

## FIR 型/IIR 型ニューラルネットワークの構成法と応用に関する研究

A Design Method of FIR/IIR Type Neural Network and Their Applications

○星 文伸\*, 松坂 知行\*\*, 木村 昭穂

○Fuminobu Hoshi, Tomoyuki Matsuzaka, Akio Kimura

八戸工業大学

Hachinohe Institute of Technology

キーワード : Neural Network、FIR(Finite Impulse Response)、IIR(Infinite Impulse Response)、

連絡先 : 〒031 八戸市妙字大開 88-1 八戸工業大学情報システム情報工学科 松坂研究室

星 文 伸 , Tel.: (0178)25-3111, Fax.: (0178)25-1691, E-mail:  
m03208@stud.hi-tech.ac.jp

### 1. まえがき

これまで、非線形ダイナミックシステムの同定にニューラルネットワークやファジィとニューラルネットワークの融合システムなどが用いられてきた。これまで非線形システムの同定に用いられてきたニューラルネットワークには、多層ニューラルネットワーク、リカレントニューラルネットワーク、RBF ニューラルネットワークがある<sup>1)</sup>。

筆者らは、これまで、非線形システムの同定や形状最適化を行うにあたって FIR 型、

IIR 型ニューラルネットワークを用いることを提案してきた<sup>2),3)</sup>。FIR/IIR 型ニューラルネットワークは、バックプロパゲーションに基づいた通常の階層型ニューラルネットワークの重みを FIR/IIR シナプスに置き換えた階層型ニューラルネットワークである。FIR/IIR はフィルタ理論に見られる Finite Impulse Response / Infinite Impulse Response を略したもので、その構造はフィルタの構造と同じである。本稿では、まず、2つのニューラルネットワークの構成法と学習則について述べる。つぎに、

2つのニューラルネットワークの同定能力を比較するため、正弦波を余弦波に変換するようにニューラルネットワークを訓練し、このときの教師信号とニューラルネットワークの出力との差を比較する。なお、参考までに階層型ニューラルネットワークとの比較についても述べた。

## 2. ニューラルネットワークの構成

### 2-1 FIR型ニューラルネットワークの構成

本研究で用いたFIR型ニューラルネットワークの基本要素を図1に示す。遅延要素は3個である。この基本要素をもとに、2つの中間層、出力層から成るニューラルネットワークを用いた。中間層は15個の基本要素から構成される。

### 2-2 IIR型ニューラルネットワークの構成

本研究で用いたIIR型ニューラルネットワークの基本要素を図2に示す。遅延要素は順方向、逆方向ともに5つである。この基本要素をもとに、2つの中間層、出力層から成るニューラルネットワークを構成し

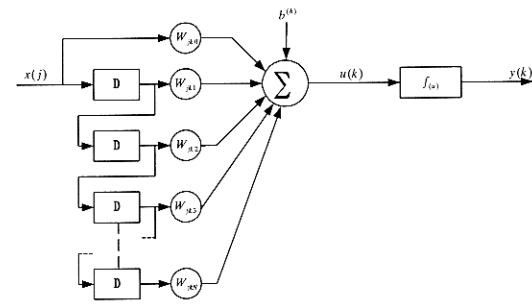


図1 FIR型ニューラルネットワークの構成

た。また、ニューラルネットワーク全体の構成を図3に示す。通常ニューラルネットワークの構成は、中間層を1つにすることが多いが、後述する信号処理に適用した結果、中間層を1つにすると基本要素数は2倍必要であることが判明した。このため、基本要素数を半分にして、中間層を2つにした。計算時間と二乗誤差については、2つのケースでほぼ同程度であった。

