計測自動制御学会　東北支部　第２１１回研究集会（２００３．１０．１１）
資料番号　２１１—３

ファジィむだ時間系のモデル追従形制御

Model Following Control for the Fuzzy Delay Systems

秋山　孝夫　　大久保　重範
Takao AKIYAMA　　Shigenori OKUBO
山形大学　　山形大学
Yamagata University　　Yamagata University

キーワード：むだ時間，T-S ファジィモデル，モデル追従形制御系，内部状態，有界性，外乱

Keywords: Time Delay, T-S Fuzzy Model, Model Following Control System, Inner State, Boundedness, Disturbance

1. 緒　言

非線形システムに対するモデル追従形制御系の設計に関する研究例は，これまでに数多く提案されているが，非線形特性に何らかの制約が課される場合が多いようである．非線形システムのモデリング手法の一つに高木・菅野のファジィモデル（T-S ファジィモデル）が挙げられるが，これは sector nonlinearity や local approximation によってシステムを表現する手法であり，非線形特性の制約を受けにくいようである．T-S ファジィモデルに対するモデル追従形制御の設計法については，筆者らも提案している [1]．

一方，入出力および状態に任意の大きさのむだ時間が含まれる線形システムに対するモデル追従形制御系設計は，例えば，外乱除去を考慮した形で筆者らにより報告されている [2]．

本発表では，入出力と状態にむだ時間を有する非線形システムがむだ時間を含む T-S ファジィモデルで表現されたと仮定し，このシステムに対するモデル追従形制御系の設計法を提案する．

2. 問題の設定

入出力および状態に任意の大きさのむだ時間を含む非線形システムを制御対象とし，これを次式（１）のむだ時間を含む高木・菅野のファジィモデル（T-S ファジィモデル）で表示する．

$$\dot{x}(t)=\frac{\sum_{i=1}^{r}w_i(x(t))\left\{\sum_{j=0}^{k}A_{ij}x(t-h_j)+\sum_{j=0}^{k}B_{ij}u(t-h_j)\right\}}{\sum_{i=1}^{r}w_i(x(t))}+\frac{\sum_{i=1}^{r}w_i(x(t))d_i(t)}{\sum_{i=0}^{r}w_i(x(t))} \qquad (1.\,a)$$

$$y(t)=\sum_{i=0}^{k}C_i x(t-h_i)+d_o(t) \qquad (1.\,b)$$

ここで，$x(t)=[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_n(t)]^T\in R^n$ は状態変数，$u(t)\in R^l$ は制御入力，$y(t)\in R^l$ は制御対象の出力，$d(t)\in R^n$ と $d_o(t)\in R^l$ は共に有界な外乱，$h_i\,(0=h_0<h_1<\cdots<h_k)$ はむだ時間である．A_i，B_j，C_i はそれぞれ適合する次元の実数定数行列である．$w_i(x(t))$ は $M_{ij}(x_j(t))$ をメンバーシップ関数値として次式を満足する適合度である．

$$w_i(x(t))=\prod_{j=1}^{n}M_{ij}(x_j(t))\geq 0\;(i=1,2,\cdots,r) \qquad (2.\,a)$$

$$\sum_{i=1}^{r}w_i(x(t))>0 \qquad (2.\,b)$$

式（１）の記述を簡単にするために，次式で定義される正規化された適合度ベクトル $\boldsymbol{\alpha}(x(t))$ および形式的な時間遅れ作用素ベクトル $\boldsymbol{\sigma}$ を導入する．

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{\alpha}(x(t))=[\alpha_1(x(t)),\alpha_2(x(t)),\cdots,\alpha_r(x(t))]^T,\\&\alpha_i(x(t))=\frac{w_i(x(t))}{\sum_{j=1}^{r}w_j(x(t))},(i=1,2,\cdots r)\end{aligned}\right\} \qquad (3.\,a)$$

