

低速度域でのイナーシャ同定法

Inertia Identification Method at the Low Speed Range

○村山 和裕

○Kazuhiro MURAYAMA

八戸工業高等専門学校
Hachinohe National College of Technology

キーワード：同定(Identification), イナーシャ(Inertia), 転がり出し摩擦(Pre-rolling Friction),
低速度(Low Speed), 定常外乱(Steady Disturbance)

連絡先：〒039-1192 青森県八戸市田面木字上野平 16-1 八戸工業高等専門学校 機械工学科
Tel : 0178-27-7270, Fax : 0178-27-7275, E-mail : murayama-m@hachinohe-ct.ac.jp

1. はじめに

モータをアクチュエータとしたサーボ系を設計調整する上で、イナーシャの同定は欠かせない。しかし、代表的な同定法である最小二乗法を適用しても、非線形摩擦特性に起因して、一般に良い結果は得られない。そこで、データに前処理を加えるなどの対策が提案されている⁽¹⁾が、演算が複雑で収束に時間を要することや、演算中に含まれる数値微分の誤差の影響を抑制するために、加速度の大きな運転が必要となることなど課題が多い。

このため、最小二乗法に依拠しない同定法も様々提案されている⁽²⁾⁻⁽⁴⁾が、中でも鶴田らの方法⁽⁴⁾は、演算が極めて容易で同定時間も2秒程度と短く、定常外乱が作用する系にも適用可能であることなどから注目される。しかし、同定運転中に含まれる速度反転の直後に、摩擦特性がクーロン摩擦モデルとは異なった挙動を示すために、対象の機械的な制約から、同定運転中の速度や変位を抑制しなければならない条件のもとでは、そうした摩擦特性の影響が顕著に現れて、同定誤差が大きくなることが報告されている。

そこで、本報告では、4段階の台形速度軌道を用いた同定法を提案する。本同定法は、速度反転直後に現れる摩擦の非線形ばね特性や、定常外乱の影響を受けずに、低速低変位条件下でイナーシャを同定するもので、演算が極めて容易であることを特徴としている。

ここでは、本同定法の理論について述べるとともに、その有効性を実験により明らかにする。

2. 理論

直流モータをアクチュエータとしたサーボ系の運動方程式は、摩擦がクーロン摩擦モデルで表されるものとすれば、

$$J \frac{d\omega}{dt} = K_t \{ I - D\omega - I_c \cdot \text{sign}(\omega) - I_s \} \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 J はイナーシャ、 ω は角速度、 K_t はモータのトルク定数、 I はモータ電流、 D は粘性抵抗係数、 I_c は電流次元で表したクーロン摩擦、 I_s は電流次元で表した定常外乱である。この式を変形すると、

$$I = \frac{J}{K_t} \frac{d\omega}{dt} + D\omega + I_c \cdot \text{sign}(\omega) + I_s \dots\dots\dots(2)$$

次に、任意の時刻を t_i ($i=0,1,2,\dots,10$)としたとき、

- ① 閉区間 $[t_1, t_4]$ では $\omega > 0$ 、 $[t_6, t_9]$ では $\omega < 0$ 。
- ② 閉区間 $[t_1, t_4]$ 及び $[t_6, t_9]$ では、摩擦が非線形ばね特性を示す微小変位域内にない。
- ③ $i=1,3,6,8$ のとき $\omega_i = \omega_{i+1}$ かつ $i=1,6$ のとき $\omega_i \neq \omega_{i+2}$ 。
- ④ $i=1,2,3,4,6,7,8,9$ のとき、 $\omega_i^{cmd} \equiv \omega_i$ 。

を満たすように目標軌道及びコントローラを設定する。この条件は、目標軌道として図1のような4段階の台形速度軌道、コントローラとしてPI速度コントローラをそれぞれ用いることにすれば、満たすことができる。

