

恒温植物(ハス)のカオス時系列解析

Chaotic behavior of homeothermic temperature control

plant (Lotus, *Nelumbo nucifera*)

中島 章仁*, 鳥巢 諒*, 韓 氷*

Akihito Nakashima*, Ryo Torisu*, Bing Han*

*岩手大学農学部

* Faculty of Agriculture, Iwate University

キーワード: 恒温植物(homeothermic temperature control plant), カオス(chaos), アトラクタ(attractor),
埋め込み次元(embedding dimension) 相関次元(correlation dimension), リアプノフスペクトル(Lyapunov
spectrum), 非線形予測(Nonlinear prediction method)

連絡先: 〒020-8550 岩手県盛岡市上田 3-18-8

岩手大学農学部付属寒冷バイオシステム研究センター 生体機能開発研究分野 中島 章仁
Tel.: (019)621-6143, E-mail: anaka@iwate-u.ac.jp

1. はじめに

近年、様々な学問分野において、カオスとの関連性や、カオス概念を導入した研究が盛んに行われている。特に、自然界におけるカオス現象のメカニズムの解明などは頻繁に行われるようになってきた。それというのも、カオスというものが非常に身近に存在し、例えば、自然界において観察できるシステム(大気やプレートテクトニクス) 社会的なシステム(経済・人口増加) など全てにおいてカオスを含んでいると考えられている。

また、本研究対象となっているハスはスイレン科の水生植物であり、一般に花期は7~8月で、白あるいはピンクの花を咲かせる。ハスという名前の語源はハスの果実が実る『花托』が蜂の巣に似ていることから、ハチスからハスという名前になったといわれている。花期になると、その『花托』が発熱し、体温を30~35 前後に保っている。その時期を恒温時期といい、その恒温時期はおよそ4日であった。花が開ききる頃には、発熱は終わり、外気の温度変化とともにハス体温は変動する。一般に植物自ら発熱し、かつ、体温を恒温に制御しているということはあまり知られていない。このような植物を恒温植物と呼び、ハスの他、ザゼンソウ、フィロデンドロン・セロウムが確認されている。何故発熱するかという問いに対しては次の二つの仮説が有力となって

いる。一つは花粉を運ぶ昆虫たちに安定した暖かい環境を提供することによって、昆虫を呼び寄せ、植物の繁殖を促進している、というものである。しかしながら、ハスに関しては、花が開ききる頃には発熱は終わってしまうため、この仮説は成り立たないと考えられる。もう一つの仮説は、花の繁殖器官の正常な発育のために、もしくは過度の発熱から高温に弱い器官を守るために、花自身が安定した温度を必要としている、というものである。

本研究では、恒温時期におけるハスの時系列データからのカオス現象について、以下の5つの手法を用いてカオス解析を(株)コンピュータコンビニエンスの複雑系シミュレーションソフトを用いて計算した。力学系のカオス構造を幾何学的に解析するためのアトラクタ解析。非周期性の有無、遅延時間の範囲を決定するためのパワースペクトル解析。

アトラクタの構造の自己相似性の定量化を行うための相関次元解析。力学系の軌道不安定性の有無を調べるためのリアプノフスペクトル解析。非線形予測理論に基づく局所線形近似手法を用いて、ハスの発熱現象のダイナミクスを直接推定し、決定論的カオスの特徴である、軌道不安定性に起因した長期予測不能性と決定性による短期予測可能性を定量化することでカオスの同定法とするアプローチ。以

上の方法より、恒温時期のハスの発熱現象のメカニズムの解明に迫った。

2. 測定概要

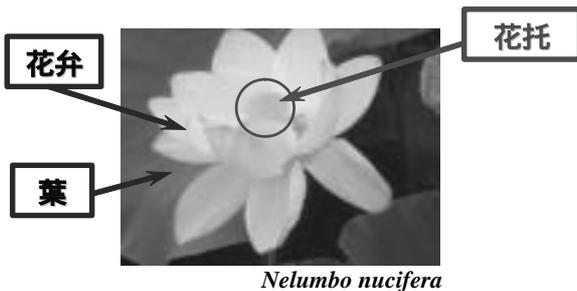
2.1 測定期間及び測定場所

測定は佐賀大学構内のハス畑で、計 20 日間行った。Table.1 に測定期間及び測定対象を示す。Fig.1 は測定対象であるハスの構造を示している。

ハスの発熱部位は花の中心にあるスポンジ状で逆円錐形の花托と呼ばれる部分で、その花托内部にセンサを差し込み、花が開く前から花が散るまでの期間測定を行った。

Table.1 Measurement period and Measurement object

測定日	測定日	測定対象(測定した数)
1期	2004年6月24日～	気温(2)
9日間	2004年7月4日	ハス花托体温(20)
2期	2004年7月2日～	気温(2)
13日間	2004年7月13日	ハス花托体温(20)



