

磁気浮上システムに関する研究

A Research For Magnetic Levitation System

○任 宏偉*, 大久保 重範**, 及川 一美***, 高橋 達也†

○Hongwei Ren*, Shigenori Okubo**,
Kazumi Oikawa***, Tatsuya Takahashi†

*山形大学

*Yamagata University

キーワード：モデル (Model) 磁気浮上 (Magnetic Levitation) インダクタス (Inductance) PID制御 (Proportional Integral Derivative Control) 状態フィードバック制御 (State Feedback Control)

連絡先：〒992-8510 山形県米沢市城南4-3-16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室
任 宏偉, Tel : (0238)26-3245, Fax : (0238)26-3245, E-mail: tr154@dip.yz.yamagata-u.ac.jp

1. 緒論

磁気浮上制御とは対象を空中に非接触で支持することができるため、磁石の吸引力を利用して非接触で金属物を浮上させるシステムの制御であり、摩擦がないなどの利点があり、その特徴として次のことが挙げられる。

- 1) 非接触なので摩擦磨耗の問題が無く、潤滑油の必要がないのでクリーンである。
- 2) 電源を入れれば、直ちに動作し、高温でも使える。
- 3) 吸引力の方向には不安定であるが、制御によって安定化できる。そして、制御系の設計の仕方によって磁気浮上の特性を自由に作る事ができる。
- 4) 静止浮上が可能である。

磁気浮上は良いことばかりではない。高価であることや力の弱さや放出磁界の悪影響などの欠点もあるが、これらのことを十分に考慮して設計すれば、多くの分野で実用化が可能である。

2. 磁気浮上系のモデル化

2.1 磁気浮上のモデル図

浮上システムが可能であることを理論的に確認するために、今回のモデリングをFig.1のようにする。

Fig.1の各パラメータを以下に示す。

m:鉄球の質量

g:重力加速度

e:電圧

I:コイルに流す定常電流

i:コイルに流す微小変化電流

N:コイルの巻数

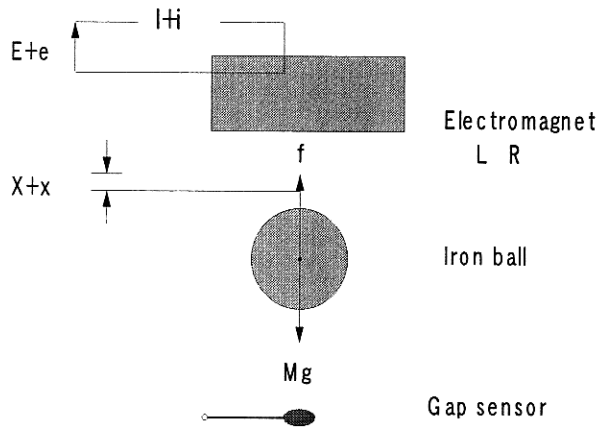


Fig. 1 磁気浮上系

- L:コイルのインダクタンス
- R:電気抵抗
- S:鉄心断面積
- B:磁束密度
- X:電磁石と物体の間の定常ギャップ
- x:電磁石と物体の間のギャップの微小変化分
- l:磁路の長さ
- f(t):吸引力
- μ_s :鉄心の比透磁率
- μ_0 :真空の透磁率

2.2 電磁石に関する運動方程式の導出

ある質量の鉄球を非接触で浮上させるために、コイルを巻いた方の電磁石鉄心は構造物に固定し、コイルを巻かない方の鉄球を浮上させたい物体にする。

ここではまず次のような仮定を立ててモデルを導出する。

- 1) 漏れ磁束がない。
- 2) 磁気ヒステリシスがなない。
- 3) 鉄心の透磁率は無視しない。
- 4) 鉄心中に生じる過電流は無視できる。
- 5) インダクタンスは平衡点付近で定数である。