このとき、閉区間 $[t_1, t_4]$ 及び $[t_6, t_9]$ では、条件②より、摩擦はクーロン摩擦モデルで表される。従って、関数 S_i を、

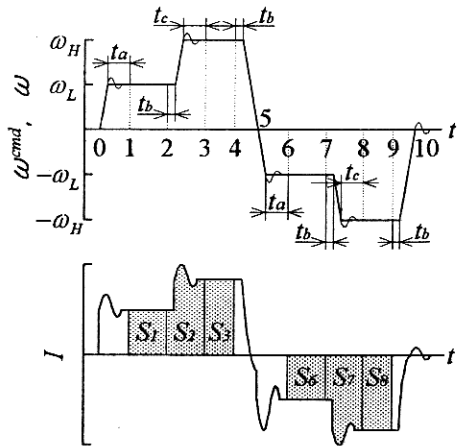


Fig.1 Speed pattern for identification

$$S_i = \int_{t_i}^{t_{i+1}} I dt \quad \dots\dots\dots(3)$$

と定義するとともに、

$$\left. \begin{aligned} \Delta\theta_i &= \theta_{i+1} - \theta_i \\ \Delta\omega_i &= \omega_{i+1} - \omega_i \\ \Delta t &= t_{i+1} - t_i \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

とおけば、条件①より $S_1 \sim S_3$ は

$$S_1 = \frac{J}{K_1} \Delta\omega_1 + D\Delta\theta_1 + (I_c + I_s)\Delta t_1 \quad \dots\dots\dots(5)$$

また、 $S_6 \sim S_8$ も、

$$S_6 = \frac{J}{K_1} \Delta\omega_6 + D\Delta\theta_6 + (-I_c + I_s)\Delta t_6 \quad \dots\dots\dots(6)$$

以上を、条件③及び④を用いて整理すれば、

$S_1 \sim S_3$ 及び $S_6 \sim S_8$ はそれぞれ、

$$S_1 = D\Delta\theta_1 + (I_c + I_s)\Delta t_1 \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$S_2 = \frac{J}{K_1} \Delta\omega_2 + D\Delta\theta_2 + (I_c + I_s)\Delta t_2 \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$S_3 = D\Delta\theta_3 + (I_c + I_s)\Delta t_3 \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$S_6 = D\Delta\theta_6 + (-I_c + I_s)\Delta t_6 \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$S_7 = \frac{J}{K_1} \Delta\omega_7 + D\Delta\theta_7 + (-I_c + I_s)\Delta t_7 \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$S_8 = D\Delta\theta_8 + (-I_c + I_s)\Delta t_8 \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここで、

$$\Delta\omega_i^{cmd} = \omega_{i+1}^{cmd} - \omega_i^{cmd} \quad \dots\dots\dots(13)$$

本研究で提案する同定法では、以上の式(7)~(12)を連立させ、これを解くことによりイナーシャ J の推定値を得る。ただし、イナーシャ J の推定値は、正転時の式(7)~(9)及び逆転時の式(10)~(12)から、それぞれ独立に得られるので、ここではそれらの推定値を添え字+及び-で区別して表す。

正転時のデータに基づくイナーシャ推定値 \hat{J}_+ は、

$$\hat{J}_+ = \frac{K_1}{\Delta\omega_2^{cmd}} \left\{ S_2 - \frac{\Delta\theta_3 - \Delta\theta_2}{\Delta\theta_3 - \Delta\theta_1} S_1 - \frac{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1}{\Delta\theta_3 - \Delta\theta_1} S_3 \right\} \quad \dots\dots\dots(14)$$

また、逆転時のそれに基づくイナーシャ推定値 \hat{J}_- は、

$$\hat{J}_- = \frac{K_1}{\Delta\omega_7^{cmd}} \left\{ S_7 - \frac{\Delta\theta_8 - \Delta\theta_7}{\Delta\theta_8 - \Delta\theta_6} S_6 - \frac{\Delta\theta_7 - \Delta\theta_6}{\Delta\theta_8 - \Delta\theta_6} S_8 \right\} \quad \dots\dots\dots(15)$$