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{\alpha}}(x(t))=[\dot{\alpha}_1(x(t)),\dot{\alpha}_2(x(t)),\cdots,\dot{\alpha}_r(x(t))]^T,\\&\dot{\alpha}_i(x(t))=\left[\frac{\partial\alpha_i(x(t))}{\partial x(t)}\right]^T\dot{x}(t),(i=1,2,\cdots r)\end{aligned}\right\} \qquad (3.\,b)$$

$$\sum_{i=1}^{r}\alpha_i(x(t))=1,\quad \sum_{i=1}^{r}\dot{\alpha}_i(x(t))=0 \qquad (3.\,c)$$

$$\boldsymbol{\sigma}=(\sigma_0,\sigma_1,\cdots,\sigma_k)^T \qquad (4.\,a)$$

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_i z(t)=z(t-h_i),\\&\sigma_i=e^{-ph_i}\end{aligned}\right\},(i=0,1,\cdots,k) \qquad (4.\,b)$$

ただし，$\sigma_0=1$ であり，実際のむだ時間作用素は $\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_k$ である．また，$p\in C$（C は複素数全体の集合を表す）は時間 t についての微分演算子 $p=d/dt$ とする．式（３）と（４）を利用して式（１）を書き換えれば，次のようになる．

$$\dot{x}(t)=A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})x(t)+B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{d}(t) \quad \cdots\cdots (4.\ \mathrm{a})$$

$$\boldsymbol{y}(t)=C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{d}_o(t) \quad \cdots\cdots (4.\ \mathrm{b})$$

ここで,

$$\left.\begin{aligned} &A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i\sum_{j=1}^{k}A_{ij}\sigma_j,\quad B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i\sum_{j=1}^{k}B_{ij}\sigma_j,\\ &C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i\sum_{j=1}^{k}C_{ij}\sigma_j \end{aligned}\right\} \quad (5.\ \mathrm{a})$$

$$\boldsymbol{d}(t)=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i d_i(t),\quad \boldsymbol{d}_o(t)=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i d_{oi}(t) \quad \cdots\cdots (5.\ \mathrm{b})$$

であり, $\{A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}),B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}$ スペクトル可制御, $\{C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}),A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}$ スペクトル可観測とする. さらに, $\boldsymbol{\alpha}$ の t についての i ($i=1,2,\cdots$) 階微分係数が $\dot{\boldsymbol{\alpha}}\cong\boldsymbol{0}$, $\ddot{\boldsymbol{\alpha}}\cong\boldsymbol{0},\cdots,\boldsymbol{\alpha}^{(i)}\cong\boldsymbol{0},\cdots$ を満たすものとする. $\dot{x}(t)\to\boldsymbol{0}\ (t\to\infty)$ のとき $\boldsymbol{\alpha}^{(i)}\to\boldsymbol{0}\ (t\to\infty)$ となること, および設計の簡便さも考慮し, 2階以上の微分係数は無視するものとする.

参照モデルを次式で表す.

$$\dot{\boldsymbol{x}}_m=A_m\boldsymbol{x}_m(t)+B_m\boldsymbol{r}_m(t) \quad \cdots\cdots (6.\ \mathrm{a})$$

$$\boldsymbol{y}_m(t)=C_m\boldsymbol{x}_m(t) \quad \cdots\cdots (6.\ \mathrm{b})$$

ここで, $\boldsymbol{x}_m(t)\in\mathrm{R}^{n_m}$, $\boldsymbol{r}_m(t)\in\mathrm{R}^{l_m}$, $\boldsymbol{y}_m(t)\in\mathrm{R}^{l}$ は参照モデルに関する状態変数, 参照入力, 出力であり, A_m, B_m, C_m は適合する次元の実数定数行列である. また, (A_m,B_m) 可制御, (C_m,A_m) 可観測, A_m は安定行列とする.