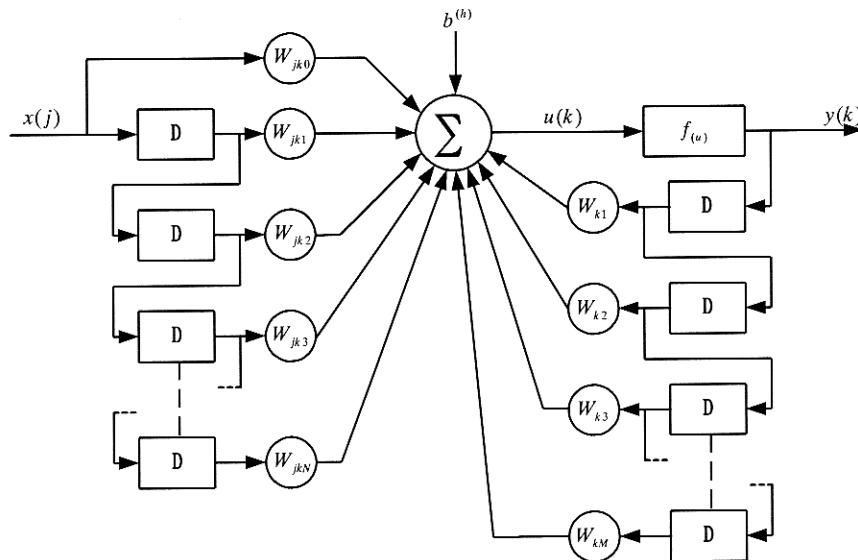


図2 IIR型ニューラルネットワークの構成

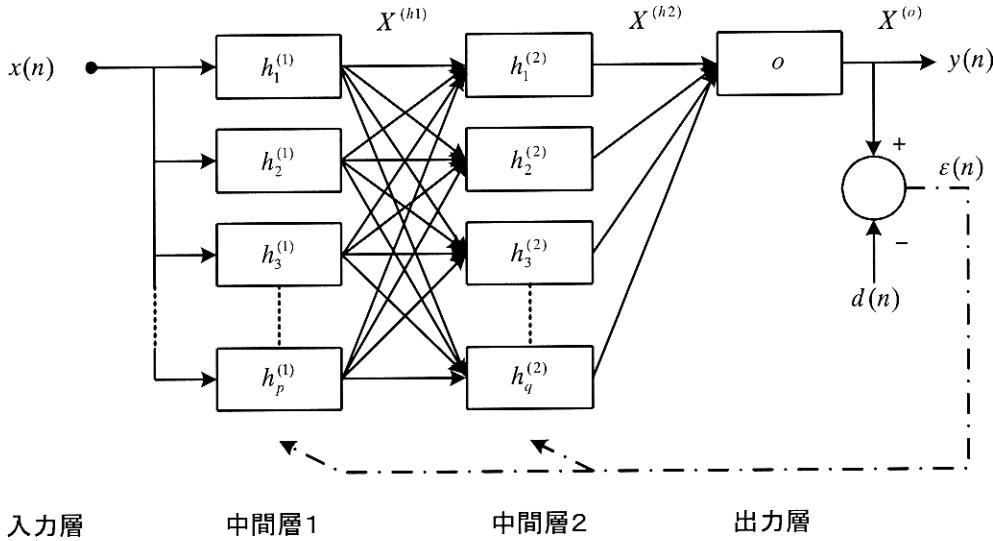


図3 ニューラルネットワークの全体の構成

### 3 学習則<sup>2),3)</sup>

つぎに学習則について述べる。FIR型とIIR型の式の相違は、出力層からのフィードバックの有無に依存するので、FIR型の場合は、出力層からのフィードバックの重みを除いて考えればよい。

#### (1) 順方向の計算

##### (a) 出力層

内部ポテンシャルは、(1)式のようになる。

$$u(o) = \sum_{l=0}^N W_{hol} X^{(h)} z^{-l} + \sum_{q=1}^M W_{op} X^{(o)} z^{-q} + b \quad (1)$$

また、出力は(2)式のようになる。

$$X^{(o)} = f(u(o)) \quad (2)$$

ここで \$f\$ はシグモイド関数である、\$W\_{hol}\$ は

中間層と出力層間の重み、\$W\_{op}\$ は遅延要素

を介してフィードバックされた重み、\$b\$ は

バイアス、\$z^{-1}\$ は遅れ演算子である。シグモイド関数 \$f\$ は、標準的な

$$f(u) = \frac{1}{1 + \exp(-u)} \dots \dots \dots \quad (3)$$

という形を用いる。

##### (b) 中間層

内部ポテンシャルは(4)式のようになる。

$$u(h) = \sum_{i=0}^N W_{nhi} x(n) z^{-i} + \sum_{r=1}^M W_{hr} X^{(h)} z^{-r} + b \quad (4)$$