以上のように、提案の同定法では、同定運転中に速度反転が含まれるものの、イナーシャ推定には、速度反転前後のデータを用いない。このため、非線形ばね特性の影響を受けずにイナーシャの同定が可能となる。しかも、定常外乱の影響も受けない。また、式(14)、(15)から明らかなように、演算も極めて容易である。

3. 実験装置及びその摩擦特性

図2に実験装置概略図を示す。駆動用及び外乱発生用の2つの直流モータは、ねじり方向の剛性が十分大きい軸継手(ばね定数 1500Nm/rad)を介して締結されており、回転部分は転がり軸受で支持されている。モータ軸の回転は、歯付きベルトを介してエンコーダに伝えられる。このエンコーダの分解能は1回転あたり20000パルスで、これを4通倍して回転角を検出している。また、速度は差分により得ている。

本装置では、支持系に転がり軸受を用いているため、転がり出し摩擦と呼ばれる非線形ばね特性が現れる⁹⁾。こうした特性を調べるため、慣性項の影響が十分に無視できる条件(周波数 0.01Hz、振幅±0.2~0.38Aの正弦波)で電流加振した実験の結果を図3に示す。この図より、速度反転直後の微小変位域では、式(1)のクーロン摩擦モデルとは大きく異なった摩擦特性を示すことが確認できる。従って、クーロン摩擦モデルに基づき、かつ同定区間中に速度反転を含む同定法を適用しても、イナーシャ推定にバイアスがかかってしまうことが予想される。

図4は、目標速度 ω^{cmd} を 240rpm 一定とした場

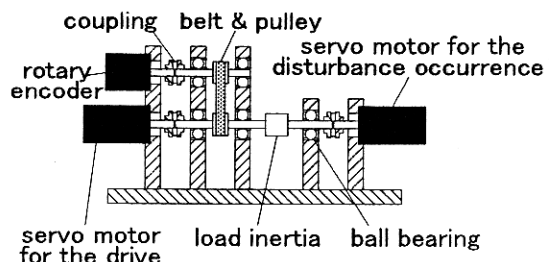


Fig.2 Experimental device

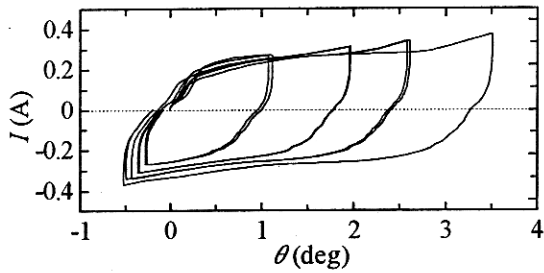


Fig. 3 Pre-rolling friction curve

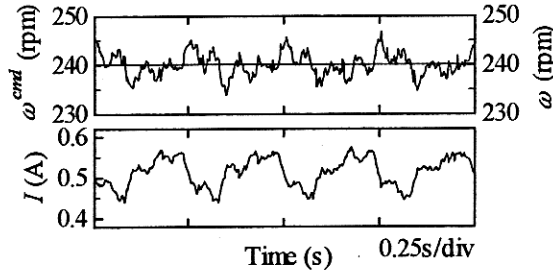


Fig. 4 Response of constant speed ($\omega^{cmd} = 240\text{rpm}$)

合の応答である。速度 ω 及び電流 I は0.25s周期で変動しており、これはモータの回転周期と一致している。従って、本装置の摩擦特性は、モータの回転角に依存した周期性を持つものと思われる。

4. 同定実験

4.1 同定軌道 目標軌道には図1の台形速度軌道を用いる。目標速度が整定してから応答が整定するのに要すると見込まれる時間 t_a は0.2s、同定区間が始まってから加減速を開始するまでの時間 t_b は0.02sにそれぞれ設定した。その上で、任意に設定された低速側及び高速側の目標速度 ω_L 、 ω_H と、加減速中の加速度の大きさ a に基づいて、各同定区間中の変位 $\Delta\theta_i$ が等しくなるように、時刻 t_i を決定した。

