

## ビジュアルフィードバックによる倒立振子の制御

### Visual Feedback Control of an Inverted Pendulum

○浜平 賢一 松坂 知行

○Kenichi Hamataira, Tomoyuki Matsuzaka

八戸工業大学

Hachinohe Institute of Technology

キーワード：ビジュアルフィードバック(visual feedback), 最適制御(optimal control),倒立振子(inverted pendulum)

連絡先：〒031 八戸市大字妙字大開 88-1 八戸工業大学システム情報工学科

松坂 知行 Tel.: (0178)25-3111, Fax.: (0178)25-1691, E-mail: tom@hi-tech.ac.jp

#### 1. まえがき

倒立振子は、制御理論の学習用モデルとして適しているため、いろいろな機材が開発されている。一般的な倒立振子は、1次元方向に台車が移動し、台車の上に立てられた振子を倒立させるものが多い。また、台車の位置、振子の角度センサーには、ポテンショメータ、ロータリーエンコーダなどの電気的センサー専ら用いられている。なお、最近では台車が自律的に移動して振子を倒立させるものも現れているが、センサーには電気的センサーを用いている。一方、人間が倒立操作を行う場合には、このような接触型センサーによるのではなく、視覚により角度を検出し、倒立操作を行っていることは経験的に知られるところである。本稿では、振子の先端と台車の位置を接触型センサーではなく、カメラで追跡しビジュアルフィードバックで倒立制御を行う実験を試みた。本研究の最終目標は3次元空間での倒立制御であるが、その基礎研究として、1次元の倒立振子を用いて実験を行った。

以下、本システムの構成、制御方法、実験結

果について述べる。

#### 2. システムの構成

図1は全体のシステムの構成である。システムは、倒立振子、振子の先端部と台車の位置を追跡するカメラ、カメラで計測した画像を処理するパソコン PC1、倒立振子を制御するパソコン PC2 から構成される。パソコン PC1 とパソコン PC2 の間は LAN で結ばれている。二つのパソコンを用いたのは、それぞれ画像処理と倒

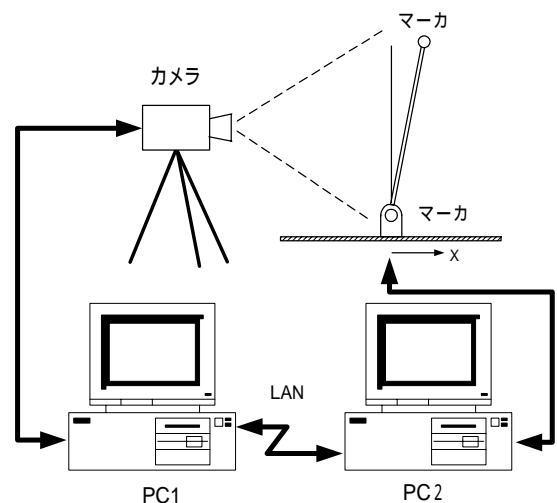


図1 ビジュアルフィードバックの構成

立制御を分け、負荷分散させるためである。なお、振子の先端部と台車の中心部には追跡用の円形マーカをつけ、カメラでこのマーカをリアルタイムで追跡し、円形マーカの中心を算出することによって、振子の先端と台車の位置を求めるようにした。すなわち、基準位置に対する振子の先端部の座標を  $(x, y)$  とすると振子の角度  $\theta$  は以下の式から求められる。

$$\theta = \tan^{-1}(y/x) \quad (1)$$

また、台車の位置は基準位置からの  $x$  座標から求められる。カメラのサンプリング速度は 8.3ms であるが、マーカの検出、マーカ中心部の演算、座標の演算などの処理を含めると、実質 9ms 程度である。このため、倒立振子の制御速度は 10ms に設定している。

### 3. 倒立振子の運動方程式<sup>1)</sup>

図 2 は倒立振子システムである。また、台車、振子、床面に働く力の関係を示してある。この図から運動方程式を導くと以下ようになる。

台車の水平方向に関して

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} = F - H \quad (2)$$

振子の回転方向に関して

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \varepsilon \frac{d\theta}{dt} = Vl \sin\theta - Hl \cos\theta \quad (3)$$

