b)}$$

$$C_2 = [C \quad 0 \quad C_w] \in R^{(m+s) \times (n+a+b)}$$

$$D_{21} = [0 \quad D_w] \in R^{(m+s) \times (m+m+s+s)}$$

である。

このOE問題の評価関数 $T_{wz}(s)$ は次式となる。

$$T_{wz} = [I - FG_{ux}][I - KG_{uyH}]^{-1}[G_q, KG_w] \quad (15)$$

また、OE問題は感度問題でもあるから、感度関数 S および相補感度関数 T は Fig.2より

$$S = [I - G_{uyH}K]^{-1} \quad (16)$$

$$T = [I - G_{uyH}K]^{-1}G_{uyH}K \quad (17)$$

となる。ただし、

$$G_{uyH} = C_H[sI - A]B$$

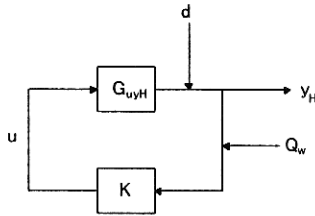


Fig. 2 Mix sensitivity problem

OE問題が可解であるためにはつぎの4つの条件を満たす必要がある

- 1) (A^*, B_1) 可安定
- 2) (C_2, A^*) 可検出
- 3) $A^* - B_2C_1$ 安定
- 4) $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$

上記の条件を満たす入力外乱、観測ノイズモデルを設定すれば、評価関数 T_{wz} の H_∞ ノルムをある正数 γ 未満とする制御器 K が以下のように求まる。

$$J_\infty = \begin{bmatrix} A^{*T} & \gamma^{-2}C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A^* \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$Y_\infty = Ric(J_\infty) \in R^{(n+a+b) \times (n+a+b)} \quad (19)$$

ここで Ric() は Riccati Operator を示す。

$$L_\infty = Y_\infty C_2^T \in R^{(n+a+b) \times (m+s)} \quad (20)$$

$$K(s) = -C_2 [sI - (A^* - L_\infty C_2 - B_2 C_1)]^{-1} L_\infty \quad (21)$$

これで H_∞ 制御器が求まった。

3. 設計例

3.1 制御対象

線形化した飛行機の運動は縦の運動および横・方向の運動に分けることができる。今回は縦の運動についての制御器を設計する。

縦の運動の状態変数は、X軸方向速度 u_A (m/sec)、Z軸方向速度 w_A (m/sec)、ピッチ角速度 q_A (rad/sec)、標的とのX軸方向の距離 X_d 、標的とのZ軸方向の距離 Z_d 、また操作量はスロットル位置 δ_t 、昇降舵角 δ_e (rad) である。

制御対象の状態方程式は次のように表すことができる。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (22)$$

$$y = Cx \quad (23)$$

$$y_H = C_H x \quad (24)$$

ただし

$$x = [x_d \quad z_d \quad u_A \quad z_A \quad q_A]^T$$

$$u = \begin{bmatrix} \delta_t \\ \delta_e \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} x_d \\ z_d \end{bmatrix}$$

$$y_H = x$$

高度 7000m、飛行速度 500Km/h での水平定常飛行におけるパラメータを式 (25)~(28) に示す。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 200 \\ 0 & 0 & -0.0173 & 0.0407 & 0 \\ 0 & 0 & -0.143 & -1.14 & 136.3 \\ 0 & 0 & 0 & -0.00766 & -1.05 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2.36 & 0 \\ 0 & -8.02 \\ 0 & -13.6 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$C_H = I_5 \quad (28)$$

この状態方程式にはピッチ角度が含まれていない、つまり重力を考えていないということになり、後の非線形運動方程式のシミュレーションにおいて、重力は外乱として扱うことになる。

よって H_∞ 制御のロバスト安定性がよりよい制御を行うことが期待できる。

3.2 最適レギュレータの設計

リカッチ方程式の重み R_1, R_3 をそれぞれ1とした場合の最適フィードバックゲインを求めると

$$F = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0106 & -0.911 & -0.0162 & 0.00808 \\ -0.0106 & 1.0 & 0.00851 & -0.0272 & 5.30 \end{bmatrix} \quad (29)$$