4.2 同定実験結果及び考察 3章で述べたように、本装置では、摩擦がモータの回転角に依存した周期性を持つ。そこで、その影響を調べるため、 $\omega_L = 180\text{rpm}$ 、 $\omega_H = 360\text{rpm}$ 、 $a = 4800\text{rpm/s}$ の条件で、初期位置 θ_0 と各同定区間中の変位 $\Delta\theta_i$ をパラメータとして実験を行った。実験では、同定運転開始時の初期位置 θ_0 を、任意の位置を基準として0degから300degまで60deg刻みで、各同定区間中の変位 $\Delta\theta_i$ を0.75revから2.5revまで、0.125rev刻みで変化させた。その結果を図5に示すが、イナーシャの推定値と真値の比である \hat{J}/J は、 θ_0 に依存して大きくなる。ただし、 $\Delta\theta_i$ が1revと2revのときは、 θ_0 によらず良好な同定精度を示している。これは、 $\Delta\theta_i$ が整数回転であれば、加減速を含む同定区間 $[t_2, t_3]$

及び $[t_7, t_8]$ を除いて、各同定区間における摩擦の積分値の時間平均が一致するため、式(5)、(6)のようにクーロン摩擦 I_c を一定の大きさとして扱うことができるようになるためである。そこで、以降の実験では、 $\Delta\theta_i$ が整数回転となるように目標軌道を設定した。ただしその際、条件④を満たすため、目標速度が整定してからその同定区間が終了するまでの時間 t_c が0.05s以上となるようにした。

図6は、 $\omega_L = 180\text{rpm}$ 、 $\omega_H = 360\text{rpm}$ 、 $\Delta\theta_i = 1\text{rev}$ の条件で、目標軌道の加速度の大きさ a の影響について調べた結果である。一般に最小二乗法をベースにした同定法では、加速度を小さくしていくと、ノイズの影響から同定精度が著し

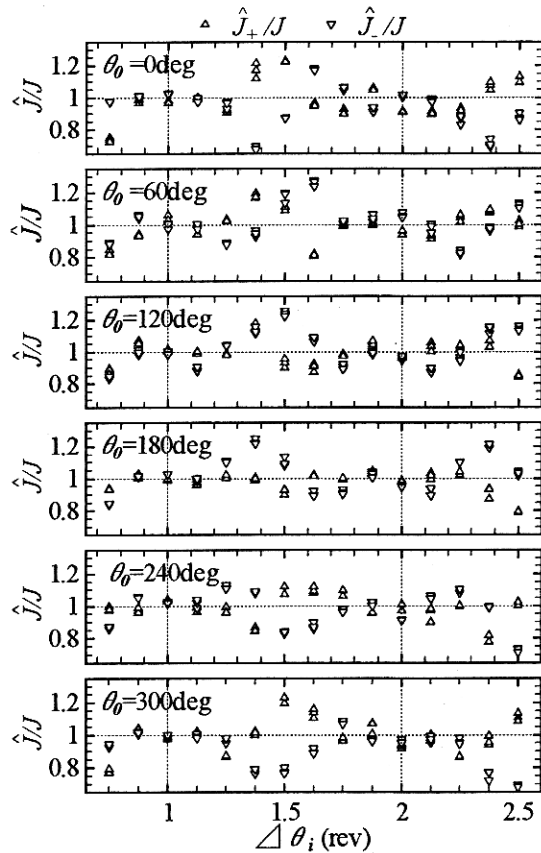


Fig. 5 Influence of the displacement in each identification section ($\omega_L = 180\text{rpm}$, $\omega_H = 360\text{rpm}$)