Nelumbo nucifera

Fig. 1 Structure of Lotus

2.2 測定方法及び測定項目

測定は、気温とハス花托体温の温度測定を行った。気温を測定する際には、日射による影響を避けるためにセンサ部を日陰にして測定した。

ハスは水生植物であるために、測定する際には 2m 以上の棒状の先端に温度測定器(おんどとり Jr.(株) シロ産業)を取り付け、また、測定対象となるハス付近に棒を地面に差し込み、ハスのツボミの上からハスの花托中心にセンサを刺し込み、測定を行った。これらのデータは温度測定器(おんどとり Jr.(株) シロ産業)を用いてサンプリングタイム 1 [min] として記録した。

3. カオス時系列解析

実験より得られた気温とハス体温の時系列データから、気温、ハス体温のカオス性の有無を解析するため、以下の手法による解析を行った。

3.1 埋め込み

カオス時系列解析では観測時系列データから高次

元空間におけるアトラクタの軌道を再構成することが必要になる。現在、このアトラクタの再構成手法で最も多く使われる方法が観測時系列から遅延座標系への変換である。本研究においてもその手法を用いた。なお、観測時系列から遅延座標系への変換が埋め込みであることは、Takens の埋め込み定理より保証される²⁾。

d 次元のコンパクトな多様体 M と C^2 級写像 $f: M \rightarrow M, g: M \rightarrow R^1$ が与えられたとき、 $m > 2d$ であれば、次式の写像 $V: M \rightarrow R^m$ は、生成的 (generic) に埋め込みである。

$$V(x) = (g(x), g(f(x)), g(f^2(x)), \dots, g(f^{m-1}(x))) \quad (1)$$

3.2 パワースペクトル

決定論的カオスの特徴の一つである、非周期性を判定するために、時系列データの時間領域から周波数領域への変換をパワースペクトル解析を用いた。

$$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{T} |X(j\omega)|^2 \quad (2)$$

また、解析対象となる系が周期性を有する場合、時間遅れは一般的にその数分の一とされる³⁾。本研究対象であるハスの発熱の基本周期 T は、気温のパワースペクトル解析結果と比較することで周期の決定を行い、遅れ時間 (min) は $T/6$ として埋め込みを行った。気温の遅れ時間 (min) は $T/9$ として埋め込みを行った。

3.3 相関次元

再構成したアトラクタの構造の自己相似性の有無、また解析対象となる系が本来持つ自由度の推定法として、相関次元解析を用いた。相関次元は相関積分を計算することで求めることができる。元の力学系、あるいは、再構成されたアトラクタ上の点を $v(i) \in R^m$ とすると、相関積分は次式で定義される⁴⁾⁵⁾。

$$C^m(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N I(r - |v(i) - v(j)|) \quad (3)$$

ただし、 $I(t)$ はヘビサイドの関数で、

$$I(t) = \begin{cases} 1 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (4)$$

である。 r は超球の半径を示し、 $|v(i) - v(j)|$ について

はユークリッド距離を用いる。こうして得られた相関積分 $C^m(r)$ が r の適当な領域で

$$\log C^m(r) \propto v(m) \log r \quad (5)$$

の関係にあるとき、スケーリング指数 $v(m)$ を相関指数といい、埋め込み次元 m を増加させることで $v(m)$ が飽和し、漸近していく値が相関次元 D となる⁶⁾。相関次元が非整数値をとった場合、対象となる系の構造は自己相似性を有する。また、(5)式を満たす