振子の水平方向に関して

$$m \frac{d^2}{dt^2}(x + l \sin\theta) = H \quad (4)$$

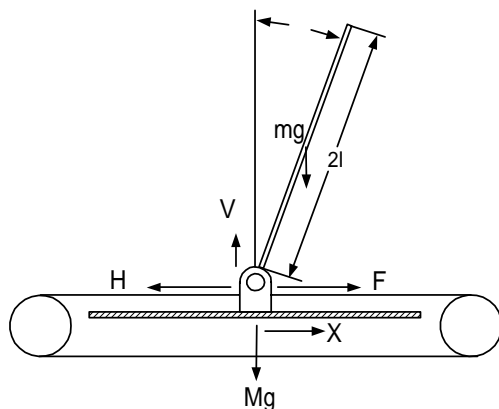


図 2 倒立振子システム

振子の鉛直方向に関して

$$m \frac{d^2}{dt^2}(l \cos\theta) = V - mg \quad (5)$$

モータの駆動力から

$$F = Gv \quad (6)$$

ここで

- $x$  : 台車の位置
- $\theta$  : 振子の傾角
- $M$  : 台車の質量
- $m$  : 振子の質量
- $F$  : 台車に作用する力
- $\mu$  : 床面の摩擦係数
- $J$  : 振子の重心周りの慣性モーメント
- $l$  : 振子の重心と支軸間の距離
- $V$  : 振子の台車の接合部に働く鉛直抗力
- $H$  : 振子の台車の接合部に働く水平抗力
- $g$  : 重力加速度
- $\varepsilon$  : 振子の支軸の摩擦係数
- $G$  : 電圧トルク係数
- $v$  : モータ電圧

### 4. 状態方程式

いま平衡点の近傍で線形近似を行うと

$$\sin\theta \approx \theta, \cos\theta = 1 \quad (7)$$

よって(4)、(5)式は

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = H \quad (8)$$

$$V - mg = 0 \quad (9)$$

となる。以上の関係式から

$$(m + M) \frac{d^2x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} + ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = Gv \quad (10)$$

$$ml \frac{d^2x}{dt^2} + (J + ml^2) \frac{d^2\theta}{dt^2} + \varepsilon \frac{d\theta}{dt} = mgl\theta \quad (11)$$

が得られる。ここで

$$x_1 = x, x_2 = \theta, x_3 = \frac{dx}{dt}, x_4 = \frac{d\theta}{dt} \quad (12)$$

と置くことにより

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-ml^2 g}{\Delta} & \frac{-\mu(J+ml^2)}{\Delta} & \frac{ml\varepsilon}{\Delta} \\ 0 & \frac{(m+M)mgl}{\Delta} & \frac{ml\mu}{\Delta} & \frac{-\varepsilon(m+M)}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(J+ml^2)G}{\Delta} \\ \frac{-mlG}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (14)$$

が得られる。ここに

$$\Delta = (m+M)J + mMl^2 \quad (15)$$

以上の関係から、以下の状態方程式が得られる。

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bv} \quad (16)$$

ここで

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \quad (17)$$

#### 4. パラメータ推定

##### 4.1 振子の慣性モーメントの推定

振子の重心周りの慣性モーメント  $J$  は一様な棒であれば  $ml^2/3$  であるが、取付金具、支軸などがあるのでこの式で求めると実際の値と大きく異なる。そこで以下のようにして求めた。

台車に振子を取り付けたまま、振子を下向きにして自由振動させ、先端の動きをカメラで追跡する。このときの振子の周期を  $T_p$  とすると

$$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{J+ml^2}{mgl}} \quad (18)$$

が成立するので、これより重心周りの慣性モーメント  $J$  を求めることができる。

##### 4.2 振子の支軸の摩擦係数の推定

振子の支軸の周りの運動方程式は

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\varepsilon}{J} \frac{d\theta}{dt} + mgl\theta = 0 \quad (19)$$

