計測自動制御学会東北支部第 221 回研究集会(2005.5.30)
資料番号 221-1

三角格子標本化を用いた少数投影データからの海洋音速分布画像の再構成シミュレーション

The simulation of the image reconstruction by the triangular lattice sampling from small number projection data

○矢島邦昭，田山典男

○Kuniaki Yajima ，Norio Tayama

仙台電波高専　岩手大学工学部

Sendai National College of Technology , Faculty of Engineering, Iwate University

キーワード:3 **角標本化**(Triangular Lattice Sampling)，**画像再構成**(Image Reconstruction)，6 **角形画素**(Hexagonal Pixel)，**伝播時間**(Transition Time)

連絡先:〒989-3128 **仙台市青葉区愛子中央** 4-16-1 **仙台電波高専　電子制御工学科**
矢島邦昭， Tel.&Fax.: (022)391-6130，E-mail: yajima@cc.sendai-ct.ac.jp

1. はじめに

現在，地球規模の気候変動が顕著となり問題となっている．海洋は大気と比べると 1000 倍以上の熱容量を持ち，その熱輸送において大きな影響力をもつ[1]．船舶で観測地点まで移動して観測する直接観測手法が主流であるり，海中の温度分布や流速分布，塩分濃度などの詳細なデータを計測可能であるがデータ収集に膨大な時間と費用を必要とする[2,3]．このため，繰り返し計測することは困難であり，海洋の温度変化を定量的に明らかにするには現存のシステムでは能力が不足している[4]．

海洋トモグラフィは，1979 年に Munku と Wunsh により提唱され音波の伝播時間から再構成アルゴリズムにより音速分布を算出する手法である[5]．しかしながら，計測装置や観測費用などの制約条件から高密度の投影データを多方向から得ることは困難であり，再構成は困難な状態である．

これまでに観測データが極めて少なく従来のアルゴリズムでは再構成が困難な悪条件下においても良好な再構成画像を得ることができるアルゴリズムを提案し，実証実験によりその有効性，妥当性を示してきた[6-10]．しかしながら再構成する標本化点数に対して観測データが極めて少ないために更なる再構成精度の向上が困難であるという問題がある．

これを解決するため対象領域の標本化手法を正方格子から 3 角格子における標本化モデルとする．領域を 3 角格子標本化で標本化し，6 角形画素で表現することにより少ない標本化点数で対象空間を表現することが可能となる[11,12]．3 角格子標本化の空間周波数分布は，正方格子標本化より優れており，再構成誤差を減少できる．そこで 3 角格子標本化関数を導出し，3 角格子標本化による再構成アルゴリズムを提案する．

また，提案手法を超音波の音波伝播時間の観測データより再構成するため伝搬時間観測システムを構築し，水槽内に水の音速と異なる物質を置きその領域の周囲から超音波の送受信し伝播時間の計測を行う．観測した極少数の伝播時間に計算機シミュレーションにより前もって算出しておいた一般逆行列との行列

積から水槽内の音速分布画像を再構成し，その有効性，妥当性を明らかにする．

2. 海洋のモデル化と再構成アルゴリズム

2.1 3 角標本化による海洋のモデル化の検討

はじめに観測対象を標本化関数により表現する．一般に標本化手法は正方格子による一様標本化が用いられるが、海洋への適用を考慮すると対象領域内を表現する標本点数に対し、計測される伝播時間データは非常に少ない[6,7]．精度の良い再構成を行うには，再構成する標本点数の削減，または伝播時間データの本数の増加が考えられる[10]．そこで対象領域の標本点数を削減するため，非直交標本化による濃度分布モデルを適用する．

非直交座標系での標本化として 5 の目状標本化，3 角格子標本化がある．なかでも 3 角格子標本化は，標本点に対し 6 角形画素を適用した標本化手法であり，多次元周波数空間内の原点(直流)を中心にスペクトルが等方的に広がる信号のサンプリングの場合直交サンプリングよりも単位領域当たりのサンプル点密度を小さくすることができる特徴を有している．このため，同じ領域を正方格子標本化に対し標本点数を 10～16%減少させられることが知られている[11,12]．

