

## 2重フィードバック型ニューロンモデルによる カオスのパルス符号化

### A double feedback neural unit for chaotic pulse coding

淵上 航, 本間 経康, 酒井 正夫, 阿部 健一

Koh Fuchigami, Noriyasu Homma, Masao Sakai, Kenichi Abe

東北大学大学院工学研究科

Graduate School of Engineering, Tohoku University

キーワード : インパルス信号(impulse signal), カオス(chaos), 2重フィードバック(double feedback),  
発火パターン(firing pattern),

連絡先 : 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 東北大学 大学院 工学研究科 電気・通信工学専攻 阿部研究室  
Tel.: (022)217-7074, Fax.: (022)263-9290, E-mail: fuchi@abe.ecei.tohoku.ac.jp

### 1. はじめに

ニューラルネットワーク (Neural network: 以下 NN) は, ニューロンと呼ばれる単純な入出力特性をもった素子と, それを結ぶシナプス結合重みで構成されており, 人間が行うようなパターン認識, 運動制御, 学習や最適化などへの応用が可能である<sup>1, 2)</sup>. また, NNは生体の神経回路網を模した人工的な情報処理システムであることから, 工学的な応用以外にも, 脳機能の解明に役立つことが期待されている.

ところで, 工学的な応用に用いられる典型的な NNでは, アナログ値信号を情報伝達の媒体として用いるが, 一方, 生体の神経回路網においては, 情報伝達の媒体に, インパルス信号を用いている. インパルス信号にのせられた情報は, 高いノイズ耐性をもち遠く離れたニューロンへも情報を失う

ことなく伝達できる利点がある<sup>3)</sup>. また, 生体の視覚系や聴覚系, 嗅覚系における活動電位には, 約 40[Hz]の振動現象が確認されており<sup>4, 5)</sup>, このことから, インパルス信号はただ単に情報伝達特性を向上させるだけではなく, 情報処理に必要な要素であると考えられる. したがって, 情報伝達の媒体にインパルス信号を用いた NNのダイナミクス特性を解析することは, 生体の情報処理のメカニズムを推定し, より生体に近いモデルを構築するための有用な手法の一つであると考えられる.

本研究では, アナログ値入力からインパルス信号を出力する 2重フィードバック型ニューロンモデルを提案する. さらに, このモデルに適当な範囲の一定なアナログ値信号を入力することで, 任意のインパルス信号を出力できることを, シミュレーションにより示す.

## 2. ニューロンモデル

### 2.1 2重フィードバック型ニューロンモデル (DFNU)

工学的応用を目的にしたNNに用いられる典型的なニューロンモデルの入出力関係は動的特性をもち、ある入力に対して非線形写像を通して得られる出力は常に同じものとなる<sup>6)</sup>。それに対し、動的特性を考慮した動的ニューロン (Dynamic neural units: 以下DNU) が提案されている (Fig. 1)。

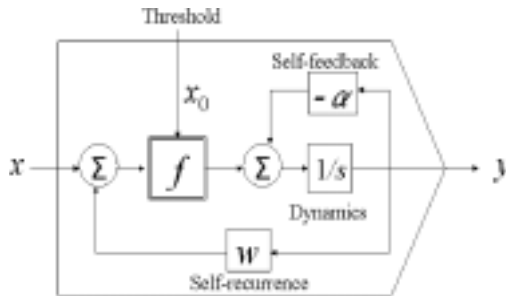


Fig. 1 DNUのブロック線図

DNUは次式で表される。

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\alpha x(t) + f(wx(t)), \quad x_0 = 1 \quad (1)$$

ここで、 $f(\cdot)$ は連続で微分可能な非線形関数、また、 $\alpha x(t)$ はSelf-feedbackを表した項であり、外部からの入力がない場合、内部状態は時間とともに指数関数的に減少していく。このように、DNUは、フィードバックループを持つことで複雑な入出力関係を実現可能である。実際、生体のニューロンもフィードバック、遅延、ヒステリシスやリミットサイクルなど多くの複雑な機構を持ち、DNUはこのようなニューロンの複雑な振る舞いの解明に役立てることが可能である<sup>7)</sup>。一方で、DNUは、情報伝達の媒体としてインパルス信号を用いていない。そこで、本研究ではDNUの非線形関数 $f(\cdot)$ の出力をニューロン出力とし、積分器を単位遅延素子に置換することで、情報伝達の媒体にインパルス信号を用いる2重フィードバック型ニューロンモデル (Double feedback neural unit: 以下DFNU)