で表される。自由振動波形の減衰率を  $\alpha$ 、各波形の振幅を  $x_i$  とすると

$$\alpha = \frac{1}{T_p} \log \frac{x_n}{x_{n+1}} \quad (20)$$

が成立し、これより摩擦係数  $\varepsilon$  は

$$\varepsilon = 2\alpha(J+ml^2) \quad (21)$$

として得られる。

#### 4.2 モータ駆動系のパラメータ推定

(2)、(6)式からモータの駆動方程式は、(2)式で  $H=0$  とおき、(6)式を代入することにより得られる式

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} = Gv \quad (22)$$

から以下の解が得られる。

$$x(t) = \frac{G}{\mu} \left\{ \frac{M}{\mu} (e^{-\frac{\mu}{M}t} - 1) + t \right\} v_0 \quad (23)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{G}{\mu} (1 - e^{-\frac{\mu}{M}t}) v_0 \quad (24)$$

したがってモータに一定電圧  $v_0$  を加えて、速度が定常値に達したときの値から  $Gv_0/\mu$  が求められる。この値を(23)式に代入し、時間  $t_n$  に対する位置  $x_n$  を代入し、Newton-Raphson 法により  $M/\mu$  の値を求めることができる。時間  $t_n$ 、位置  $x_n$  に対する  $M/\mu$  の値をいくつか求めて平均すれば妥当な値に近づけることができる。

表1は以上の方法で求めたパラメータである。

表1 倒立振子のパラメータ

倒立振子のシステムのパラメータ	
振子の質量 $m$	0.07(kg)
振子の重心位置 $l$	0.135(m)
振子の慣性モーメント $J$	$1.3 \times 10^{-3}(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$
振子の摩擦係数 $\varepsilon$	$2.4 \times 10^{-3}(\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s})$
台車の質量 $M$	6.42(kg)
台車の摩擦係数 $\mu$	27.85(kg/s)
電圧利得 $G$	7.72(N/V)

## 5 画像認識と計測データの処理

### 5.1 画像認識

本研究では、画像処理ツール HALCON7.0 を使用した。HALCON を使用する事で画像処理プログラムの開発が効率よく行えるからである。

画像処理の処理の流れを図3、図4に示す。マーカーの認識は、しきい値処理と連続領域の認識によって走査領域を絞り込む。連続領域の絞込みには、8近傍のマスクを使用して連続領域を認識する。次に、認識した領域1つ1つの面積と重心座標を求める。そして、面積による絞込みを行う。次に、残りの領域から真円に近いものをマーカーとして認識する。角度の初期値と位置の初期値を求めるのは、カメラ姿勢によるズレを補正するのに使用するからである。

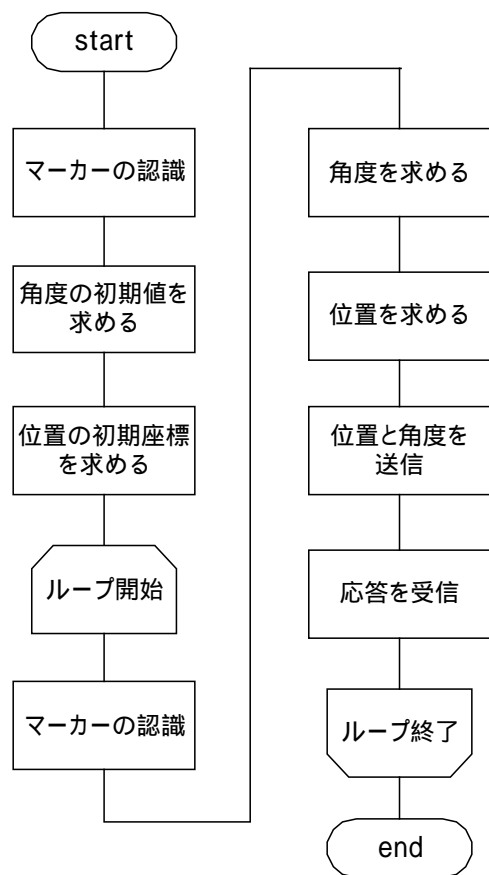


図3 画像処理の概略

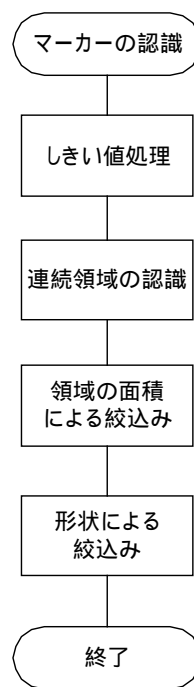


図4 処理のマーカー認識部分の概略

### 5.2 計測データの処理

データのやり取りには、Windows の API を使用したソケット通信を用いた。プロトコルは TCP を用いた。画像処理側からは、文字列に変換した、位置と角度、画像認識の失敗のフラグを送信する。制御側では、DSP ボードへの書き込みが成功した場合は、「OK」の文字列を画像処理側に送信する。通信の流れを図5に示す。