制御対象で利用可能な状態は $\boldsymbol{y}(t)$ のみであり, 内部状態 $\boldsymbol{x}(t)$ は直接入手できないものとする. 制御対象とモデルとの出力誤差 $\boldsymbol{e}(t)$ は次式で与えられる.

$$\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{y}_m(t) \quad \cdots\cdots (7)$$

本研究では, 初期値関数 $\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}_0(t)\ (t\le0)$, $u(t)=u_0(t)\ (t<0)$ に対し, $t\to\infty$ で $\boldsymbol{e}(t)\to\boldsymbol{0}$ にするようなモデル追従形制御系の設計を考える.

3. 制御系の設計

式(4)と(6)から $\boldsymbol{y}(t)$ と $\boldsymbol{y}_m(t)$ はそれぞれ次式のように表される.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}(t)=&C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\{pI-A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}^{-1}B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{u}(t)\\ &+C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\{pI-A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}^{-1}\boldsymbol{d}(t)+\boldsymbol{d}_0(t)\end{aligned} \quad \cdots\cdots (8)$$

$$\boldsymbol{y}_m(t)=C_m(pI-A_m)^{-1}B_m\boldsymbol{r}_m(t) \quad \cdots\cdots (9)$$

式(8)と(9)において, $p\boldsymbol{\alpha}=\dot{\boldsymbol{\alpha}}+\boldsymbol{\alpha}p$ を考慮して

$$\begin{aligned}&C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\{pI-A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}^{-1}B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\\ &\quad=N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)/D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\end{aligned} \quad \cdots\cdots (10.\ \mathrm{a})$$

$$\begin{aligned}&N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)=C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\mathrm{adj}\{pI-A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\\ &\quad\in\mathrm{R}^{l\times l}|\boldsymbol{\sigma}|\end{aligned} \quad \cdots\cdots (11.\ \mathrm{b})$$

$$D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)=|pI-A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})|\in\mathrm{R}|\boldsymbol{\sigma}| \quad \cdots\cdots (11.\ \mathrm{c})$$

$$C_m(pI-A_m)^{-1}B_m=N_m(p)/D_m(p) \quad \cdots\cdots (12.\ \mathrm{a})$$

$$N_m(p)=C_m\,\mathrm{adj}(pI-A_m)B_m\in\mathrm{R}^{l_m\times l_m} \quad \cdots\cdots (12.\ \mathrm{b})$$

$$D_m(p)=|pI-A_m| \quad \cdots\cdots (12.\ \mathrm{c})$$

とおく. ここで, 式(11. b)の $N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$ の各要素は, 明らかに $\boldsymbol{\sigma}$ の多項式 ($\sigma_0,\sigma_1,\cdots,\sigma_k$ に関する多項式) を係数とする p に関する多項式となり, これを $\mathrm{R}^{l\times l}|\boldsymbol{\sigma}|$ と表すことにする. また, $D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\in\mathrm{R}|\boldsymbol{\sigma}|$ である. 式(11)と(12)を用いて式(8)と(9)は式(13)と(14)のようになる. 外乱はまとめて式(15)のようになる.

$$D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{y}(t)=N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{v}(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},t) \quad \cdots\cdots (13)$$

$$D_m(p)\boldsymbol{y}_m(t)=N_m(p)\boldsymbol{r}_m(t) \quad \cdots\cdots (14)$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},t)=&C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\mathrm{adj}\{pI-A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}\boldsymbol{d}(t)\\ &+D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{d}_0(t)\end{aligned} \quad \cdots\cdots (15)$$

設計の都合上, $N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$ と $N_m(p)$ をそれぞれ次式(16)と(17)の形式で表す.

$$N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)=N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\mathrm{diag}(p^{\eta_i})+\tilde{N}(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p),(i=1,2,\cdots,l) \quad \cdots\cdots (16.\ \mathrm{a})$$

$$N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})=\bar{N}_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})+\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})\in\mathrm{R}^{l\times l}|\boldsymbol{\sigma}| \quad \cdots\cdots (16.\ \mathrm{b})$$

$$N_m(p)=\mathrm{diag}(p^{\eta_{m_i}})N_{m_r}+\tilde{N}_m(p),(i=1,2,\cdots,l) \quad \cdots\cdots (17)$$