ここで、

\$x(n)\$ : 入力層または中間層 1 からの入力

\$W\_{nhi}\$ : 入力 \$x(n)\$ と中間層間の i 番目の  
遅延要素間の重み

\$W\_{hr}\$ : 中間層の出力の r 番目の遅延要素間  
の重み

#### (2) 逆方向の計算

ここでは誤差逆伝播法(BP法)による計算を行うための逆方向計算方法を述べる。出

力層の出力  $X^{(o)}$  と教師信号  $d(n)$  との誤差  $e$  は

$$e = d(n) - X^{(o)} \quad (5)$$

#### (a) 出力層の順方向の重みの更新

出力層の順方向の重み  $W_{hoN}$  の更新は以下のようにして行われる。

$$\begin{aligned} \Delta W_{hoN} &= -\alpha \frac{\partial e}{\partial W_{hoN}} \\ &= -\alpha \cdot \frac{\partial e}{\partial X^{(o)}} \cdot \frac{\partial X^{(o)}}{\partial u(o)} \cdot \frac{\partial u(o)}{\partial W_{hoN}} \\ &= -\alpha \cdot [d(n) - X^{(o)}] \cdot X^{(o)} [1 - X^{(o)}] \cdot X^{(h)} z^{-N} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで  $\alpha$  は学習係数である。いま、BP 法を用いて  $W_{hoN}$  の更新を行う。さらに

$$\delta_o = [d(n) - X^{(o)}] \cdot X^{(o)} [1 - X^{(o)}] \quad (7)$$

とおく。よって

$$\Delta W_{hoN} = -\alpha \cdot \delta_o \cdot X^{(h)} z^{-N} \quad (8)$$

となる。計算の安定化のために慣性項  $\gamma \Delta W_{hoN}|_{old}$  を加えると

$$\Delta W_{hoN} = -\alpha \cdot \delta_o \cdot X^{(h)} z^{-N} + \gamma \Delta W_{hoN}|_{old} \quad (9)$$

となる。よって更新則は以下のようになる。

$$W_{hoN}|_{new} = W_{hoN}|_{old} + \Delta W_{hoN} \quad (10)$$

#### (b) 出力層のフィードバック方向の重みの更新

出力層のフィードバック方向の重み  $W_{oM}$  の更新は、以下のようにして行われる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta W_{oM} &= -\alpha \frac{\partial e}{\partial W_{oM}} \\ &= -\alpha \cdot \frac{\partial e}{\partial X^{(o)}} \cdot \frac{\partial X^{(o)}}{\partial u(o)} \cdot \frac{\partial u(o)}{\partial W_{oM}} \\ &= -\alpha \cdot \delta_o \cdot X^{(o)} z^{-M} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで使われる  $\delta_o$  は、(7)式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} &\text{計算の安定化のために慣性項 } \gamma \Delta W_{oM}|_{old} \text{ を} \\ &\text{加えると} \\ &\Delta W_{oM} = -\alpha \cdot \delta_o \cdot X^{(o)} z^{-M} + \gamma \Delta W_{oM} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