めの直線区間は1ディケード以上である必要があり、求める相関次元の値 D が有効であると決定するためには、少なくとも見積もってデータ数 N が以下の条件を満たす必要がある⁷⁾⁸⁾。

$$N \geq 10^{\frac{D}{2}} \quad (6)$$

本研究ではおよそ 8000 点のデータを用いて相関次元解析を行っているため、 $v(m)$ が 7 以内に収束すれば信頼性が確保される。

3.4 リアプノフ指数

リアプノフ指数は次のように定義される。

$$\lambda_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \log \sigma_i(N), \quad i=1, \dots, m \quad (7)$$

ここで、

λ_i : 埋め込み次元 i におけるリアプノフ指数

$\sigma_i(N)$: 行列 $\Gamma(x(0), N)$ の固有値

一般的に、 m 次元のカオス力学系には不安定多様体と安定多様体があるが、正のリアプノフ指数は不安定多様体、負のリアプノフ指数は安定多様体に対応する。つまり、対象となる系の軌道不安定を定量化できる。対象となる系がカオスであれば、リアプノフ指数は正の値を示し、 m 個の方向に不安定な場合、これらの正のリアプノフ指数の和を考える。この値が KS エントロピーの値に相当する。本研究では、正のリアプノフ指数の和である KS エントロピーの値を示した⁹⁾。

3.5 非線形予測理論

力学系のダイナミクスを直接推定し、非線形予測理論に基づく局所線形近似手法を用いて、決定論的カオスの特徴である、軌道不安定性に起因した長期予測不能性と決定性による短期予測可能性を定量化することでカオスの同定法とするアプローチを行った。

p ステップ後の局所線形近似手法の定義は次式で表される¹⁰⁾¹¹⁾。

$$\hat{v}(T+p) = \frac{\sum_{i=1}^M \exp(-d_i) v(k_i+p)}{\sum_{i=1}^M \exp(-d_i)} \quad (8)$$

$v(T)$: 再構成された状態空間内におけるアトラクタの軌道上の予測された点

$v(k_i)$: ある点から探索された近傍群

d_i : $v(T)$ と $v(k_i)$ 間の距離

この手法から求めた予測値を用いて、予測精度の定

量的評価を次式の方法を用いて解析した。

実際の時系列信号を $z(t)$ 、予測時系列信号を $\hat{z}(t)$ 、 $z(t)$ と $\hat{z}(t)$ の相関係数を R とすると、

$$R = \frac{\sum_{t=1}^P (z(t) - \bar{z})(\hat{z}(t) - \bar{\hat{z}})}{\sqrt{\sum_{t=1}^P (z(t) - \bar{z})^2} \sqrt{\sum_{t=1}^P (\hat{z}(t) - \bar{\hat{z}})^2}} \quad (9)$$

この手法によるカオス同定法は、カオスと白色ノイズ、カオスとノイズが重畳したりミットサイクルとの識別には有効であるが、非整数ブラウン運動 (fBm : fractional Brownian motion) のような有色雑音とカオスを識別することは容易ではないことが指摘されている¹²⁾¹³⁾。この手法を修正し、予測ステップに対する予測精度を両対数でプロットした場合と片対数でプロットした場合とで、差が出現することが Tonis と Elsner により指摘された。本研究においても、この方法を用いてカオスとブラウン運動の識別を行った¹⁴⁾。

4. カオス時系列解析の結果及び考察

Fig. 2 は測定データから得られた気温とハス体温の時系列データを表している。 T_A が気温、 T_L がハス体温のデータとなっている。ハスが発熱しない時期では、ハス体温は気温とともに変動しているが、ある区間において、気温より 10~15 近くの温度差が開く時期があった。また、温度を 30~35 付近を一定に制御していることも確認される。それが四角で囲んだ区間であり、このことから、ハスが恒温植物であるという報告と矛盾しない結果となった。Fig 3 と Fig. 4 はそれぞれ恒温時期のハス体温と同時期の気温の時系列データを表す。各々のパワースペクトル解析を行った図がそれぞれ Fig. 5 と Fig. 6 となっている。この両者のスペクトル解析結果を比較すると、気温のデータからは確認出来ない周期を得た。その周期は 1.5~3.0(hour)の周期の波であった。他のハスの個体からもこの解析結果と同様の結果が得られたことから、これがハスの発熱の周期に相当すると考えられる。以後ハスの発熱の周期は 3(hour)とした。気温の基本周期は 24(hour)であることが確認された。これは地球の自転周期(23 時間 56 分 4 秒)に相当すると考えられる。