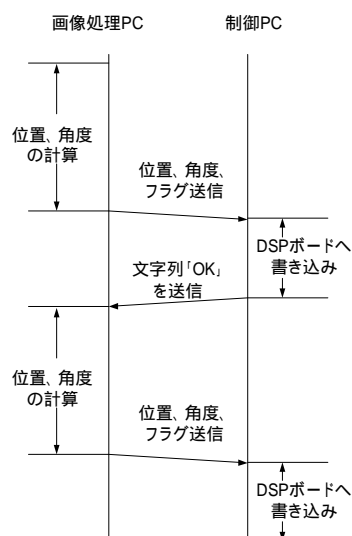


図5 通信の概略

### 5.3 画像取得と画像処理の関係<sup>2)</sup>

画像取得と処理を効率的に行うために、本研究では、画像取得と画像処理は非同期で行っている。非同期での画像取得とは、画像処理をしている間に、次の処理のための画像をバッファするという手法である。つまり、画像取得と画像処理は並列処理されていると言える。図6に処理全体のタイムフローを示す。

一連のサイクルは、平均で 8.3ms であるが、画像取得の揺らぎと Windows からの割り込みの影響で、最大 10ms まで処理に時間がかかる場合がある。そのため、制御速度を 10ms に設定する必要がある。図7に画像取得と画像処理のタイムフローを示す。

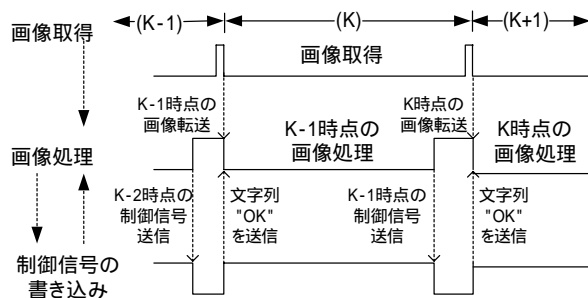


図6 処理全体のタイムフロー

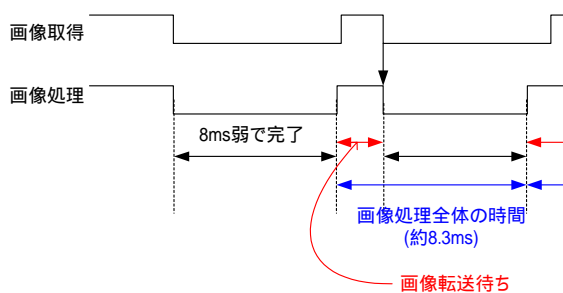


図7 画像取得と画像処理のタイムフロー

## 6. 倒立振子の制御

### 6.1 離散化と利得算出

(16)式の状態方程式を離散方程式に変換することにより以下の式が得られる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{P}\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}v(k) \quad (25)$$

この系で、速度、角速度は観測されていないので以下の式で近似的に求めた。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &\approx \frac{x_n - x_{n-1}}{\Delta t} \\ \frac{d\theta}{dt} &\approx \frac{\theta_n - \theta_{n-1}}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

また、利得の決定には最適制御法を用いた。すなわち  $\mathbf{w}$ 、 $r$  を与えて

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \{ \mathbf{x}(k)^T \mathbf{W} \mathbf{x}(k) + rv(k)^2 \} \quad (27)$$

を最小にするような利得  $\mathbf{K}$  を以下のようにして求める。

$$\mathbf{K} = (r + \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{q})^{-1} \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{P} \quad (28)$$

ここで  $\mathbf{H}$  は Riccati の方程式

$$\mathbf{H} = \mathbf{W} + \mathbf{P}^T \mathbf{H} \mathbf{P} - \mathbf{P}^T \mathbf{H} \mathbf{q} (r + \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{q})^{-1} \mathbf{q}^T \mathbf{H} \mathbf{P} \quad (29)$$