となる。よって更新則は以下のようになる。

$$W_{oM}|_{new} = W_{oM}|_{old} + \Delta W_{oM} \quad (13)$$

#### (c) 中間層の順方向の重みの更新

中間層の順方向の重み  $W_{jhpN}$  の更新は以下のようにして行われる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta W_{j(hp)N} &= -\alpha \frac{\partial e}{\partial W_{j(hp)N}} \\ &= -\alpha \sum_{q=1}^p \frac{\partial e}{\partial W_{j(hp)N}} \\ &\quad \frac{\partial e_q}{\partial X_q^{(o)}} \cdot \frac{\partial X_q^{(o)}}{\partial u(o_q)} \cdot \frac{\partial u(o_q)}{\partial X_p^{(h)}} \\ &= -\alpha \sum_{q=1}^p \frac{\partial X_p^{(h)}}{\partial u(h_p)} \cdot \frac{\partial u(h_p)}{\partial W_{j(hp)N}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となり、それぞれの微分結果は、以下のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial e_q}{\partial X_q^{(o)}} = [d(j) - X_q^{(o)}] \\ \frac{\partial X_q^{(o)}}{\partial u(o_q)} = \alpha X_q^{(o)} [1 - X_q^{(o)}] \\ \frac{\partial u(o_q)}{\partial X_p^{(h)}} = W_{(hp)(oq)0} \\ \frac{\partial X_p^{(h)}}{\partial u(h_p)} = \alpha \partial X_p^{(h)} [1 - \partial X_p^{(h)}] \\ \frac{\partial u(h_p)}{\partial W_{j(hp)N}} = x(j) \end{array} \right\} \quad (15)$$

よって

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial e}{\partial W_{j(hp)N}} = \sum_{q=1}^p \cdot \alpha X_q^{(o)} [1 - X_q^{(o)}] \cdot W_{(hp)(oq)0} \\ \quad \cdot \alpha X_p^{(h)} [1 - X_p^{(h)}] \cdot x(j) \\ = \sum_{q=1}^p \delta_{oq} \cdot W_{(hp)(oq)0} \cdot \alpha X_p^{(h)} [1 - X_p^{(h)}] \cdot x(j) \end{array} \right\} \quad (16)$$

となる。さらに

$$\delta_{j(hp)N} = \delta_{oq} W_{(hp)(oq)0} \frac{\partial X_p^{(h)}}{\partial u(h_p)} \quad (17)$$

となる。よって

$$\Delta W_{j(hp)N} = -\alpha \delta_{j(hp)N} x(j) z^{-N} \quad (18)$$

となる。計算の安定化のために慣性項

$\gamma \Delta W_{j(hp)N} |_{old}$  を加えると

$$\Delta W_{j(hp)N} = -\alpha \delta_{j(hp)N} x(j) z^{-N} + \gamma \Delta W_{j(hp)N} |_{old} \quad (19)$$

となる。よって、更新則は以下のようになる。

$$W_{j(hp)N} |_{new} = W_{j(hp)N} |_{old} + \Delta W_{j(hp)N} \cdots \quad (20)$$

(d) 中間層のフィードバック方向の重みの更新

中間層のフィードバック方向の重み  $W_{(hp)M}$  の更新は以下のようにして行われる。

$$\left. \begin{array}{l} \Delta M_{(hp)M} = -\alpha \frac{\partial e}{\partial W_{(hp)M}} \\ = -\alpha \sum_{q=1}^p \frac{\partial e}{\partial W_{(hp)M}} \\ = -\alpha \delta_{j(hp)} X^{(hp)} z^{-M} \end{array} \right\} \quad (21)$$

となる。ここで用いた  $\delta_{j(hp)}$  は、(17) 式で与えられる。計算の安定化のために慣性項  $\gamma \Delta W_{(hp)M} |_{old}$  を加えると

$$\Delta W_{(hp)M} = -\alpha \delta_{j(hp)} X^{(hp)} z^{-M} + \gamma \Delta W_{(hp)M} |_{old} \quad (22)$$

となる。よって更新則は

$$W_{(hp)M} |_{new} = W_{(hp)M} |_{old} + \Delta W_{(hp)M} \quad (23)$$

計算手順をまとめると

- (i) 生データ  $x(j) (j = 1, 2, \dots, 629)$  と教師データ  $d(j) (j = 1, 2, \dots, 629)$  を式(24)を用いて正規化して読み込む。
- (ii) (1)～(4)式を用いて順方向の計算を行う。このときの  $M$  は 0 として計算する。
- (iii) 教師データ  $d(j)$  とニューラルネットワークの出力信号  $X^{(0)}$  との差  $\varepsilon(j)$  を基にし

て、(5)～(10)式、(14)～(20)式を用いて逆方向の計算を行なう。

(iv) データが終わるまで(ii)～(iii)を繰り返す。

#### 4 学習データと教師データ

本節では、正弦波を入力し余弦波を出力する信号変換を考える。学習データとして正弦波を、教師データとして余弦波を用いた。学習データ、教師データともに、0.01刻みで  $0 \sim 2\pi$ までの範囲のデータ 629 個用いることとした。