を提案する (Fig. 2)。

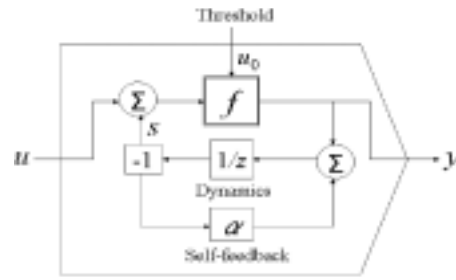


Fig. 2 DFNUのブロック線図

提案モデルのダイナミクスは、離散時間系において次式で表される ( $n = 1, 2, \dots$ )。

$$y(n) = f(u(n) - s(n)) \quad (2)$$

$$s(n) = y(n-1) + \alpha s(n-1) \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta x)} \quad (4)$$

ここで、シグモイド定数 $\beta$ を十分大きくすることで、出力を0または1になるようにする。また、減少率 $\alpha$ は $0 < \alpha < 1$ の範囲で設定する値であり、本研究では $\alpha = 0.6$ とする。

DFNUのインパルス発生仕組みを簡単に説明する。任意の一定入力 $u$  ( $0 < u < 1$ )を入れた場合、はじめのステップでは、入力 $u > 0$ より、シグモイド関数の出力 $y$ は1となる。次のステップでは、出力がフィードバックループにより、入力と2重フィードバックループに送られるため、内部状態 $s$ は1、シグモイド関数への入力は $u - s = u - 1 < 0$ より負となり、出力 $y$ は0となる。このあとのステップでは、出力からのフィードバックは0であるが、2重フィードバックループにより、内部状態 $s$ が $\alpha$ 倍される ( $s \leftarrow \alpha s$ )。このとき、 $u < s$ ならば、次のステップの出力 $y$ は0となり、 $u > s$ ならば1となる。以後、これを繰り返す、入力の値に応じた周期でインパルスが発生する。実際に一定入力として $u = 0.1$ を加えた場合の出力時系列をFig. 3に示す。

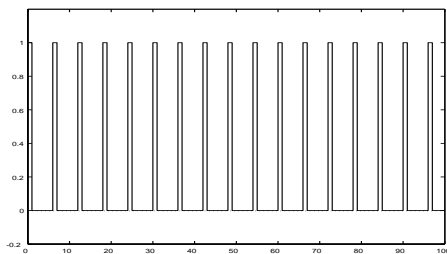


Fig. 3 提案モデルに一定入力を加えたときの出力 ( $\alpha = 0.6$ )

### 3. 一定入力に対する発火周期のダイナミクス

#### 3.1 一定入力と発火周期の定性的関係

DFNUに加える一定入力の大きさと発火周期の平均値の関係をFig. 4に示す。これより、入力 $u$ の値を大きくすることで、発火周期が単調減少し、また、平均発火周期が整数となる入力の範囲は比較的広いことがわかる。

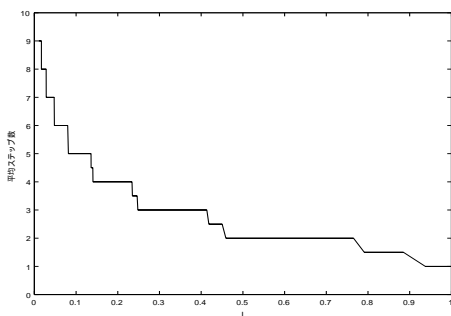


Fig. 4 一定入力に対する発火周期の遷移

また、平均発火周期がある整数値から次の整数値に遷移する領域でのダイナミクスを解析することで、入力の値と発火周期の 패턴の間に定性的に特徴的な法則が存在することがわかった。その法則を視覚的に表現したものがFig. 5であり、ある発火パターンAを出力する入力の範囲を $I_1 < u < I_2$ 、発火パターンBを出力する入力の範囲を $I_3 < u < I_4$ とすると、その間の範囲 $I_2 < u < I_3$ において必ずパターンABで発火する領域が存在する。すなわち、常に4ステップ間隔 (パターン(4)) で発火する領域と常に3ステップ間隔 (パターン(3)) で発火す

る領域の間には、交互に3ステップと4ステップ間隔 (パターン(4, 3)) で発火する領域があるということを示している。

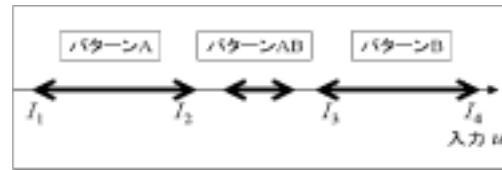


Fig. 5 発火パターンと入力との間に成り立つ法則

この法則から非常に興味深い性質を窺い知ることができる。二つのパターンの真ん中の領域をずっと取り続けられれば、いくらでも長いパルスの発火パターンを得ることができる。すなわち、発火周期の遷移はカオス的なパターンを通過して行われていることになる。当然のことだが、入力の範囲はパターン長が長くなるほど小さくなっていく。この性質から長いパルスの発火パターンを暗号とすれば入力に高い精度を要求され、鍵としての役割も果たすことができるといえる。また、逆に言えば、複雑な発火パターンには高精度な入力が必要とされるので、生体のニューロンによる情報伝達は非常にロバストなことから、発火周期自体には情報を持たせてはいないのではないか、という推論が得られる。