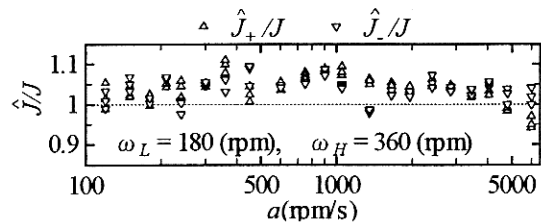


Fig. 6 Influence of the acceleration ($\omega_L = 180\text{rpm}$, $\omega_H = 360\text{rpm}$)

く低下する。しかし、本同定法ではイナーシャの算出に加速度を用いていないため、目標加速度を小さくしていても、同定精度に悪影響はほとんど現れていない。ただし、加速度を小さくすることは、加減速区間中の変位やそれに要する時間の増大、ひいては同定中の最大変位や同定時間の増大につながるため、本研究の目的と相反する。そこで、以下に述べる実験では、加速度の大きさ a を 4800rpm/s とした。

次に、目標速度の同定精度に及ぼす影響を調べた。本同定法では、2つの速度一定区間における電流積分値の時間平均 $S_i/\Delta t_i$ の差から、粘性抵抗係数 D 及びクーロン摩擦と定常外乱の和

$-I_c \cdot \text{sign}(\omega) - I_s$ を暗に算出した上で、加速区間のデータからイナーシャ推定値 \hat{J} を求めている。このため、高速側と低速側の目標速度の差 $\omega_H - \omega_L$ が小さいと、 $S_i/\Delta t_i$ の差も小さくなることから、イナーシャ同定精度が悪化することが予想される。

図 7(a)は、高速側速度 ω_H と低速側速度 ω_L の比を一定 ($\omega_H/\omega_L = 2$) にした場合の結果である。 $\omega_L = 60\text{rpm}$, $\omega_H = 120\text{rpm}$ の条件では \hat{J}/J が約 0.32-0.63, $\omega_L = 120\text{rpm}$, $\omega_H = 240\text{rpm}$ では約 0.92-0.98 になっているものの、 $\omega_L = 180\text{rpm}$, $\omega_H = 360\text{rpm}$ 以上の条件では同定誤差が概ね $\pm 5\%$ 以内に収まっており、この範囲内では速度の大きさに依拠する特別な傾向は見られない。

一方、高速側速度 ω_H を 1080rpm に固定し、低速側速度 ω_L を変えていった同図(b)を見ると、 $\omega_L \geq 960\text{rpm}$ の領域で同定精度が悪化している。また、低速側速度 ω_L を 30, 60, 120, 180rpm に固定した(c)では、 ω_H が低い条件で同定精度が悪化している。以上のことから、イナーシャの同定精度の支配的要因が速度差 $\omega_H - \omega_L$ であることが確認できる。また、本装置では、速度差 $\omega_H - \omega_L$ が概ね 180rpm 以上あれば、イナーシャを良好に同定できることがわかる。

図 8 は、定常外乱の影響を調べた結果である。 $\omega_L = 180\text{rpm}$, $\omega_H = 360\text{rpm}$, $\Delta\theta_i = 1\text{rev}$ の条件下で、外乱発生用モータより $-0.3 \sim +0.3\text{A}$ の範囲で定常外乱 I_s を作用させたが、定常外乱によらずイナーシャは良好に推定されている。

図 9 は、良好な同定結果が得られた運転条件のうち、最も低変位だった場合の応答と同定結果である。運転条件は、 $\omega_L = 60\text{rpm}$, $\omega_H = 300\text{rpm}$, $\Delta\theta_i = 1\text{rev}$ であり、同定時間は 3.462s, 同定中の最大変位 ($\theta_s^{cmd} - \theta_0$) は 3.463rev であった。このときの同定結果 \hat{J}/J は、同定運転開始時の初期位置 θ_0 を 60deg 刻みで変えて行った実験の範囲内で 0.96~1.04 であった。