Fig. 7、Fig. 13 はそれぞれ恒温時期のハス体温のアトラクタと気温のアトラクタを示す。恒温時期のハス体温と気温のアトラクタはそれぞれの個体においても類似したストレンジアトラクタを示す結果となった。

Fig. 8、Fig. 14 はそれぞれ恒温時期のハス体温と気温の相関積分結果の両対数グラフを示す。これか

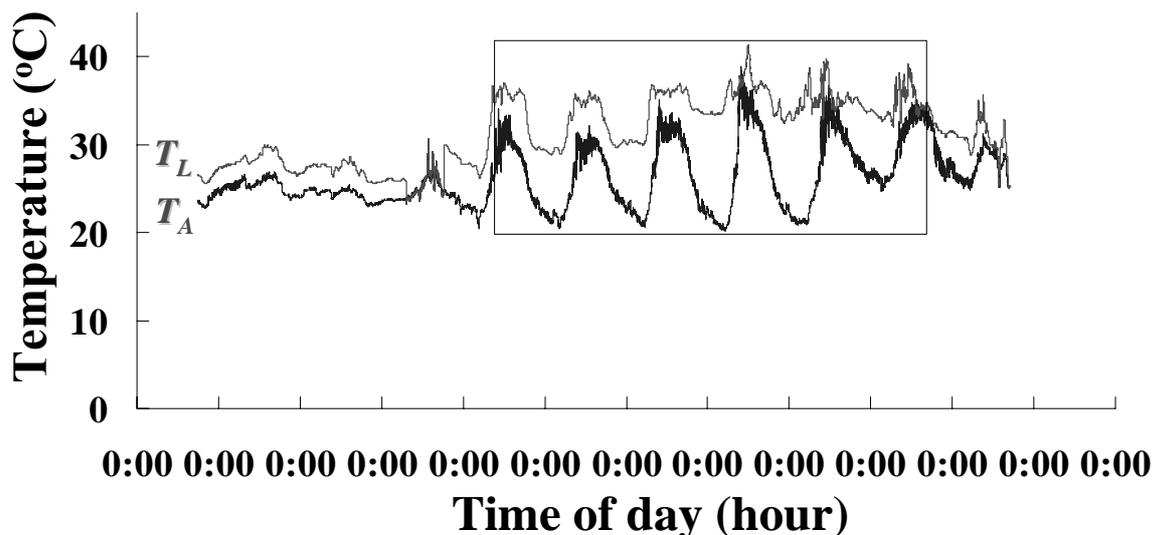


Fig. 2 Time series of the temperature of Lotus(T_L) and the Air(T_A)

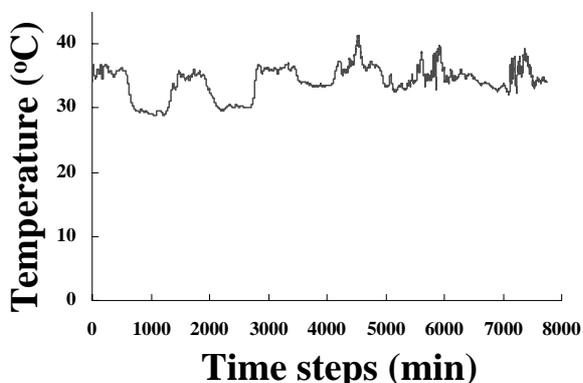


Fig. 3 Time series of the temperature of Lotus at homeothermic time

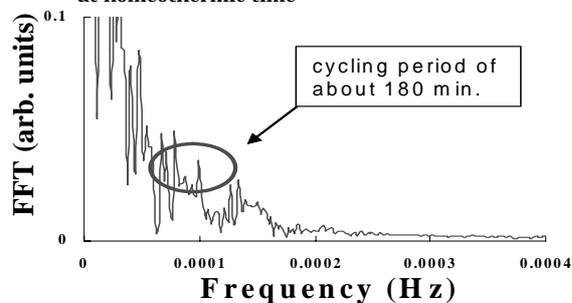


Fig. 5 Power spectrum of Fig. 3 (the temperature of Lotus)