と得られる。この結果を次の H_∞ 制御へ融合させる。

3.3 H_∞ 制御器の設計

入力外乱、観測ノイズモデルは次のように設定し、OE問題への定式化を行う。

[入力外乱モデル]

$$\dot{x}_q = A_q x_q + B_q v_q \quad (30)$$

$$Q_u = C_q x_q \quad (31)$$

ただし $A_q = 0_2, B_q = 10I_2, C_q = I_2$

$$G_q(s) = (10/s)I_2 \quad (32)$$

ここでは $a=2$ である、この設定により1Hz以下を低感度帯域とできる。

[観測ノイズモデル]

$$\dot{x}_w = A_w x_w + B_w v_w \quad (33)$$

$$Q_w = C_w x_w + D_w v_w \quad (34)$$

ただし

$$A_w = 0_3, B_w = \begin{bmatrix} 0 & 10I_3 \end{bmatrix},$$

$$C_w = \begin{bmatrix} 0 \\ I_3 \end{bmatrix}, D_w = \begin{bmatrix} I_5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_w(s) = \begin{bmatrix} & 0 \\ I_5 & \\ & (10/s)I_3 \end{bmatrix} \quad (35)$$

ここでは $b=3$ であり、この設定により高域で相補感度を下げることができる。

この入力外乱モデルと観測ノイズモデルはOE問題の可解条件を満たす。

式(18)~(21)より γ を10とすることで H_∞ 制御器はFig.3のように得られた。

H_∞ 制御器を行列分解表現で表すと、

$$\begin{bmatrix} \delta_t \\ \delta_e \end{bmatrix} = P(s)^{-1} Y_H(s) \begin{bmatrix} x_d \\ z_d \\ u_A \\ w_A \\ q_A \end{bmatrix} \quad (36)$$

ここで

$$P(s) = D \cdot \lambda_g(s) + s^{10}$$

$$Y_H(s) = \begin{bmatrix} Y_{\delta t} \\ Y_{\delta e} \end{bmatrix}$$

である。

3.4 制御結果

得られた最適レギュレータと融合させた H_∞ 制御器を用いて、縦の運動シミュレーションを行った。ただし、シミュレーションには式(22)~(28)の線形状態方程式は用いず、外乱による影響を調べるために非線形運動方程式を用いた。

その結果をFig.4に示す。

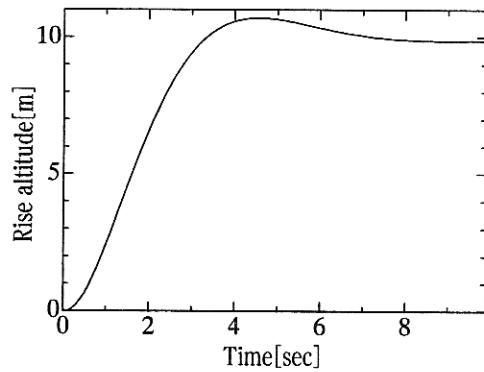


Fig. 4 Vertical movement

基準高度7000mにおいて前方200m、上方10mを水平移動する標的の後方200mに付くように誘導した結果である。飛行機は標的に引きずられるような軌道を描きながら、高度を10m上昇し目標後方200mに付いた。途中、いくぶん高度が標的の