本研究では無指向性の音源とし，等方性等圧性を有すると仮定する．これより音波の伝播は，センサを中心に等距離で伝播することから，各々の標本点間隔は一定であることが望ましい．また，海洋の温度変化は比較的緩やかであり，周波数領域においてスペクトルが直流を中心に等方的に広がりやすい．これらのことから，非直交座標系での標本化として 3 角格子標本化と 6 角形画素による標本化を適用する．

3 角格子標本化は，図 1 に示すように 3 角形格子の頂点を標本化点とする．図 1 において t_1,t_2 は直交座標軸を示し，n_1,n_2 は六角系の座標軸を示す．このとき，各標本点に対し 2 つの座標系間で式(1)が成立する．

$$x(n_1,n_2) = x_a\left(\frac{2n_1-n_2}{2}T_1, n_2T_2\right) \tag{1}$$

ここで， $x_a(t_1,t_2)$ は直交座標系での標本点である．

図 1 の標本点の 1 つの周波数領域での分布は，図 2 のようになる．

図 2 で示される周波数領域のバンド値は，式(2)で示される．

$$X_a(\Omega_1,\Omega_2) = \begin{cases} 0 & otherelse \\ k & (\Omega_1^2+\Omega_2^2 > w^2) \end{cases}$$

$$T_1 = \frac{p}{w_1}, \quad T_2 = \frac{p}{w_2} \tag{2}$$

$$= \frac{p}{\frac{\sqrt{3}}{2}w_1} \qquad = \frac{p}{w_2}$$

$$= \frac{2p}{\sqrt{3}w_1}$$

3 角格子標本化のフーリエ領域の分布を $X_a(\Omega_1,\Omega_2)$ として表記すると， $x_a(t_1,t_2)$ のフーリエ領域は，式(3)で表現される．

$$X_a(\Omega_1,\Omega_2) = \begin{cases} \widetilde{X}_a(\Omega_1,\Omega_2) & (\Omega_1,\Omega_2) \in R \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{3}$$

$\widetilde{X}_a(\Omega_1,\Omega_2)$ は，式(3)の $X_a(\Omega_1,\Omega_2)$ とのコンボリューションにより式(4)で表現できる．

$$\widetilde{X}_a(\Omega_1,\Omega_2) = X_a(\Omega_1,\Omega_2) ** D_a(\Omega_1,\Omega_2) \tag{4}$$

$D_a(\Omega_1,\Omega_2)$ は，3 角格子標本化のインパルス応答であり，式(5)で示される．

$$\begin{aligned} D_a(\Omega_1,\Omega_2) &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty} d(\Omega_1 - k_1(2w_1+w_3), \Omega_2 - 2k_2w_2) \\ &+ \sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty} d(\Omega_1 - (k_1+\frac{1}{2})(2w_1+w_3), \Omega_2 - (2k_2-1)w_2) \end{aligned} \tag{5}$$