Fig.1の装置において、非線形方程式は以下のようになる。

$$f(t) = k \left(\frac{I + i(t)}{X + x(t) + x_0} \right)^2 \quad (1)$$

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = mg - k \left(\frac{I + i(t)}{X + x(t) + x_0} \right)^2 \quad (2)$$

$$L \frac{di(t)}{dt} + R(I + i(t)) = E + e(t) \quad (3)$$

ここで

$$k = N^2 \mu_0 S / 4$$

$$x_0 = L / 2\mu_s$$

$$L = \frac{N \mu_0 S}{(l/\mu_s) + 2x}$$

である。

2.3 線形状態方程式の導出

線形制御理論を適用するために、平行点のまわりの微小変化を考え線形化を行う。式(2)に $X + x_0 = X_1$ と置く、この時、 $x(t)=0, i(t)=0, e(t)=0$ と置けば、定常値の間につきの関係が成り立つ。

$$mg = k \left(\frac{I}{X_1} \right)^2 \quad (4)$$

$$E = RI \quad (5)$$

式(2)には非線形項 $\left(\frac{I+i(t)}{X_1+x(t)} \right)^2$ が存在するために、このままでは伝達関数を求めることができない。よって、テイラー展開を行い、その第1次の項までを考える。

$$f(x(t), i(t)) := \left(\frac{I + i(t)}{X_1 + x(t)} \right)^2 \quad (6)$$

と定義するとそのテイラー展開は次のように与えられる。

$$f(x(t), i(t)) = f(0,0) + \frac{\partial f}{\partial x(t)}(0,0)x(t) + \frac{\partial f}{\partial i(t)}(0,0)i(t) + \dots \quad (7)$$

1次項までを考えるので $x(t)=0, i(t)=0$ を式(7)に代入すると、 $\frac{\partial f}{\partial x(t)}(0,0), \frac{\partial f}{\partial i(t)}(0,0)$ はそれぞれ次のよ

うに導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x(t)}(0,0) &= \left[-\frac{2(I+i(t))^2(X_1+x(t))}{(X_1+x(t))^4} \right]_{(0,0)} \\ &= -2\frac{I^2}{X_1^3} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial i(t)}(0,0) = \left[\frac{2(I+i(t))}{(X_1+x(t))^2} \right]_{(0,0)} = 2\frac{I}{X_1^2} \quad (9)$$

よって、次の式のように線形で与えることができる。

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = mg - k\left(\left(\frac{I}{X_1}\right)^2 - 2\frac{I^2}{X_1^3}x(t) + 2\frac{I}{X_1^2}i(t)\right) \quad (10)$$

ここで、 $K_x = \frac{2KI^2}{(X_1)^3}$, $K_i = \frac{2KI}{(X_1)^2}$, それぞれ定常値の関係式(4),(5)を差し引くと次の線形化した方程式が導出される。

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = K_x x(t) - K_i i(t) \quad (11)$$

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = e(t) \quad (12)$$

これらの関係を分かりやすくするために、ラプラス(Laplace)変換を

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)], \quad I(s) = \mathcal{L}[i(t)], \quad E(s) = \mathcal{L}[e(t)]$$

と定義し、式(11)(12)を全ての初期値を0としてラプラス変換すると以下の式になる。

$$Ms^2X = K_x X - K_i I \quad (13)$$

$$LsI + RI = E \quad (14)$$

したがって、入力電圧 $e(t)$ から、ギャップ $x(t)$ までの伝達関数 $G(s)$ は

$$G(s) = \frac{-K_i}{(ms^2 - K_x)(Ls + R)} \quad (15)$$

状態空間モデルは以下となる。

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u \quad (16)$$

$$y(t) = \mathbf{C}x(t) \quad (17)$$

ただし、状態変数を $x(t) = [x(t), \dot{x}(t), i]^T$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2KI^2}{m(X+x_0)^3} & 0 & \frac{-2KI}{m(X+x_0)^2} \\ 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix},$$

Table 1 パラメータ表

| | | |
|---------|---------|---------------------|
| m | 鉄心の質量 | 800[g] |
| l | 磁路の長さ | 10[cm] |
| μ_0 | 真空の透磁率 | $4*10^{-7}\pi$ |
| μ_s | 比透磁率 | 3000 |
| X | 定常ギャップ | 1.6[mm] |
| N | 鉄心の巻数 | 500 |
| S | 鉄心の断面積 | 3[cm ²] |
| L | インダクタンス | 0.0291[H] |
| R | 電気抵抗 | 10 [Ω] |