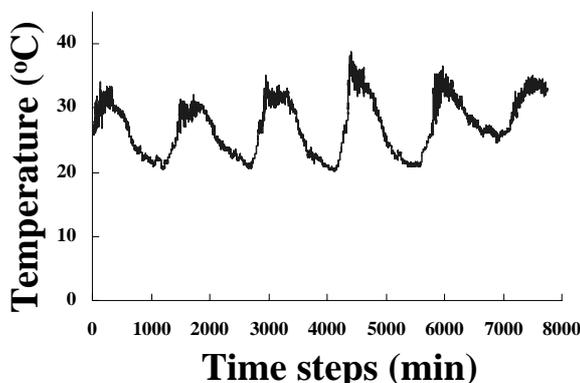


Fig. 4 Time series of the temperature of the air at homeothermic time in Lotus

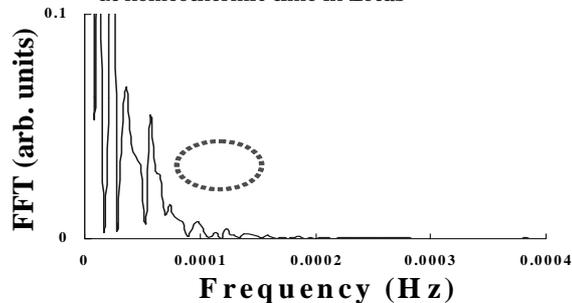


Fig. 6 Power spectrum of Fig. 4 (the temperature of the air)

ら求めた相関次元の収束図はそれぞれ Fig. 10、Fig. 16 である。恒温時期のハス体温の相関次元は **2.1**。気温の相関次元は **2.2** を示した。相関次元の値が非整数値に収束したことから、アトラクタの構造が自己相似性、つまりこの系はフラクタル性を有している結果が示された。

Fig. 9、Fig. 15 はそれぞれ恒温時期のハス体温と気温のリアプノフスペクトル解析結果を示す。KS エントロピーの値はそれぞれ **0.004769**、**0.000106** となっ

た。つまり系の軌道が不安定であるということが示された。また、共に限りなく 0 に近い正の値であることから生物界のカオスの特徴である弱いカオス性を示している。

以上の 4 つの解析結果からだけでも恒温時期のハス体温や気温にはカオスの特徴を示しているという結果が得られた。しかしながら、これだけでは、偽の推定結果を導いてしまう場合がある。それというのも、相関次元解析を行うための相関積分の定義やリアプノフス

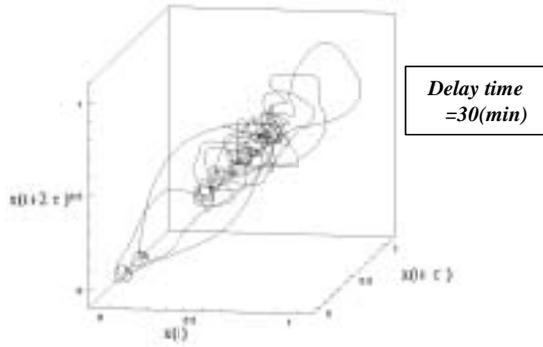


Fig. 7 Attractor of temperature of Lotus at homeothermic time

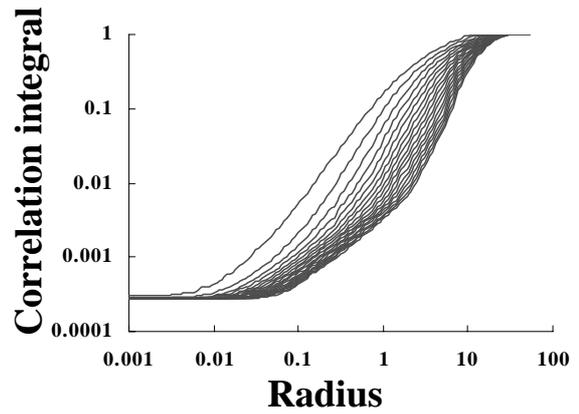


Fig. 8 Both logarithm graph of correlation integral of Lotus at homeothermic time