式(5) を周波数領域で表現すると図 3 となり，式(5)の第 1 項が A の領域を第 2 項が B の分布となる．

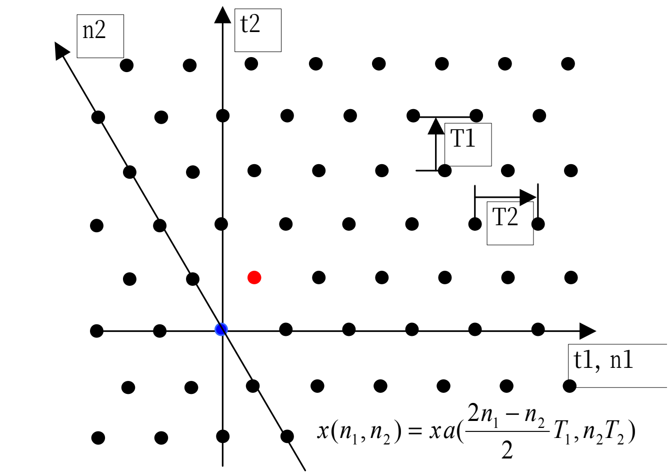


図 1　3 角格子標本化による標本点の分布

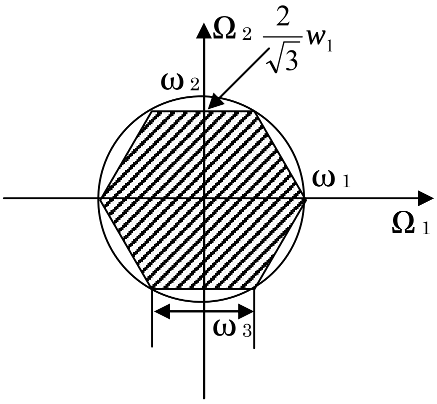


図 2　周波数領域での分布

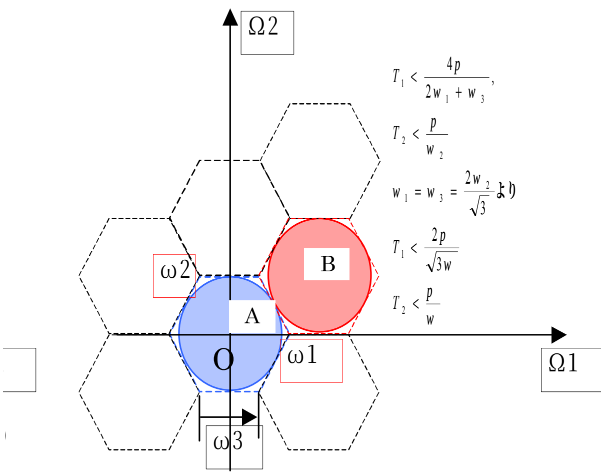


図 3　周波数領域での周期的な分布

3 角格子標本化の周波数領域での分布は，各標本化点においてインパルス応答とのコンボリューションにより求めることができる．これより任意信号 $x_a(t_1,t_2)$ は，3 角格子標本化点を用いて式(6)で表現される．

$$x_a(t_1,t_2)=\frac{T_1T_2}{2}\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}x_a(\frac{k_1T_1}{2},k_2T_2)(\frac{1+(-1)^{k_1+k_2}}{2})f(t_1-\frac{k_1T_1}{2},t_2-k_2T_2) \quad (6)$$

ここで

$$f(t_1-\frac{k_1T_1}{2},t_2-k_2T_2)=\frac{1}{4p^2}\iint_R \exp[j(t_1\Omega_1+t_2\Omega_2)]d\Omega_1 d\Omega_2$$

任意点の濃度値は直交座標系と同様に式(6)を用いて 3 角格子標本化点の濃度値に対して標本化関数とのコンボリューションで求められることを示唆している．また，式(6)は，3 角格子標本化での標本化関数を示しており，標本化関数のサンプリング周期が t_1 と t_2 軸で異なっている．

2.2 3 角格子標本化による再構成アルゴリズム

2.1 において 3 角格子標本化における標本化定理を証明し，標本化関数を導出した．一般に標本化関数には Shannon の sinc 関数が使用されるが、高速化と再構成精度の向上から局在性が高く，標本化定理を満たしているウェーブレット標本化関数[8-12]を用いて，3 角格子標本化と 6 角形画素で再構成アルゴリズムとして 6 角ウェーブレット標本化モデル再構成法（RWHex: Reconstructing method using the Wavelets sampling model on Hexagonal coordinates）を提案する．これまでに，この濃度値影響関係から，音線に沿った伝播時間と各標本点濃度値との関係式を定式化することで，少数の観測データから観測領域の音速分布を再構成するアルゴリズムを提案し良好な結果を得てきた．

対象とする 2 次元空間周波数が，遮断空間周波数 W_{m1},W_{m2} よりも高い成分を含まない標本化定理を満たす濃度分布モデルを導入する．空間周波数での分布パターンは図 3 に示されるように周期性を持ち周波数領域を満たしているが 2 つの軸の間で遮断周波数が異なっている．