ここで, η_i は $N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$ の各行の p に関する次数 (最高次数) を表し, η_{m_i} は $N_m(p)$ の各行の次数 (最高次数) である. また, $\partial_{r_i}\tilde{N}(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)<\eta_i$, $\partial_{r_i}\tilde{N}_m(p)<\eta_{m_i}$ ($\partial_{r_i}[\bullet]$ は行列 $[\bullet]$ の各行の p に関する多項式の次数を表す) である. $N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})$ は明らかに $\boldsymbol{\sigma}$ に関する多項式を要素とする行列となり, $\underline{\partial}_{r_i}\bar{N}_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\ge1$ ($\underline{\partial}_{r_i}[\bullet]$ は行列 $[\bullet]$ の各行における $\sigma_0,\sigma_1,\cdots,\sigma_k$ に関する多項式の最低次数を表す) である. $\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})$ は $l\times l$ の行列であり, $|\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})|\ne0$ であるとする. また, 外乱 $\boldsymbol{d}(t)$ と $\boldsymbol{d}_o(t)$ は

$$D_d(p)\boldsymbol{d}(t)=0,\ D_d(p)\boldsymbol{d}_o(t)=0 \quad \cdots\cdots (18.\ \mathrm{a})$$

$$\partial D_d(p)=n_d \quad \cdots\cdots (18.\ \mathrm{b})$$

を満たすものとする. ここで, $\partial\bullet$ は多項式 $\bullet$ の p についての次数を表す. $D_d(p)$ は既知のモニックな多項式であり, 外乱のモードを与える. 従って, $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},t)$ は次式を満足する.

$$\begin{aligned}D_d(p)\boldsymbol{v}(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},t)=&D_d(p)C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\mathrm{adj}\{pI-A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}\boldsymbol{d}(t)\\ &+D_d(p)D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{d}_o(t)\\ \cong&[C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\mathrm{adj}\{pI-A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}D_d(p)+\Delta_d(\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)]\boldsymbol{d}(t)\\ &+\{D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)D_d(p)+\Delta_{d_o}(\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\}\boldsymbol{d}_o(t)\\ \cong&\Delta_d(\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{d}(t)+\Delta_{d_o}(\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{d}_o(t)\\ \cong&0\end{aligned} \quad (19)$$

次に, ρ 次 ($\rho\ge n_d+2n-n_m-1-\eta_i,\forall i=1,2,\cdots,l$) のモニックで安定な多項式 $T(p)$ を選び, 次式より p に関する多項式 $R(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$ と $S(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$ を求める.

$$\begin{aligned}T(p)D_m(p)\cong&R(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)D_d(p)D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\\ &+S(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\end{aligned} \quad \cdots\cdots (20)$$

ここで, 各多項式の p に関する次数は $\partial T(p)=\rho$, $\partial D_m(p)=n_m$, $\partial D_d(p)=n_d$, $\partial D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)=n$, $\partial R(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)=\rho+n_m-n_d-n$, $\partial S(\boldsymbol{\sigma},p)\le n_d-n-1$ であり, 明らかに $R(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p),S(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\in\mathrm{R}|\boldsymbol{\sigma}|$ となる.

式(3)と(20)および(14)を考慮すれば, $\boldsymbol{e}(t)$ は次のように求められる.

$$\begin{aligned}T(p)D_m(p)\boldsymbol{e}(t)\cong&R(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)D_d(p)D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{y}(t)\\ &+S(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{y}(t)-T(p)N_m(p)\boldsymbol{r}_m(t)\end{aligned} \quad \cdots (21)$$

さらに, 式(13)と(19)を利用すれば, $\boldsymbol{e}(t)$ は次のように記述される.