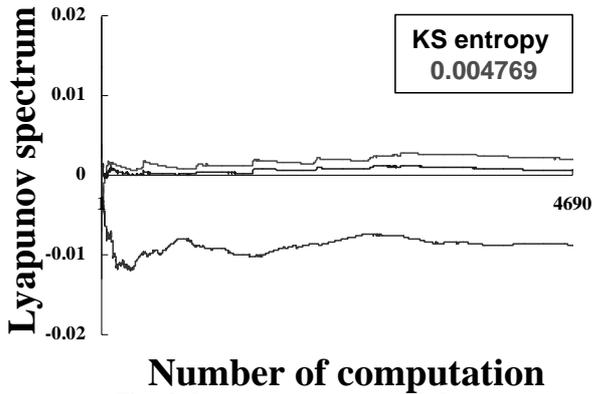


Fig. 9 Lyapunov spectrum of Lotus at homeothermic time

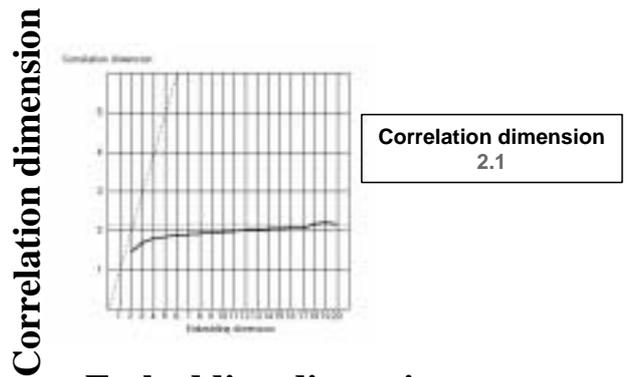


Fig. 10 Settling chart of Fig. 8

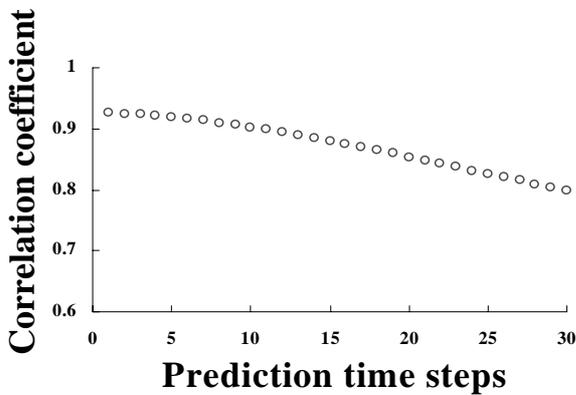


Fig. 11 Result of nonlinear prediction analysis of Lotus at homeothermic time

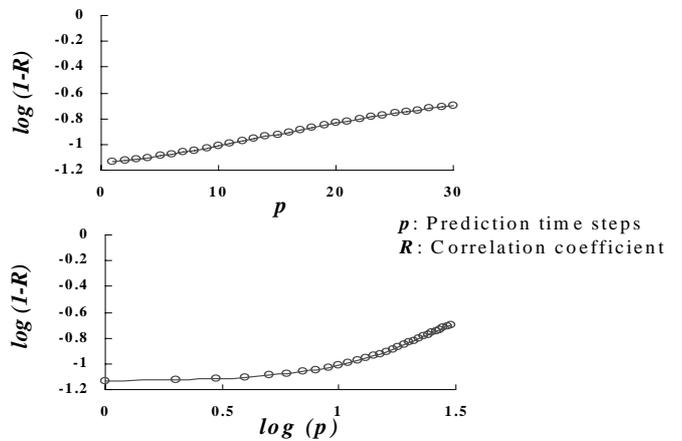


Fig. 12 Single logarithm graph of Fig. 11 in the above figure, and both logarithm graph of Fig. 11 in the figure below

ベクトル解析を行うためのリアプノフ指数の定義にはそれぞれデータ数 N が無限大であるという条件が入っているためである。実際にこのような解析を行うときにはデータ数は有限であり、それから導かれたカオスの推定結果の信頼性は、データ数に大きく左右されてしまう。

Fig. 11、Fig. 17 は、それぞれ恒温時期のハス体温

と気温の非線形予測理論に基づくカオス解析結果を示している。局所線形近似手法より求めた予測データから、予測ステップを変化させたときの実データと予測データの相関を表す。この結果から長期予測不能性と決定性による短期予測可能性を示す結果が得られた。この手法では、相関次元解析やリアプノフスペクトル解析に比べて比較的データが少なくても信頼度の高い