このような標本化定理の条件を満たす対象物体の連続空間において任意点での濃度値 $f(x,y)$ は，$T_1=\frac{4p}{2W_{m1}+W_{m3}}, T_2=\frac{p}{W_{m2}}$ の間隔で標本化された各標本点での濃度値 $f(x_i,y_j)$ と標本化関数 $S(t)$ を用いて完全に表現することができ，領域を実際の有限物体領域 $(n\times m)$ で近似すると式(7)で表される．

$$f(x,y)=\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{j=-\infty}^{\infty}f(x_i,y_j)\cdot S\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(x-x_i)\right)\cdot S(y-y_j) \quad (7)$$

$$\approx\sum_{i=0}^{m-1}\sum_{j=0}^{n-1}f(x_i,y_j)\cdot S\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x-x_i\right)\cdot S(y-y_j)$$

ここで $n=\frac{\sqrt{3}}{2}m$

式(7)は任意点における濃度値 $f(x,y)$ が物体領域の各標本点での濃度値 $f(x_i,y_j)$ の影響を受けており，それらの標本点濃度値を用いることで求められることを表している．この性質を濃度値影響関係という．

この濃度値影響関係から，音線に沿った伝播時間と各標本点濃度値との関係式を求める．図 4 に示すように 3 角標本化された領域内での音線の単位方向ベクトルを (a_x,a_y)，領域への侵入点，脱出点を (b_x,b_y)，(e_x,e_y) と

して，侵入点から脱出点までの長さをＬとすると，音線の方程式はlをパラメータとして式(8)で表される．

$$\left.\begin{aligned} x &= b_x + a_x l \\ y &= b_y + a_y l \end{aligned}\right\} \quad (0 \le l \le \mathrm{L}) \qquad (8)$$
$$L = \sqrt{(b_x - e_x)^2 + (b_y - e_y)^2}$$

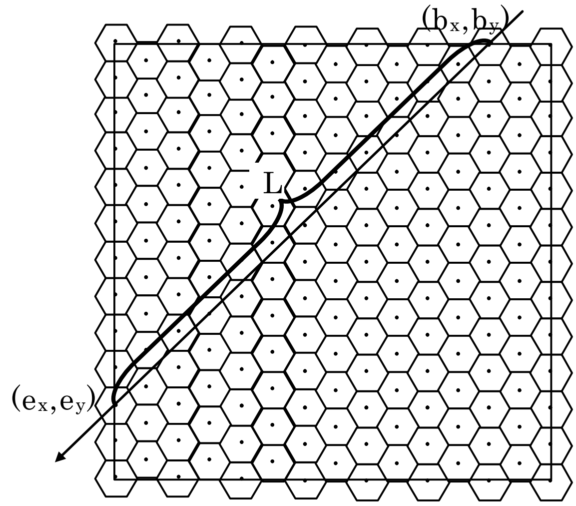


図 4　モデル内の伝播経路

計測される伝播時間ｔは，対象物体$f(x,y)$を音線に沿って線積分した値に相当するので，式(9)で表さる．

$$t = \int_0^L f(x,y)\,dl \qquad (9)$$

ここで式(7)を代入すると，式(9)は式(10)となる．

$$\begin{aligned} t &= \int_0^L \sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1} f(x_i, y_j) \cdot S\left(\frac{2}{\sqrt{3}}x - x_i\right) \cdot S(y - y_j)\,dl \\ &= \sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1} f(x_i, y_j) \cdot \int_0^L S\left(\frac{2}{\sqrt{3}}x - x_i\right) \cdot S(y - y_j)\,dl \qquad (10) \\ &= \sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1} f(x_i, y_j) \cdot C_{\mathrm{ij}} \end{aligned}$$

このC_{ij}は，音線の方程式(9)を用いて，式(11)で表される．

$$C_{\mathrm{ijk}} = \int_0^L S\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(b_c + a_x l - x_i)\right) \cdot S(b_y + a_y l - y_j)\,dl \qquad (11)$$

このC_{ij}は，音線上の濃度値積分値に対して，各標本点(i,j)での濃度値が伝播時間にどの程度影響を与えるかを表しており，これを音線線積分影響係数と呼ぶ．ここで留意すべきことは，C_{ij}が音線の方程式にのみ依存しており，標本点の音速値には無関係なことである．従って，さまざまな音線に対するC_{ij}をあらかじめ計算しておくことができることである．

音線毎に伝播時間の方程式を立てると，式(12)で示す線形連立方程式を得ることができる．

$$t_m = \sum_{n=0}^{N} C_{mn} \cdot f_n + e_m \qquad (12)$$
$$m = 1,2,\cdots,M \quad : \quad n = 1,2,\cdots,N$$