	$Y_{\delta t}$
x_d	$1.42 \times 10^8 s + 5.7810 \times 10^8 s^2 + 7.67 \times 10^8 s^3 + 4.30 \times 10^8 s^4 + 9.62 \times 10^7 s^5 + 9.55 \times 10^6 s^6 + 400600 s^7 + 5040 s^8 + 29.8 s^9$
z_d	$1.42 s \times 10^6 s^2 - 4.74 \times 10^6 s^3 - 1.55 \times 10^6 s^4 - 2.66 \times 10^6 s^5 - 1.11 \times 10^6 s^6 - 162529 s^7 - 8837 s^8 - 0.847 s^9$
u_A	$-7.48 \times 10^7 s^2 - 2.20 \times 10^8 s^3 - 1.41 \times 10^8 s^4 - 4.23 \times 10^7 s^5 - 5.60 \times 10^6 s^6 - 291970 s^7 - 3844 s^8 - 23.7 s^9$
w_A	$2.10 \times 10^6 s^2 + 6.53 \times 10^6 s^3 + 5.0 \times 10^6 s^4 + 1.71 \times 10^6 s^5 + 230470 s^6 + 11647 s^7 + 143 s^8 + 0.850 s^9$
q_A	$-5880 s^2 - 17884 s^3 - 13526 s^4 - 6260 s^5 - 1863 s^6 - 177 s^7 - 4.32 s^8 - 0.0322 s^9$
	$Y_{\delta s}$
x_d	$-1.62 \times 10^6 s - 6.11 \times 10^6 s^2 - 1.50 \times 10^7 s^3 - 4.86 \times 10^6 s^4 - 648283 s^5 - 43474 s^6 - 1597 s^7 - 34.3 s^8 - 0.356 s^9$
z_d	$3.43 \times 10^8 s^2 + 9.88 \times 10^8 s^3 + 5.52 \times 10^8 s^4 + 1.63 \times 10^8 s^5 + 2.72 \times 10^7 s^6 + 2.66 \times 10^6 s^7 + 157853 s^8 + 5436 s^9 + 84.6 s^9$
u_A	$877276 s^2 + 2.48 \times 10^6 s^3 + 1.35 \times 10^6 s^4 + 248395 s^5 + 20194 s^6 + 826 s^7 + 20.0 s^8 + 0.251 s^9$
w_A	$2.92 \times 10^7 s^2 + 8.01 \times 10^7 s^3 + 3.98 \times 10^7 s^4 + 1.04 \times 10^7 s^5 + 1.41 \times 10^6 s^6 + 98792 s^7 + 3618 s^8 + 58.6 s^9$
q_A	$1.24 \times 10^7 s^2 + 3.40 \times 10^7 s^3 + 1.68 \times 10^7 s^4 + 4.32 \times 10^6 s^5 + 558205 s^6 + 34781 s^7 + 1030 s^8 + 13.3 s^9$
	$P(s)$
	$-8.88 \times 10^7 s^2 + 2.49 \times 10^8 s^3 + 1.36 \times 10^8 s^4 + 3.81 \times 10^7 s^5 + 5.69 \times 10^6 s^6 + 432623 s^7 + 14874 s^8 + 177 s^9 + s^{10}$

Fig. 3 H_∞ control parameter

りも高くなることもあるが、制御目標は満たしている。

外乱から制御量までの感度特性を Fig.5に、観測ノイズから制御量までの相補感度を Fig.6に示す。

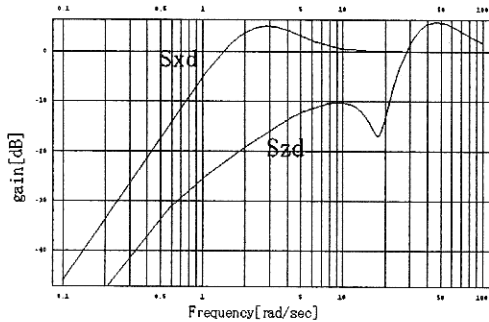


Fig. 5 Sensitivity function

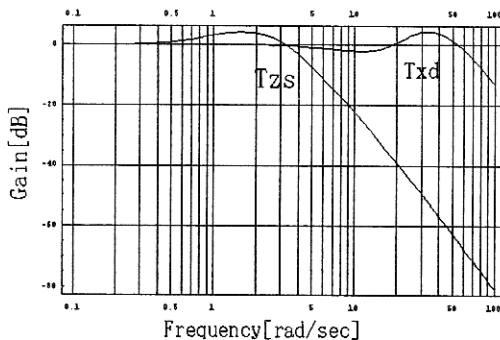


Fig. 6 Complementary sensitivity function

標的との Z 軸方向の距離 S_{z_d} は 1Hz(6rad/sec) 以下で低感度になっている。標的との X 軸方向の距離 T_{x_d} 、標的との Z 軸方向の距離 T_{z_d} の相補感度特性は両方とも高域で低感度となっている。