#### 3.2 発火パターンに対する入力の範囲

##### 3.2.1 発火周期が一定の場合

DFNUに大きさが0.3の一定入力を加えたときの出力 $y$ とその内部状態 $s$ をFig. 6, 7に示す。これより、常に3ステップ間隔で発火していることがわかる。また、この観測を10000ステップまで延長してみても変化は現れず、3ステップ間隔での発火が続く、また、内部状態 $s$ のピーク値は、一定値に収束することがわかっている。このとき、一定の発火ステップ間隔を $n$ 、このピーク値の無限時間後の収束値を $p$ すると、 $n$ と $p$ には以下のような関係が成

り立つはずである。

$$p = \left[ \{(1 \times \alpha^{n+1} + 1) \times \alpha^{n+1} + 1\} \times \alpha^{n+1} + \dots + 1 \right] \times \alpha^{n+1} + 1 \quad (5)$$

$$p = \frac{1}{1 - \alpha^{n+1}} \quad (6)$$

実際に,  $n = 3$  の場合について  $p$  の値を求めてみると,  $p = 1.148897059$  となり, シミュレーションから得られた10000ステップ経過後のピーク値( = 1.1489 ) とほぼ一致していることがわかる。

次に, あるステップ間隔  $n$  で発火する入力の範囲を考える。入力の値は発火時の内部状態より大きく, 発火の1ステップ前の値より小さいという条件を満たしているので, 入力の範囲は次式で表されることがわかる。

$$\frac{\alpha^n}{1 - \alpha^{n+1}} < u < \frac{\alpha^{n-1}}{1 - \alpha^{n+1}} \quad (7)$$

このように, まず発火パターンに対応する内部状態のピーク値を求めることで発火時の内部状態の値が計算でき, その値から入力の範囲を計算することが可能となる。

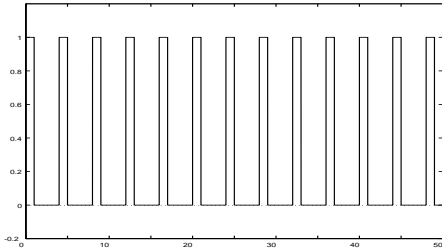


Fig. 6 一定のステップ間隔で発火時の出力

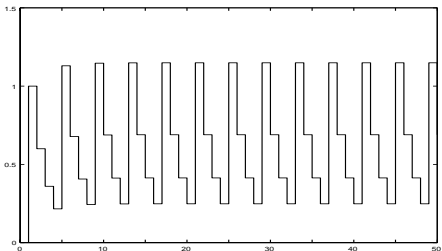


Fig. 7 一定のステップ間隔で発火時の内部状態

### 3.2.2 一般的な場合

発火パターンが  $(n-l_1, n-l_2, n-l_3, \dots, n-l_k)$ , ( $n = 2, 3, \dots, l_k \in 0, 1$ ) で表されるときの内部状態  $s$  と入力の範囲を求める。

まず内部状態の収束時のピーク値  $(s_1, s_2, \dots, s_k)$  は次に示す  $k$  元1次連立方程式を解くことで得られる。

$$s_1 = s_k \times \alpha^{(n-l_k)+1} + 1 \quad (8)$$

$$s_2 = s_1 \times \alpha^{(n-l_{k-1})+1} + 1 \quad (9)$$

$$s_3 = s_2 \times \alpha^{(n-l_{k-2})+1} + 1 \quad (10)$$

⋮

$$s_{k-1} = s_{k-2} \times \alpha^{(n-l_2)+1} + 1 \quad (11)$$

$$s_k = s_{k-1} \times \alpha^{(n-l_1)+1} + 1 \quad (12)$$

求めた  $s$  の中で,  $l_i = 1$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, k$ ) を満たすものの中で最も小さいものを  $s_{\min}(1)$  と置く。次に  $l_i = 0$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, k$ ) を満たすものの中で最も大きいものを  $s_{\max}(0)$  と置く。このとき入力の範囲は,

$$s_{\max}(1) \times \alpha^n < u < s_{\min}(0) \times \alpha^n \quad (13)$$

によって与えられる。

### 3.2.3 具体例

具体例として, パターン  $(n-1, n, n-1, n, n)$  で発火しているときの入力の範囲を求めてみる。まず, 式(8)~(12)に示される連立方程式を解くことで, 内部状態の値が次のように求められる。