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ t_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & \cdots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & \cdots & C_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ C_{M1} & C_{M2} & \cdots & \cdots & C_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ e_M \end{bmatrix}$$

式(12)のＣに関して特異値分解を用いて一般逆行列C^{+}を計算し，観測された伝播時間を掛けることで再構成画像を得ることができる．

ここで，Mを音線の総数，Nを標本点の総数とする．p_mはm番目の音線の伝播時間，f_nはn番目の標本点濃度値であり，C_{mn}はm番目の音線に対してn番目の標本点濃度値が与える影響の程度を示す線積分影響係数である．e_mはm番目の音影線に関する誤差であり，伝播時間の計測誤差やモデルに当てはめる時の偏差を含む．この連立方程式(12)においてＮ個の未知パラメータに対しＭ個の方程式が与えられ，Ｍ個全ての伝播時間に最も良く当てはまるような影響係数を決めることが望まれる．そこで，各伝播時間とモデル計算値との差の二乗和を最小にすることを考える．従って，このモデル再構成の問題は，式(13)の評価関数Ｅを最小化する最小二乗問題として定式化される．

$$E = \sum_{m=1}^{\mathrm{M}} \left\{ t_m - \sum_{n=1}^{N} C_{mn} \cdot f_n \right\}^2 = \sum_{m=1}^{M} e_m^2 \qquad (13)$$

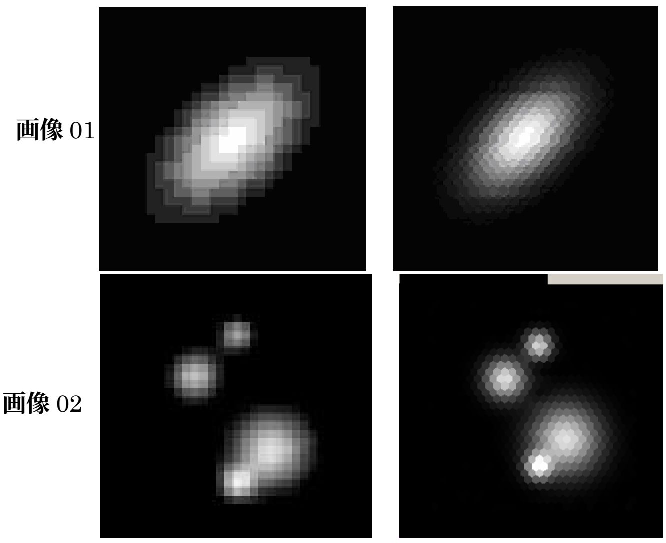
3. RWHex 法のシミュレーション

RWHex 法は標本点数を減らしながら良好な再構成を行うことを目的として提案するアルゴリズムである．これまでに検討してきたアルゴリズムにおいて，良好な再構成画像を得るには精度のよい一般逆行列（再構成行列）を算出することが重要である．そのためには，音線線積分係数行列の行と列の格差をなくすことが必要である．前述したように RWHex 法は効率のよい標本化によりそれを実現している．

$$e=\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{NN}(f_n-f'_n)^2}{\sum_{n=1}^{NN}(f_n-F)^2}} \quad \begin{array}{l} f_n：原画像の各標本点音速分布値 \\ F：原画像の平均値 \\ f'_n：再構成画像の各標本点音速分布値 \end{array} \tag{14}$$

表 1　画像サイズ，送受信器数と正規化分散誤差

画像サイズ	1辺のセンサ数	直交座標系		3角格子標本化	
		画像 01	画像 02	画像 01	画像 02
16	3	0.924073	0.919791	0.80093	0.880199
	5	0.669698	0.591518	0.42869	0.564028
	9	0.474999	0.20912	0.030974	0.192035
32	3	1.009268	1.099425	0.923905	1.00623
	5	0.855021	0.824759	0.699754	0.756628
	9	0.583925	0.476846	0.226692	0.40558
	17	0.47323	0.064547	0.00777	0.058092
	33	0.472507	0.088533	0.006672	0.069091
64	9	0.941106	0.942483	0.876699	0.738475
	17	0.747035	0.706028	0.666478	0.463085
	19	0.652964	0.639573	0.150437	0.136239
	21	0.552964	0.569573	0.037751	0.036087
	23	0.414822	0.4337	0.008942	0.010446
	33	0.022478	0.02668	0.004216	0.005209
128	9	0.835512	0.852948	0.786699	0.738475
	17	0.53255	0.570271	0.666478	0.463085