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

としている。

3. PID制御とサーボ形フィードバック制御の比較

今回扱う磁気浮上系は、電磁石のコイルに電流を流すパワーアンプには電流フィードバックが局部的に施されていて、コイルには流したい電流信号が指示通りに遅れなく流れるものとする。各パラメータ Table 1の表に示す。また式(15)を以下のように展開すると

$$G(s) = \frac{-K_i}{(s+\sqrt{K_x/m})(s-\sqrt{K_x/m})m(Ls+R)} \quad (18)$$

系の動特性は不安定根 $\sqrt{K_x/m}$ に支配されるため、不安定系であることが分かる。そこで、安定化コントローラの設計を以下に行う。コントローラの設計法には様々な手法が提案されているが、ここではPID制御とサーボ形状状態フィードバック制御の適用をやってみた。

3.1 PID制御

PID制御は、プロセス制御系を中心に現場で広く使われているフィードバック制御手法で

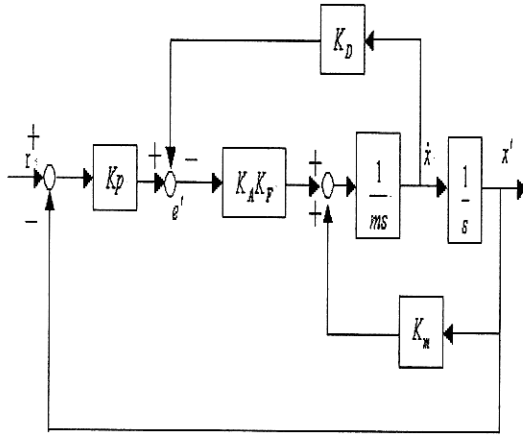


Fig. 2 ブロック線図(PID制御)

ある。ここでPID制御とは偏差 $e(t)$ に関する比例、積分、微分の情報を操作量 $u(t)$ に反映させており、直感的に理解しやすい。コントローラを以下の式に表す。

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (19)$$

コントローラの係数パラメータを K_p : 比例ゲイン, K_I : 積分ゲイン, K_d : 微分ゲインと読んでいる。希望の動特性になるようにフィードバックゲインを調整する必要がある。ここでは積分要素が入っていない場合、コントローラを以下のように設定する。

$$u(t) = K_p e(t) - K_d \dot{x} \quad (20)$$

入出力間の伝達関数はつぎのようになる。

$$\frac{K_A K_F K_p}{ms^2 + K_A K_F K_d s + K_A K_F K_p - K_m} \quad (21)$$

ここで, K_A : 電流増幅器のゲイン(A/V), K_F : 電磁石の力係数(N/A), K_m : 磁気浮上系の負のばね定数(N/m)である。よって, 系は $K_d > 0, K_A K_F K_p > K_m$ で安定であり, K_p の増加により剛性が増し, K_d の増加により減衰が大きくなる。今回は $K_p = 1500$, $K_A = 2, K_F = 5, K_d = 50$ のように選んだ。

以下に、コントローラのブロック線図をFig.2に、目標値としてステップ入力が入った場合のギャップ応答をFig.3に示す。

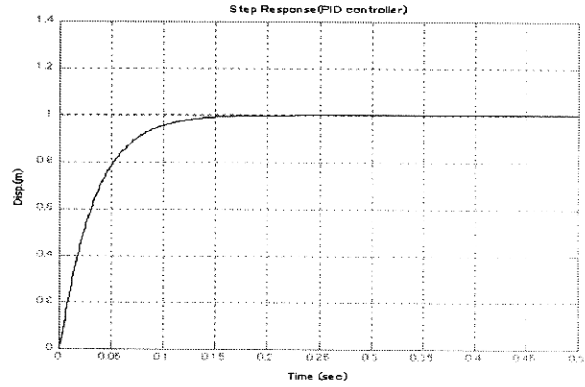


Fig. 3 ステップ応答 (PID制御)

3.2 サーボ形状状態フィードバック制御

ここでは積分器を含ませたコントローラ

$$u(t) = Kx(t) + K_i w(t) \quad (22)$$

$$w(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (23)$$

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (24)$$

を用いることを考える。状態変数を $x_e(t) = [x(t)^T, w(t)^T]^T$ とした拡大系,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (25)$$