$$s_1 = \frac{1 + \alpha^{n+1} + \alpha^{2n+2} + \alpha^{3n+2} + \alpha^{4n+3}}{1 - \alpha^{5n+3}}$$

$$s_2 = \frac{1 + \alpha^n + \alpha^{2n+1} + \alpha^{3n+2} + \alpha^{4n+2}}{1 - \alpha^{5n+3}}$$

$$s_3 = \frac{1 + \alpha^{n+1} + \alpha^{2n+1} + \alpha^{3n+2} + \alpha^{4n+2}}{1 - \alpha^{5n+3}}$$

$$s_4 = \frac{1 + \alpha^n + \alpha^{2n+1} + \alpha^{3n+1} + \alpha^{4n+2}}{1 - \alpha^{5n+3}}$$

$$s_5 = \frac{1 + \alpha^{n+1} + \alpha^{2n+1} + \alpha^{3n+2} + \alpha^{4n+3}}{1 - \alpha^{5n+3}}$$

ここで,  $s_1 < s_3 < s_5 < s_2 < s_4$  の関係より,  $s_{\min}(1)$  と  $s_{\max}(0)$  の値はそれぞれ  $s_5, s_3$  であるから, 入力  $u$  の範囲は次式によって決定される.

$$s_3 \times \alpha^n < u < s_5 \times \alpha^n \quad (14)$$

したがって, パターン (3, 4, 3, 4, 4) で発火するときの入力の範囲を, 実際に  $n = 4$  を代入して求めてみると, その範囲は次のようになる.

$$0.235157228 < u < 0.235162288 \quad (15)$$

また, Fig. 8, 9 は実際にニューロンモデルに上記の条件を満たす大きさ 0.23516 の一定入力を加えた場合の出力と内部状態を示している.

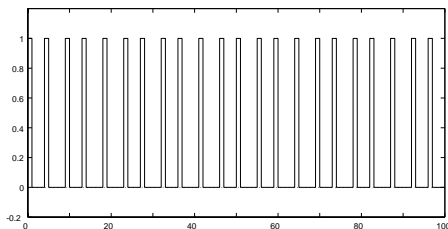


Fig. 8 入力  $u = 0.23516$  を加えたときの出力

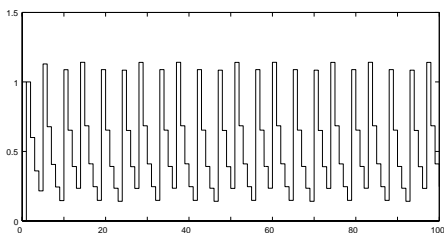


Fig. 9 入力  $u = 0.23516$  を加えたときの内部状態

このように, 任意の発火パターンに対する入力の範囲を推定可能であることから, 一定入力  $u$  を適当に設定することで, 所望の発火パターンのインパルス信号を生成することが可能であることがわかる.

## 4. まとめと今後の課題

本研究では, 情報伝達の媒体としてインパルス信号を用いる 2 重フィードバック型ニューロンモデル (DFNU) を提案した. また, 提案モデルの一定入力に対する発火パターンの遷移過程を解析することで, 生体内のニューロンの発火周期には情報としての意味を持たない可能性を示した. さらに, 提案モデルに対して適当な値の一定入力を加えることで, 所望の発火パターンが生成可能であることを示した. その際, 発火パターンの収束性を仮定したため, その収束性を証明する必要がある.

また, 実際に計測される脳活性データとの比較を可能にするような DFNU を用いたネットワーク機構を構築し, モデル性能のシステムダイナミクス的評価を行うことが今後の課題である.

## 参考文献

- 1) 喜多一: ニューラルネットワークの汎化能力, システム/制御/情報, **36**-10, 625/633 (1992)
- 2) 増田, 藤井, 池谷, 相部: 隠れユニット合成による階層型ニューラルネットワークのコンパクト構造化, 計測自動制御学会論文集, **28**-4, 519/527 (1992)
- 3) F. Delcomyn: ニューロンの生物学, 南江堂 (2000)
- 4) R. Eckhorn, H. J. Reitboeck, M. Arndt, P. Dicke: "Feature linking via synchronization among distributed assemblies: Simulations of results from cat visual cortex," *Neural Comput.*, **2**, 293/307 (1990)
- 5) R. Galambos, S. Makeig, and P. J. Talamachoff: "A 40-Hz auditory potential recorded from the human scalp," *Proc. Natl. Acad. Sci., USA*, **78**, 2643/2647 (1981)
- 6) W. S. McCulloch and W. H. Pitts: "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity," *Bull. Math. Biophys.*, **5**, 115/133 (1943)
- 7) M. M. Gupta, L. Jin, and N. Homma: *Static and dynamic neural networks: From fundamentals to advanced theory*, IEEE Press & Wiley, New York (2003)