(a) RWO 法　　(b) RWHex 法

図 5　再構成画像の比較

図 5 に正方格子標本化による再構成法である RWO 法と提案した RWHex 法による再構成画像を示す．再構成は画像サイズ 32×32，総送受信器数 64 とした．それぞれの再構成画像の誤差評価値として式(14)に示す正規化誤差分散を用いた．この場合の正規化誤差分散 e は 0.47323 と0.00777 でありRWHex 法による再構成画像の精度の向上を確認した．表 1 は，画像サイズ，送受信器数を変えた場合の誤差変化を示したものである．

送受信器の個数を変化させた場合の正規化分散誤差の変化を図 6 に示す．図中の点線で示されるように RWHex 法では 1 辺のセンサ数が 9 個で RWO 法での 1 辺のセンサ数が 17 個の精度で音速分布を得ることができる．このことから，RWHex 法は少数の送受信器による極少数の伝搬時間データから再構成を行うことが確認できた．

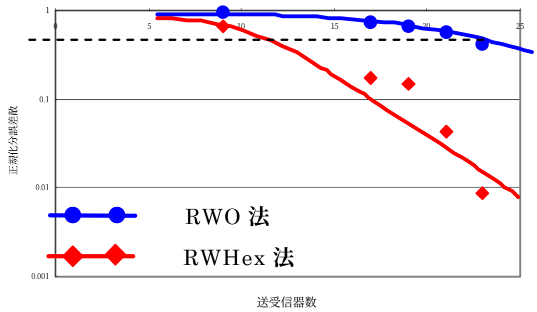


図 6　RWO 法と RWHex 法の送受信器数の変更による正規化分散誤差の変化

4. 実験による再構成

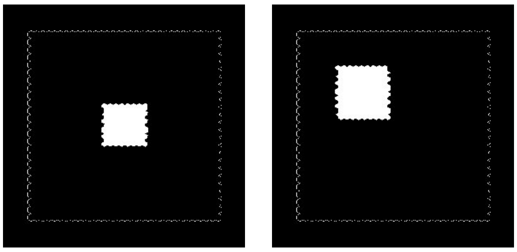
RWHex 法の有効性を実証実験により検証するために超音波を用いた小規模な音速分布再構成システムを構築し，計測した伝搬時間データから音速分布画像を再構成した．計算機シミュレーションにより，実際に計測する領域に対して同じ位置に送受信器を設置した場合の音線係数行列 C を計算し，特異値分解を用いて一般逆行列を計算しておき，計測した伝播時間データとの行列積により音速分布画像を求めた．

実験は，1.25×0.8[m]の水槽内に水をはり，0.75×0.75[m]の観測領域内に 0.2×0.2[m]のスポンジを挿入した．水温 20[℃]，超音波素子駆動周波数 120[kHz]，素子間隔を 5[cm]とした．これを画像サイズ 50（縦方向 50pixcel 横方向に 43pixcel）として 3 角標本化として計算機シミュレーションと実測データから音速分布を再構成した．計測した伝搬時間データの数はわ

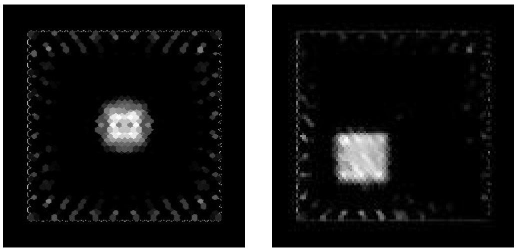
ずか 450 本であり，従来の再構成アルゴリズムの投影方向数に換算すると約 40 方向程度に相当する．

図 6(a)は原画像であり，図 6(b)はシミュレーションによる再構成画像，図 6(c)は実験データからの再構成画像である．受信器にホーンを設置し，指向性を改善して観測をしたが，駆動周波数での距離分解能のためにスポンジのエッジがかすれているのがわかる．