$$\begin{aligned}&T(p)D_m(p)\boldsymbol{e}(t)\\ &\cong\{R(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)D_d(p)N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)-N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})Q(p)\}\boldsymbol{u}(t)\\ &\quad+N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})Q(p)\boldsymbol{u}(t)+S(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{y}(t)-T(p)N_m(p)\boldsymbol{r}_m(t)\end{aligned}$$

$$\cdots\cdots(22)$$

ここで，$Q(p)$は$|Q(p)|$が安定多項式であるような多項式行列であり，次式のように表す．

$$Q(p)=\mathrm{diag}(p^{\rho+n_m-n+\eta_i})+\tilde{Q}(p),\ (i=1,2,\cdots,l) \quad\cdots\cdots(23)$$

ただし，$\partial_{r_i}\tilde{Q}(p)<\rho+n_m-n+\eta_i, \forall i=1,2,\cdots l$である．式(22)において$T(p)D_m(p)\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{0}$となるように式(22)の右辺を$\boldsymbol{0}$と置けば，$\left|\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})\right|\neq 0$に注意して$\boldsymbol{u}(t)$は次式のように求められる．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}(t)=&-Q(p)^{-1}\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})^{-1}\overline{N}_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})Q(p)\boldsymbol{u}(t)\\&-Q(p)^{-1}\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})^{-1}\{R(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)D_d(p)N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\\&-N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})Q(p)\}\boldsymbol{u}(t)\\&-Q(p)^{-1}\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})^{-1}S(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\boldsymbol{y}(t)\\&+Q(p)^{-1}\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})^{-1}T(p)N_m(p)\boldsymbol{r}_m(t)\end{aligned} \quad\cdots\cdots(24)$$

式(24)の各行列要素の有理多項式がプロパーであるためには，次の次数に関する条件

①$\rho\geq n_d+2n-n_m-1-\eta_i, \forall i=1,2,\cdots,l$

②$n_m-\eta_{m_i}\geq n-\eta_i, \forall i=1,2,\cdots,l$

を満足しなければならない．さらに，次の関係式

$$Q(p)^{-1}\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})^{-1}\overline{N}_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})Q(p)\cong J_0(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma}) \quad\cdots\cdots(25.\mathrm{a})$$

$$\begin{aligned}&Q(p)^{-1}\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})^{-1}\{R(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)D_d(p)N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\\&\quad-N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})Q(p)\}\cong H_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})(pI-F_1)^{-1}G_1\end{aligned} \quad\cdots\cdots(25.\mathrm{b})$$

$$\begin{aligned}&Q(p)^{-1}\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})^{-1}S(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\\&\quad\cong J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})+H_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})(pI-F_2)^{-1}G_2\end{aligned} \quad\cdots\cdots(25.\mathrm{c})$$

$$\begin{aligned}&Q(p)^{-1}\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})^{-1}T(p)N_m(p)\\&\quad\cong J_3(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}})+H_3(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}})(pI-F_3)^{-1}G_3\end{aligned} \quad\cdots\cdots(25.\mathrm{d})$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_1(t)=F_1\boldsymbol{\xi}_1(t)+G_1\boldsymbol{u}(t) \quad\cdots\cdots(26.\mathrm{a})$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_2(t)=F_2\boldsymbol{\xi}_2(t)+G_2\boldsymbol{y}(t) \quad\cdots\cdots(26.\mathrm{b})$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_3(t)=F_3\boldsymbol{\xi}_3(t)+G_3\boldsymbol{r}_m(t) \quad\cdots\cdots(26.\mathrm{c})$$

$$|pI-F_i|=|Q(p)|,\ (i=1,2,3) \quad\cdots\cdots(27)$$

を利用すれば，式(30)は状態変数フィルタ$\boldsymbol{\xi}_i(t)$ $(i=1,2,3)$を用いて次のように書き換えられる．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}(t)\cong&-J_0(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{u}(t)-H_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\xi}_1(t)\\&-J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{y}(t)-H_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\xi}_2(t)+\boldsymbol{u}_m(t)\end{aligned} \quad\cdots\cdots(28)$$

ここで，外生信号$\boldsymbol{u}_m(t)$は

$$\boldsymbol{u}_m(t)=J_3(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}})\boldsymbol{r}_m(t)+H_3(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}})\boldsymbol{\xi}_3(t) \quad\cdots\cdots(29)$$