の解である。また  $\mathbf{K}$  は

$$\mathbf{K} = (K_1, K_2, K_3, K_4)^T \quad (30)$$

を意味し、位置、角度、速度、角速度の利得である。

### 6.2 制御結果

実際に制御した結果を図8、図9、図10に示す。各ケースの利得を表2に示す。

表2 各ケースの利得

利得	ケース1	ケース2	ケース3
$K_1$	-2.9758	-2.9717	-6.6263
$K_2$	-32.6322	-33.6318	-37.1994
$K_3$	-8.7358	-8.7895	-10.7061
$K_4$	-4.9653	-5.0376	-5.6664

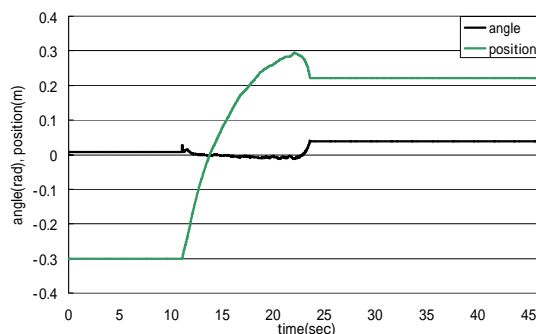


図8 制御結果(ケース1)

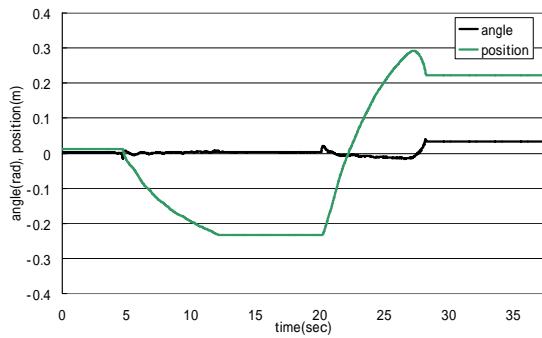


図9 制御結果(ケース2)

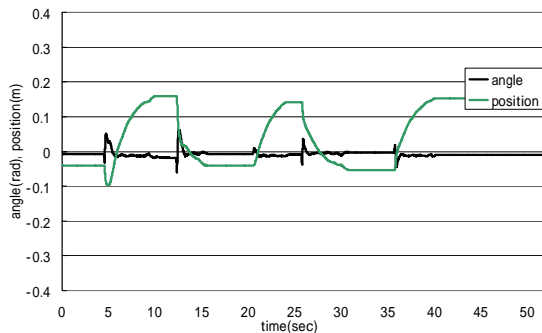


図10 制御結果(ケース3)

ケース1では、1度外乱を加えると、力が加えられた方向へ移動を続ける。最終的には、リミッタによって、停止する。ケース2では、1度外乱を加えた方向へ移動する。次に逆方向へ移動を開始するが、零点で停止せず、リミッタによって停止する。ケース3では、外乱を加えるとある程度移動した位置で静止する。これは、機械系の摩擦のため平衡点付近では、デッドバンドが生じていると考えられる。

解決策としては、サンプリング速度を上げる事が考えられる。カメラのサンプリング周期を早める事は出来ないので、カルマンフィルタで1ステップ先の位置、角度を予測する制御法<sup>3)</sup>が考えられる。

## 7. まとめ

以上ビジュアルフィードバックによる倒立振子の制御について述べた。今回は、サンプリング速度が10msだったが、カルマンフィルタで1ステップ先を予測することで、デッドバンドによる影響を最小限に抑える手法が考えられる。

今後は、ソフト的な補償についても検討を進めたいと考えている。

## 参考文献

- 1) 松坂 知行：画像追跡センサーを用いた移動型倒立振子の制御、19/24、八戸工業大学情報システム工学研究所紀要、第六巻(1997)
- 2) 株式会社 LinX 画像システム事業部：HALCON 活用法、185/190、株式会社 LinX 出版事業部(2004)
- 3) 梶川、大場、猪岡：画像を用いた移動物体のモデルベースト計測、SICE 第131回研究会資料、資料番号131-2(1991)