なお、以上の実験では、PI 速度コントローラ

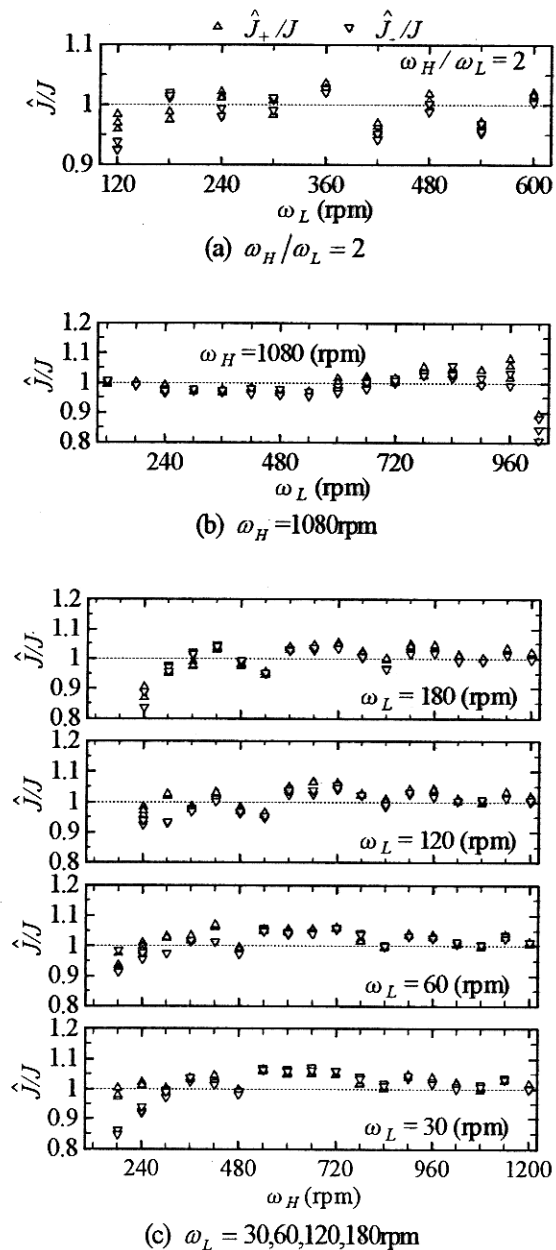


Fig.7 Influence of the operation speed

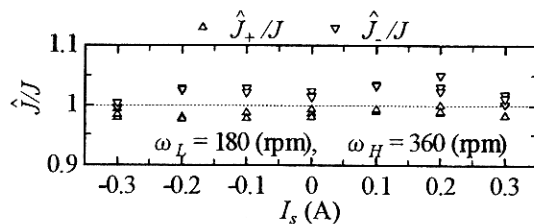
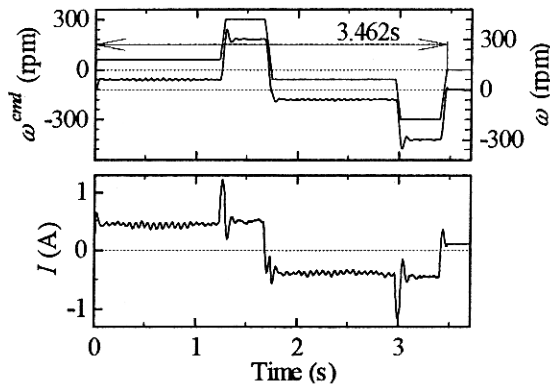
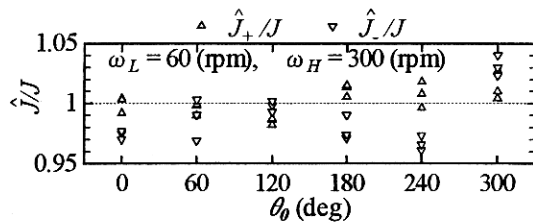


Fig.8 Influence of the steady disturbance
($\omega_L = 180\text{rpm}$, $\omega_H = 360\text{rpm}$, $\Delta\theta_i = 1\text{rev}$)



(a) Response during identification operation



(b) Identification result

Fig.9 operation with the shortest displacement

($\omega_L = 60\text{rpm}$, $\omega_H = 300\text{rpm}$, $\Delta\theta_i = 1\text{rev}$)