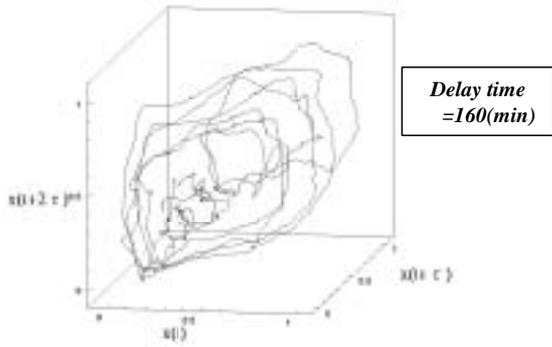


Fig. 13 Attractor of temperature of air temperature

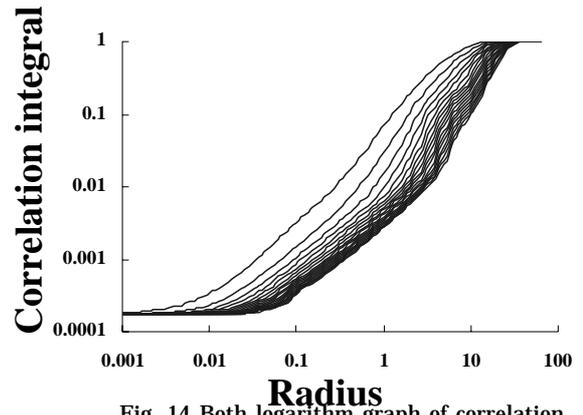


Fig. 14 Both logarithm graph of correlation integral of air temperature

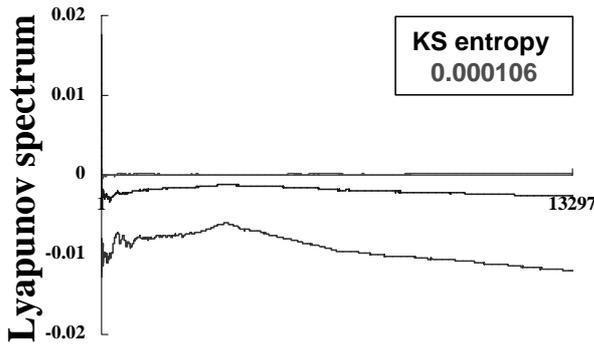


Fig. 15 Lyapunov spectrum of air temperature

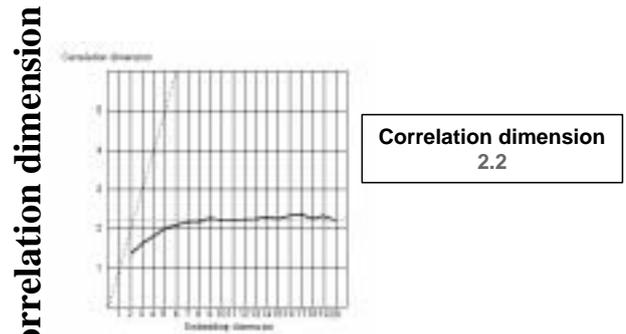


Fig. 16 Settling chart of Fig. 14

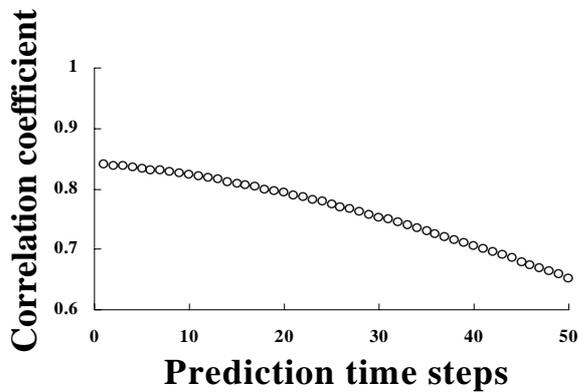


Fig. 17 Result of nonlinear prediction analysis of air temperature

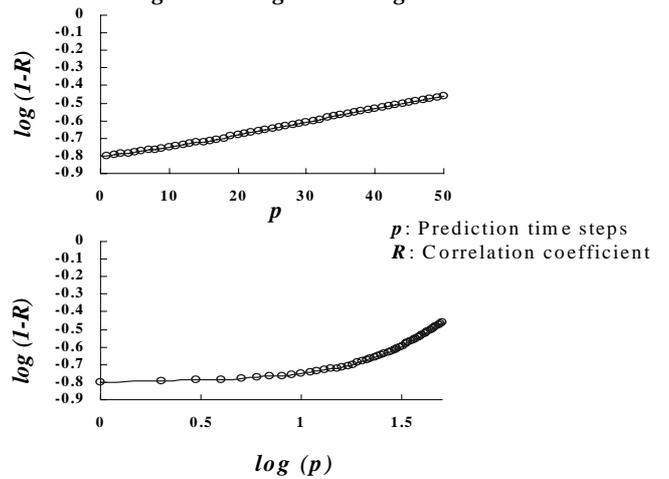


Fig. 18 Single logarithm graph of Fig. 17 in the above figure, and both logarithm graph of Fig. 17 in the figure below

結果が得られる¹⁰⁾。

Fig. 12、Fig. 18 は、それぞれ Fig. 11、Fig. 17 の片対数グラフ（上図）と両対数グラフ（下図）を示している。片対数グラフが直線を示し、かつ、両対数グラフが曲線を示しているため、系はカオスであるという結果が得られた。逆に片対数グラフが曲線、両対数グラフが直線となったとき、系はブラウン運動であるということになる。¹⁴⁾

5. おわりに

本研究では、恒温時期のハスの発熱現象のメカニズムの解明を、カオス時系列解析を用いて行った。恒温時期のハス体温にはカオスの特徴を有しているという解析結果が得られた。また、気温についても同様、カオスの特徴を有しているという結果となった。

今後は、モデルを作成し、シミュレーションを行うため、

ここで求めたカオス解析から系の自由度を決定する埋め込み次元をより明確にするため、非線形予測理論による埋め込み次元解析を行い、より具体的なハスの発熱現象のメカニズムの解明に迫りたい。

“How predictable is chaos – SUGIHARA AND MAY REPLY”. *Nature*, Vol. 355, pp. 251, January 1992.

14) A. A. Tsonis and J. B. Elsner. “Nonlinear prediction as a way of distinguishing chaos from random fractal sequences”. *Nature*, Vol. 358, pp. 217-220, July 1992.

参考文献

- 1) Roger S. Seymour. “Plants That Warm Themselves”. *SCIENTIFIC AMERICAN*, pp. 90-95, March 1997
- 2) Floris Takens. “Detecting strange attractors in turbulence”. In D.A. Rand and B.S. Young, editors, “*Dynamical Systems of Turbulence*”, Vol.898 of *Lecture Notes in Mathematics*, pp. 366-381, Berlin, 1981. Springer-Verlag.