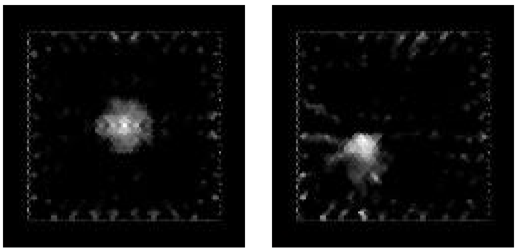
音速変化が急峻で標本化モデルでは表現できない空間周波数成分を含んだ音速分布であったが最小二乗最小ノルム解となる一般逆行列をあらかじめ算出しているため，実験データから良好な再構成を瞬時に行うことができた．



(a)原画像



(b)計算機シミュレーションの結果



(c)実験結果

図 6　音速分布の再構成

表 2　正規化分散誤差による評価

	正規化分散誤差	
シミュレーション	0.84263	1.42901
実　　験	0.92094	1.0944

5．おわりに

精度の良い再構成を行うため計測される伝搬時間データ数と標本点数の格差を小さくすることに着目した．そこで標本点の空間周波数分布に着目し，3 角格子標本化と 6 角形画素を適用を検討し，3 角格子標本化における標本化関数を導出し，モデルに適用した 3 角格子標本化モデル画像再構成（RWHex）法を提案した．これにより標本点数を約 20%の削減することができ，音線線積分係数の計算時間の短縮と精度の良い一般逆行列を算出することが可能となり，再構成画像の精度を向上することができた．また，正方格子標本化と同じ送受信器数で再構成画像の精度を約 30%向上することができ，同程度の画質の再構成画像であれば送受信器数を約 1/3 に削減することを確認することができた．

これは，実際の計測において大きな利点である．特に観測領域が数 1,000km^2 である海洋トモグラフィにおいて，計測に必要な音響ブイを減少させられることはシステムコストにおいて重要な要素であり，本アルゴリズムが有効的であることが言える．

文　献

[1] 柳哲雄,海洋観測入門,恒星社厚生閣,2002.

[2] 奥島 他,海洋音響－基礎と応用－,海洋音響学会,1984.

[3] 超音波便覧編集委員会,超音波便覧,丸善株式会社,1999.

[4] 中村,中埜 他,”200Hz 送受信システムの開発，”海洋科学技術センター試験研究報告，JAMSTECR 34,pp.103-113,1996.

[5] W.Munk and C.Wunshch,Ocean acoustic tomography, a scheme for large-scale monitoring, Deep Sea Res, 26A，pp.123-161,1979.

[6] 矢島邦昭,杜海清,加藤弘典,田山典男,”海洋トモグラフィーの音速分布画像再構成シミュレーション，”情報処理学会東北支部平成 14 年度第 4 回研究会, 02-4-A17,2003.

[7] 矢島邦昭,田山典男,”少数投影データからの海洋の音速分布画像再構成シミュレーション,”画像電子学会,Vol.34,No.1,2005.

[8] 矢島邦昭,千葉倫子,片桐伸吾,田山典男,”超音波を用いた Wavelet 標本化モデルによる画像再構成法の検討,”画像電子学会,Vol.33,No.3,pp.343-349,2004.

[9] K.Yajima,N.Tayama,M.Daibo,H.Kato and H.Kurita, ”Simulations on Reconstruction of Sound Velocity Distribution Image for Ocean Acoustic,”Proc.5ht IASTED International Conf.SIP,pp.71-76,2003.

[10] 矢島邦昭,田山典男,”多点観測による内部構造の可視化手法の提案,”東北非破壊検査研究会,pp.5-10,2004.

[11] Dimitri Van De Ville, Rik Van de Walle,Wilfried Philips,Ignace Lemahieu, “Image resampling between orthogonal and hexagonal lattices,” IEEE ICIP 2002,VOL.III,WA-P5,pp.389-392,2002.

[12] 大倉,小野,吉田,酒井,画像スペクトル適応型非直交サンプリング,電子情報通信学会基礎･境界ソサイエティ大会,A-70,p.72,1995.