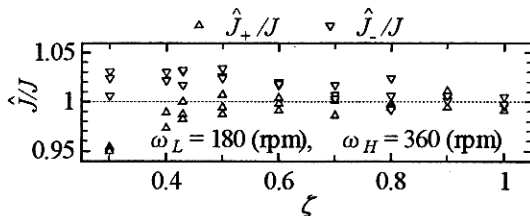


Fig.10 Influence of the damping constant

($\omega_L = 180\text{rpm}$, $\omega_H = 360\text{rpm}$, $\Delta\theta_i = 1\text{rev}$)

のゲインを小さめに設定してきた(固有角振動数 $\omega_n = 11.4\text{Hz}$, 減衰定数 $\zeta = 0.43$)。これは、イナーシャ同定の主要な目的がゲイン調整であり、適切に調整されたゲインで同定実験を行うことは想定し難いからである。

図 10 は、ゲインの影響を調べるため、固有角周波数 ω_n を 11.4Hz に保ったまま、比例ゲインを調整することにより、減衰定数 ζ を $0.3 \sim 1.0$ の範囲で変化させた場合の実験結果である。減衰係数 ζ が大きくなれば、条件④の $\omega_i^{cmd} \cong \omega_i$ の近似精度が高まるため、同定には有利である。実際、 $\zeta = 1.0$ の条件では同定誤差は $\pm 1\%$ に抑制されている。

5. おわりに

本報告では、4段階の台形速度軌道を用いたイナーシャ同定法を提案するとともに、その有効性を実験により検証した。その結果、以下の知見が得られた。

- (1) 本同定法は、速度反転直後に現れる摩擦の非線形ばね特性や、定常外乱の影響を受けずに、イナーシャを同定できる。
- (2) 摩擦がモータの回転角に依存した周期性を持つ場合でも、各同定区間中の変位 $\Delta\theta_i$ が整数回転となるように目標軌道を設定すれば、イナーシャを良好に同定できる。
- (3) 目標軌道の加速度の大きさは、同定精度に余り影響を及ぼさない。
- (4) 同定精度の支配的要因は目標軌道の高速側と低速側の速度差 $\omega_H - \omega_L$ であり、本装置では、速度差 $\omega_H - \omega_L$ が概ね 180rpm 以上あれば、イナーシャを良好に同定できる。
- (5) 目標速度が $\omega_L = 60\text{rpm}$, $\omega_H = 300\text{rpm}$, 同定中の最大変位 ($\theta_s^{cmd} - \theta_0$) が 3.463rev という低速低変位条件下でも、同定誤差は $\pm 4\%$ 以内と良好な結果が得られた。

なお、本研究の一部は、多摩川精機株式会社との共同研究として行われた。有益なご助言をいただいた同社モーションコントロール研究所主任技師章国光氏、八戸工業高等専門学校機械工学科教授佐藤勝俊氏、卒業研究として本研究の一部に参加された同校卒業生(現秋田大学)木村有紀君に感謝の意を表します。

参考文献

- (1) 池田・長野, サーボモータのセルフチューニング制御, 計測と制御, 39-10(2000), 643-646.
- (2) 栗屋・加藤・太田・三宅・伊藤, クーロン摩擦が作用する機械運動系のパラメータ同定法, 日本機械学会論文集, C, 59-567(1993), 3342-3348.
- (3) 山田・吉田・伊達, 負荷トルクオブザーバを用いたイナーシャ推定の一方法, 電気学会論文誌, D, 113-2(1993), 263-264.
- (4) 鶴田・二見・中村・村上, 粘性摩擦, クーロン摩擦および一定外乱トルクの影響を排除したイナーシャ同定方式, 精密工学会誌, 66-10(2000), 1564-1567.
- (5) 小泉, すべり出し変位とこがり出し変位, トライボロジスト, 30-1(1985), 3-8.