次に、両信号とも(3)式のシグモイド関数を用いるので、それにあわせて以下の式で正規化した。

$$\frac{X}{3} + 0.5 \quad (24)$$

ここで、 $X$  は生の学習データ、教師データを示す。この正規化した学習データ  $x(1), x(2), x(3), \dots, x(j)$  と正規化した教師データ  $d(1), d(2), d(3), \dots, d(j)$  を用いてニューラルネットワークを学習させた。

#### 5 結果と考察

本節では階層型ニューラルネットワーク、FIR 型ニューラルネットワーク、IIR 型ニューラルネットワークの信号変換能力の比較を行う。学習則の計算では、学習定数  $\alpha$  は 0.3、慣性項の  $\gamma$  は 0.5 とした。

図 5 は階層型ニューラルネットワーク、FIR 型ニューラルネットワーク、IIR 型ニューラルネットワークとの比較を示す。図 5 の 2 乗誤差は、各計算段階での教師信号とニューラルネットワークの推定出力との

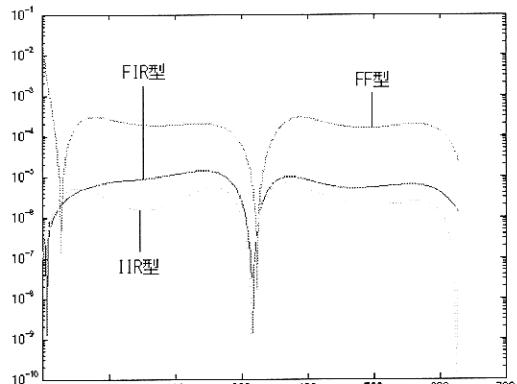


図 5 2 乗誤差の比較

差の 2 乗である。この結果を見ると、遅延要素を有するニューラルネットワークは、階層型ニューラルネットワークよりも 2 乗誤差が少ない。特に、IIR 型ニューラルネットワークは、FIR 型ニューラルネットワークよりも 2 乗誤差が少ないことが分かる。ただし、計算時間は IIR 型の場合、FIR 型の約 2 倍の時間を要した。本研究で用いた IIR 型ニューラルネットワークは、基本要素の遅延要素が 5 個、中間層 1、2 とも 15 個の基本要素をもっている。また、FIR 型ニューラルネットワークは、基本要素の遅延要素が 3 個、中間層 1、2 とも 15 個の基本要素をもっている。この相違により、2 乗誤差の大小が生じ、また計算時間の相違になっている。遅延要素数は、ニューラルネットワークに要求される性能によって異なるので、試行錯誤で求める以外に今のところ決定方法が見つからない。

さらに、ニューラルネットワークの収束性について述べると、初期値によって収束しない場合があるので、これを避ける方法を今後検討する必要がある。

## 5まとめ

以上、FIR/IIR 型ニューラルネットワークの構成法と学習則について述べ、その応用として信号変換に適用した。その結果、階層型ニューラルネットワークに比較して、2乗誤差が少なく、信号変換能力が優れていることが分かった。特に、IIR 型ニューラルネットワークは、3つのニューラルネットワークの中では、最も信号変換能力が優れている。

今後の課題としては、局所解に陥らない学習法を検討すること、計算精度と計算時間を踏まえて、中間層の層数、中間層のニューロン数、遅延要素の個数を決定することである。これらの問題点を解決して、予測の問題に適用することを研究する予定である。

## 参考文献

- 1) J. Wesley Hines: *Fuzzy and Neural Approaches in Engineering MATLAB Supplement*, 63/101, John Wiley and Sons (1997)
- 2) 降矢, 西, 松坂: FIR 型ニューラルネットワークのシステム同定への応用, 電気学会論文誌 C(電子・システム部門誌), 121-C-3, 662/672 (2001)
- 3) 木村, 松坂, 加川: IIR 型ニューラルネットワークの磁極形状最適化への応用, 電気学会論文誌 D, 122-4, 366/374 (2002)