を構成する。

この時,

$$A_w = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, B_w = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

と置く。(A_w, B_w)が可制御のとき拡大系を安定にするフィードバックを設計すると

$$u(t) = K_w x_e(t) = [K, K_i] \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} = Kx + K_i w \quad (27)$$

により線形サーボ系が構成される。

したがって, 式(27)に対して極配置法により K_w を設計すれば, $t \rightarrow \infty$ で $\dot{x}_e(t) \rightarrow 0$ となることから, より偏差は $\dot{w} = e(t) \rightarrow 0$ となることが分かる。

以上のことを踏まえて, 今回の極配置法でゲインを求めた。配置する極は $[-50+30j, -50-30j, -60]$ であ

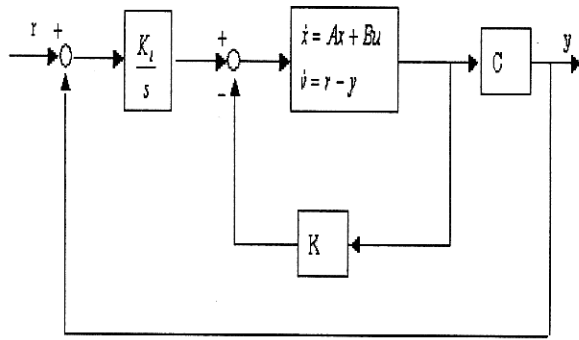


Fig. 4 ブロック線図(状態フィードバック制御)

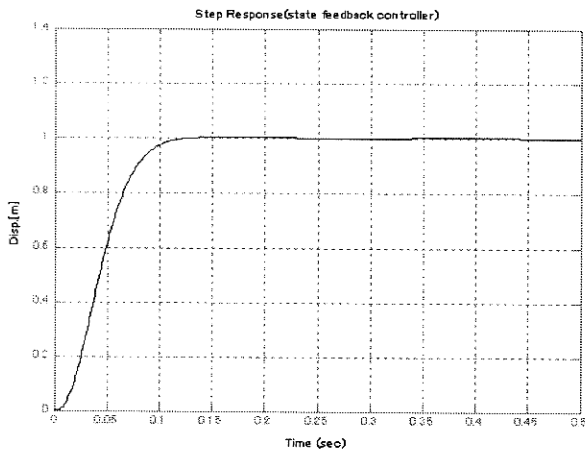


Fig. 5 ステップ応答(状態フィードバック制御)

り,ゲインは $K_i = 4.900$, $K = [-226.2, -3.844]$ を求められた。状態フィードバック制御ブロック線図をFig.4に,目標値としてステップ入力が入った場合のギャップ応答をFig.5に示す。目標値 $r(t)=1$ とした。

3.3 結果の比較

今回は,PIDコントローラとサーボ形状状態フィードバック制御を磁気浮上系に適用したが,制御系の性能として,ステップ応答図により評価する。ステップ応答は制御系追加することによる減衰と応答性に着目する。まずPIDコントローラによる制御の場合,ステップ応答は約0.2[s]程度で定常偏差なく追従している。

一方,サーボ形状状態フィードバックは,通常の状態

フィードバックにフィードワードで積分器が入っている制御である。ステップ応答は0.15[s]で目標に追従することから,PID制御よりも若干性能が上がった。

4. 終わりに

今回の結果では時間領域で評価すると両手法とも有効であることがわかった。ただし,今回は詳細に設計パラメータを調整しているが,まだ改善に余地があると思う。これから,別の手法でもやってみてみたいと思っています。たとえば,ロバスト制御など,よりよい結果がでるかどうか,またモデルとして実験を行うことも考えている。これらは今後の課題として研究したいと思う。

参考文献

- 1) 日本機械学会編,磁気軸受の基礎と応用,養賢堂(1995)
- 2) 高井信勝,「信号処理」「画像処理」のための「MATLAB入門」(2002)
- 3) 須田信英・PID制御,システム制御情報学会編(1992)
- 4) 増淵正美・システム制御,コロナ社(1987)
- 5) 足立修一・(MATLABによる)制御工学(1999)