であり，(F_i,G_i) $(i=1,2,3)$可制御実現であるとする．式(25)で $N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}),\overline{N}_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\in\mathrm{R}^{l\times l}[\boldsymbol{\sigma}]$，$R(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p),S(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)\in\mathrm{R}[\boldsymbol{\sigma}]$を考慮すれば，$J_0(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})$，$J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})$，$H_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})$，$H_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})$は明らかに$\boldsymbol{\sigma}$の多項式を要素とする行列となる．また，$\partial_{c_i}J_0(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\geq 1$であり，式(28)の右辺は過去の入力信号$\boldsymbol{u}(t)$，現在あるいは過去の状態変数フィルタ$\boldsymbol{\xi}_i(t)$ $(i=1,2)$と出力信号$\boldsymbol{y}(t)$，現在の外生信号$\boldsymbol{u}_m(t)$で構成されている．$\boldsymbol{\xi}_i(t)$ $(i=1,2)$の初期値関数は$\boldsymbol{\xi}_i(t)=\boldsymbol{\xi}_{i0}(t)$ $(t\leq 0)$ $(i=1,2)$とする．式(28)の$\boldsymbol{u}(t)$は$\boldsymbol{e}(t)\to\boldsymbol{0}$ $(t\to\infty)$を満足するから，制御系を構成する内部状態が有界であれば，モデル追従形制御系が実現できる．

4. 内部状態の安定性の解析

制御系に対して外部から入る信号は参照入力$\boldsymbol{r}_m(t)$と外乱$\boldsymbol{d}(t)$，$\boldsymbol{d}_o(t)$であるが，これらはすべて有界であるものとする．外乱の特性多項式$D_d(p)$は一般に複素右半平面に根を有するが，式(18)は時間の有限区間で成立するものであり，$\boldsymbol{d}(t)$と$\boldsymbol{d}_o(t)$は有界であるものとする．制御系全体の挙動をまとめると次のようになる．

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{x}(t)+B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{d}(t) \quad\cdots\cdots(30.\mathrm{a})$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_1(t)=F_1\boldsymbol{\xi}_1(t)+G_1\boldsymbol{u}(t) \quad\cdots\cdots(30.\mathrm{b})$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_2(t)=F_2\boldsymbol{\xi}_2(t)+G_2\boldsymbol{y}(t) \quad\cdots\cdots(30.\mathrm{c})$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_3(t)=F_3\boldsymbol{\xi}_3(t)+G_3\boldsymbol{r}_m(t) \quad\cdots\cdots(30.\mathrm{d})$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}(t)=&-J_0(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{u}(t)-H_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\xi}_1(t)\\&-J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{y}(t)-H_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\xi}_2(t)+\boldsymbol{u}_m(t)\end{aligned} \quad\cdots\cdots(30.\mathrm{e})$$

$$\boldsymbol{u}_m(t)=J_3(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}})\boldsymbol{r}_m(t)+H_3(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}})\boldsymbol{\xi}_3(t) \quad\cdots\cdots(30.\mathrm{f})$$

$$\boldsymbol{y}(t)=C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{d}_o(t) \quad\cdots\cdots(30.\mathrm{g})$$

$$\dot{\boldsymbol{x}}_m(t)=A_m\boldsymbol{x}_m(t)+B_m\boldsymbol{r}_m(t) \quad\cdots\cdots(30.\mathrm{h})$$

$$\boldsymbol{y}_m(t)=C_m\boldsymbol{x}_m(t) \quad\cdots\cdots(30.\mathrm{i})$$

式(30)において$|Ip-F_3|=|Q(p)|$が安定な多項式であり，かつ$\boldsymbol{r}_m(t)$が有界であるため，$\boldsymbol{\xi}_3(t)$は有界となる．また，初期値関数$\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{u}_0(t)$ $(t<0)$，$\boldsymbol{\xi}_i(t)=\boldsymbol{\xi}_{i0}(t)$ $(t\leq 0)$ $(i=1,2)$は有界とする．式(30)から$\boldsymbol{y}(t)$を消去するとともに$\boldsymbol{z}_s(t)^T=[\boldsymbol{x}(t)^T,\boldsymbol{\xi}_1(t)^T,\boldsymbol{\xi}_2(t)^T,\boldsymbol{u}(t)^T]$とおいて有界性の解析に必要な部分をまとめれば，次式を得る．