- 3) P. ATTEN, J. G. GAPUTO, B.MALRAISON, and Y. GAGNE. “Détermination de dimension d'attracteurs pour différents écoulements”, *Journal de Mécanique théorique et appliquée*, Vol. Numero spécial, No.156, pp. 133-156, 1984.
- 4) P. Grassberger, R. and I. Procaccia. “Measuring the strangeness of strange attractors”. *Physica*, Vol. 9D, pp. 189-208, 1983.
- 5) Peter Grassberger and Itamar Procaccia. “Characterization of Strange Attractors”. *Physical Review Letters*, Vol. 50, No. 5, pp. 346-349, January 1983.
- 6) B. Malraison, P. Atten, and M. Dubois. “Dimension of strange attractors : an experimental determination for the chaotic regime of two convective systems”. *J. Physique LETTERS*, Vol. 44, pp. L-897-L902, November 1983.
- 7) D. RUELLE. “Deterministic chaos : the science and the fiction”. *Proc. R. Soc. Lond. A*, Vol. 427, pp. 241-248, 1990.
- 8) J. P. Eckmann and D.Ruelle. “Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems”. *Physica D*, Vol. 56, pp. 185-187, 1992.
- 9) 合原一幸：カオス時系列解析の基礎と応用，産業図書，pp. 156-185, 2002
- 10) George Sugihara and Robert M. May. “Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series”. *Nature*, Vol. 334, pp. 734-741, April 1990.
- 11) Takanori Ito and Kikukatsu Ito. “Nonlinear dynamics of homeothermic temperature control in skunk cabbage, *Symplocarpus foetidus*”.
- 12) BERNARD CAZELLES and REGIS H. FERRIERE. “How predictable is chaos”. *Nature*, Vol. 355, pp. 25-26, January 1992.
- 13) GEORGE SUGIHARA and ROBERT M. MAY.