また横・方向の制御には最適レギュレータを用い、3次元空間内での飛行制御を行った結果を Fig.7 に示す。

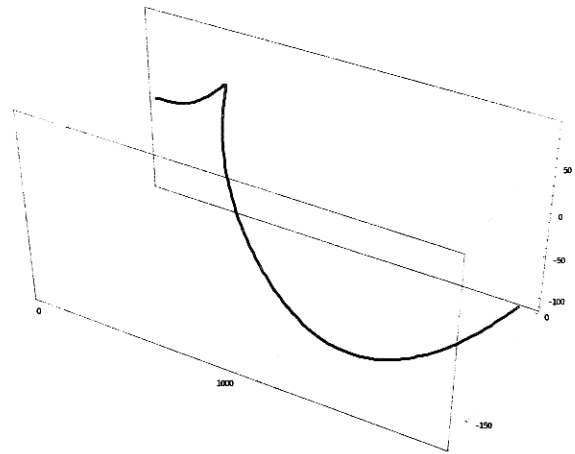


Fig. 7 Flight trajectory

標的を螺旋軌道を描くよう移動させた結果、追尾する飛行機の飛行軌跡も螺旋状となった。図からは飛行機の姿勢状態を見ることはできないが、シミュレーションではバレルロールを行っている。

そのことを視覚的に理解しやすいよう、OpenGLを用いた簡単なフライトシミュレータを作成した。Fig.8にその様子を示す。

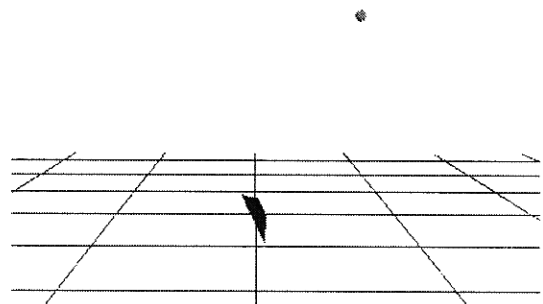


Fig. 8 Flight animation

Fig.8において、三角錐が飛行機を、球体が標的を示している。図では右水平旋回中の様子を示している。

この結果から, H_∞ 制御を用いればどんなピッチ角度においても,飛行機を制御できることが確認された. よって,飛行機の制御に必要な状態変数からピッチ角が不要となり,制御器の簡略化ができる.

4. 結言

線形状態方程式から求めた最適レギュレータを H_∞ 制御器を融合させた制御器を用いることによって,非線形運動を行う飛行機を目的の経路上に沿って飛行させることができた.

今後は横・方向の運動にもこの制御器を用いて,より安定性のよいシミュレーションを行いたい.

参考文献

- 1) 美多勉: H_∞ 制御, 昭晃堂,(1994)
- 2) 加藤寛一郎:最適制御入門, 東京大学出版会 (1987)
- 3) 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢賢治: 航空機力学入門, 東京大学出版会 (1982)
- 4) 畑剛, 泉達司, 川口順一郎: 航空・宇宙における制御 (1999)
- 5) 前田弘, 飛行力学, 養賢堂 (1981)
- 6) 木村剛, 高浜盛雄, 徳田映, 大野正博, Exact Model Matching 法と融合させた H_∞ 制御系設計法, 計測自動制御学会論文集, 29-9, pp.1104~1113, 1993
- 7) 木村剛, 高浜盛雄, 徳田映, 大野正博, Exact Model Matching 法と融合させた多入出力 H_∞ 制御系設計法, 計測自動制御学会論文集, 30-7, pp.767~775, 1994