$$E_s\dot{\boldsymbol{z}}_s(t)=A_s(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{z}_s(t)+\boldsymbol{d}_s(t) \quad\cdots\cdots(37)$$

ここで，

$$E_s=\begin{bmatrix}I&O&O&O\\O&I&O&O\\O&O&I&O\\O&O&O&O\end{bmatrix} \quad\cdots\cdots(38.\mathrm{a})$$

$$A_s(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})=\begin{bmatrix}\{A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})-B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\} & -B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})H_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma}) & -B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})H_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma}) & -B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})J_0(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\\ -G_1J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}) & \{F_1-G_1H_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\} & -G_1H_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma}) & -G_1J_0(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\\ -G_2C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}) & O & F_2 & O\\ -J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}) & -H_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma}) & -H_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma}) & -\{I+J_0(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\}\end{bmatrix} \quad\cdots\cdots(38.\mathrm{b})$$

$$\boldsymbol{d}_s(t)=\begin{bmatrix}B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\\G_1\\O\\I\end{bmatrix}\boldsymbol{u}_m(t)+\begin{bmatrix}\boldsymbol{d}(t)-B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{d}_o(t)\\-G_1J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{d}_o(t)\\G_2\boldsymbol{d}_o(t)\\-J_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{d}_o(t)\end{bmatrix} \quad\cdots\cdots(38.\mathrm{c})$$

式(37)の安定性を論ずるために，特性多項式$|pE_s-A_s(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})|$を計算すれば，次のようになる．

$$|pE_s - A_s(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})| = T(p)^l D_m(p)^l |Q(p)| \cdot |\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})|^{-1} |N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)| \Big/ D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)^{l-1} \quad \cdots\cdots (39)$$

さらに，$C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\{pI - A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}^{-1}B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})$の不変零点の多項式を$V(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$ $(\in \mathrm{R}[\boldsymbol{\sigma}])$とおけば，

$$|N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)| = D(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)^{l-1} V(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p) \quad \cdots\cdots (40)$$

となることから，式(39)は次式のようになる．

$$|pE_s - A_s(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})| = |\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})|^{-1} T(p)^l D_m(p)^l |Q(p)| |V(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p) \quad \cdots\cdots (41)$$

式(41)右辺の各pに関する多項式は恒等的にゼロとはならないため，

$$|pE_s - A_s(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})| \neq 0, \ \forall p \quad \cdots\cdots (42)$$

となって解の一意性を保証するレギュラー条件は満足されている．さらに，式(38)のE_sの階数および式(41)のpに関する多項式としての次数を求めれば，

$$\mathrm{rank}\, E_s = \deg|pE_s - A_s(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})| = n + 2(\rho + n_m - n)l + 2\sum_{i=1}^{l} \eta_i \quad \cdots\cdots (43)$$

を満足することから$z_s(t)$は指数関数モードのみで表わされることがわかる．そこで，式(41)において$T(p)$，$D_m(p)$，$|Q(p)|$は安定多項式であり，$\boldsymbol{\sigma}$とpに関する多項式としての$V(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$が安定ならば，$A_s(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})$は安定なシステム行列となる．よって，$z_s(t)$の有界性が証明された．一般に，$V(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$の安定判別はナイキストの安定判別法，ルーシェの定理，根軌跡法等を利用する．特に，$V(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$が$\boldsymbol{\sigma}$のみに関する多項式$V_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})$と$p$のみに関する多項式$V_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},p)$の積

$$V(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p) = V_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma}) V_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},p) \quad \cdots\cdots (44)$$

に分解可能で，$V_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})$と$V_2(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},p)$が共に安定多項式ならば，$V(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$は安定である．なお，$V_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma})$が安定多項式であるための条件は，$V_1(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma}) = 0$の根$\sigma_i$が全て$|\sigma_i| > 1$を満足することである．

以上の議論をまとめれば，次の定理を得る．

［定理１］ 任意の大きさのむだ時間h_i $(0 = h_0 < h_1 < \cdots < h_k)$を含む制御対象を次式

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{x}(t) + B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{d}(t) \quad \cdots\cdots (45.\mathrm{a})$$

$$\boldsymbol{y}(t) = C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{d}_0(t) \quad \cdots\cdots (45.\mathrm{b})$$

で表す．ここで

$$\boldsymbol{\sigma} = (1, e^{-ph_1}, e^{-ph_2}, \cdots, e^{-ph_k})^T \quad \cdots\cdots (46)$$

であり，$\{A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}), B(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}$スペクトル可制御，$\{C(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}), A(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\}$スペクトル可観測である．この制御系において次の条件を満たすとする．

（１）閉ループ系の不変零点多項式$V(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p)$が安定である．

（２）制御対象の分子多項式行列

$$N(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p) = N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma})\mathrm{diag}(p^{\eta_i}) + \tilde{N}(\boldsymbol{\alpha},\dot{\boldsymbol{\alpha}},\boldsymbol{\sigma},p), \quad (i = 1,2,\cdots,l) \quad (47.\mathrm{a})$$

$$N_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}) = \overline{N}_r(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\sigma}) + \hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha}), \quad \cdots\cdots (47.\mathrm{b})$$

において，$\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})$が正則である．

（３）外乱$\boldsymbol{d}(t)$，$\boldsymbol{d}_0(t)$および参照モデルの参照入力$\boldsymbol{r}_m(t)$が有界である．

このような条件下で第３章による方法でモデル追従形制御系を設計すれば，その内部状態が有界でかつ$\boldsymbol{y}(t) \in \mathrm{R}^l$が参照モデル出力$\boldsymbol{y}_m(t) \in \mathrm{R}^l$に漸近的に追従する制御系が実現できる．

5. 結　言

本稿では，外乱が作用する場合の入出力と状態に任意の大きさのむだ時間が含まれる非線形システムに対して，それをむだ時間を含む高木・菅野のファジィモデルで表現し，モデル追従形制御系の設計法を提案した．本方法では，むだ時間に対応する時間遅れ作用素ベクトル$\boldsymbol{\sigma}$および時間についての微分作用素pを導入し，$\boldsymbol{\sigma}$とpに関する多項式行列の簡単な代数演算で制御系が設計できる．本稿の設計方法は，むだ時間を含む非線形システムを制御対象としていること，制御対象に含まれるむだ時間の大きさを任意としていること，外乱の影響を除去できる機能を有すること，内部状態の有界性が保証されること，設計計算が簡単であること等の優れた特徴を持っている．本方法は式(16.b)の$\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})$に対して$|\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})| \neq 0$であると仮定しているため，制御対象の状態方程式(１.a)においては，現在時刻の$\boldsymbol{u}(t)$が存在する．$|\hat{N}_r(\boldsymbol{\alpha})| = 0$の場合には現在時刻の$\boldsymbol{u}(t)$は存在しないが，このような場合の設計方法は今後の課題とする．

文　献

(１) 秋山孝夫・寧宏剛・大久保重範：「ファジィゲインスケジューリングモデル追従形制御系の設計」，平成 14 年度日本知能情報ファジィ学会東北支部研究会第 94 回ファジィ科学シンポジウム講演論文集，pp.5-9 (2003)

(２) 秋山孝夫・服部秀郎・大久保重範：「むだ時間を含むシステムに関するモデル追従形制御系の設計」，電気学会論文誌，Vol.118-C, No.4, pp.497-502 (1998)