

神楽の採譜の一試み

Performance Analysis of an LMS based Fourier Analyzer for sinusoidal Signals with Time-varying Amplitude and its application to analyze Kagura

石輪洋平

工藤憲昌

+ 田所嘉昭

Yohei Ishiwa

Norimasa Kudoh

+ Yoshiaki Tadokoro

八戸高専

+ 豊橋技科大 工学部

Hachinohe National College of Tech.

+ Toyohashi University of Tech.

キーワード: LMS 形適応アルゴリズム(LMS Algorithm), 非定常信号(Non-stationary Signal), フーリエ係数(Discrete Fourier Coefficient), 神楽(Kagura)

連絡先: 〒039-1192 八戸市田面木上野平 16-1 八戸高専 電気工学科
tel:0178-27-7281, e-mail:kudohk-e@hachinohe-ct.ac.jp

1. はじめに

分析対象に含まれる周波数が既知である場合でも信号の振幅と位相(フーリエ係数)を正確に推定することは多くの分野で非常に重要である。例えば、電力システム分野では、高調波成分の推定は電力供給の品質確保の上で重要であり、ニューラルネットワークを用いて高調波成分の振幅と位相を推定し逆位相で注入することにより低歪み化が試みられている[1]。離散的フーリエ変換(DFT)はフーリエ係数を求めるツールとして重要な役割を持っている。しかし、分析信号の周波数配置が非調和である場合や非定常な信号である場合には、正確に分析できないという問題点がある。

前者の問題を解決するために、多くのスライディング形式の方法[2-3]や適応アルゴリズム[4-6]が提案されている。これらの方法はサンプル毎の処理であるため、分析対象の信号の統計量が緩やかに変化する場合には、その変化に追従できるという特徴を有している。しかし、管楽器の演奏音の採譜やインバータ回路が存在する電源系の高調波ノイズ除去などの応用では、高い追従能力が要求されるため、これまでに提案された方法では、十分とはいえないと考えられる。また、追従特性が良いといわれるRLSやカルマンフィルタは、このような応用の場合には存在しない周波数があると相関行列のランクが下がるため、数値演算上、逆行列の算出のため、周到な対策が必要となるという問題点がある。

よく知られているように、時変の程度が時間変数 n

の $(q-1)$ 乗までの場合、適応制御ループ内に $(1-z^{-1})^{-q}$ を含ませることで、その時変性を収容できる。同様な考えに基づいて、時変な波高値をもつサイン信号のフーリエ係数をLMS形のアルゴリズムで推定する方法が提案されている[7]。提案法では、フーリエ係数が適応パラメータであるLMS形アルゴリズムを用いている。

本稿では、時変は振幅の正弦的信号に対するフーリエ係数推定法の特性解析を行うとともに、この方法を用いて青森県南地方の神楽音の分析を行い、最終的には楽譜にすることを目指してMIDIファイル化を行ったので報告する。

以下に本稿の構成を示す。2.では、時変な振幅の正弦的信号に対するフーリエ係数推定法を概説する。

3.では、加法性雑音に対しては統計的な手法を、時変は振幅の正弦波に対しては線形システムの解法を適用して、フーリエ係数の推定値の平均2乗誤差を解析的に求める。また、広範囲なシミュレーション値とこの結果を比較する。4.では神楽音の分析を行う。5.はまとめである。

2. フーリエ係数推定法

特性解析の対象であるLMS形のアルゴリズムを用いたフーリエ係数推定法について概説する。分析対象の信号は式(1)に示すように、 p 個の正弦波と平均零で分散 σ_ϕ^2 の加法性雑音 $\phi(n)$ から構成されている。ここで、取り得る ω_i と最大の p は既知とする。

$$x(n) = \sum_{i=1}^p a_i(n) \cos \omega_i n + b_i(n) \sin \omega_i n + \phi(n) \quad (1)$$

フーリエ係数推定法の構成を図1に示す[7]. $a_i(n)$, $b_i(n)$ の推定値 $\hat{a}_i(n)$, $\hat{b}_i(n)$ は式(2), (3)で算出される.

$$\hat{a}_i(n+1) = \hat{a}_i(n) + \frac{\mu}{1-\gamma z^{-1}} e(n) \cos \omega_i n \quad (2)$$

$$\hat{b}_i(n+1) = \hat{b}_i(n) + \frac{\mu}{1-\gamma z^{-1}} e(n) \sin \omega_i n \quad (3)$$

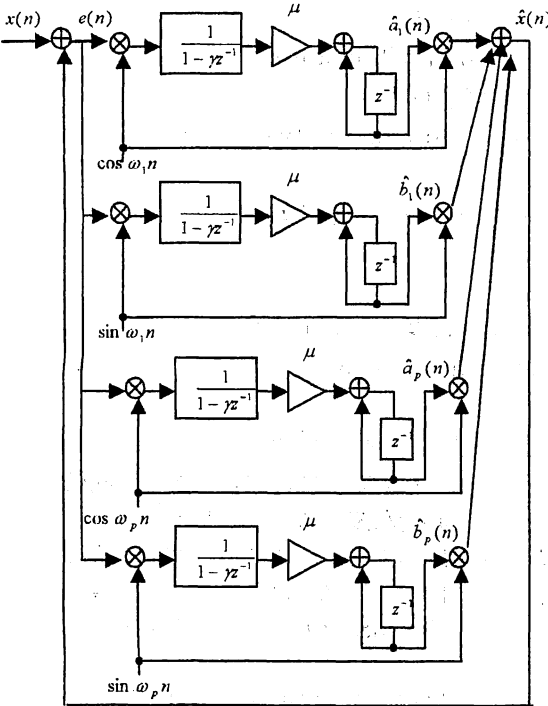


図1. 推定法の構成

Fig.1 Flow diagram of the estimation method

$$\begin{aligned} e(n) &= x(n) - \hat{x}(n) \\ &= x(n) - \sum_{i=1}^p \hat{a}_i(n) \cos \omega_i n + \hat{b}_i(n) \sin \omega_i n \quad (4) \end{aligned}$$

μ はステップサイズ, $\gamma < 1$ で安定性を保証するために導入する. $x(n)$ とその推定値 $\hat{x}(n)$ の差 $e(n)$ は式(4)で算出される. この適応アルゴリズムは, 時間変数 n のランプ関数, つまり, $a_i(n) = a_i + \alpha_i n$, $b_i(n) = b_i + \beta_i n$ にはほぼ追従するよう設計されたものであり, 従来のLMS法[4]はこの推定法の $\gamma=0$ に相当する.

3. 特性解析

ここでは, フーリエ係数の推定誤差 $c_{ai}(n)$, $c_{bi}(n)$ (式(5), (6))とすると, 式(7)の $\varepsilon_i(n)$ を推定精度の測度として用いる. ここで, $E[\cdot]$ は期待値操作を示す.

$$c_{ai}(n) = a_i(n) - \hat{a}_i(n) \quad (5)$$

$$c_{bi}(n) = b_i(n) - \hat{b}_i(n) \quad (6)$$

$$\varepsilon_i(n) = E[c_{ai}^2(n) + c_{bi}^2(n)] \quad (7)$$

加法性雑音と正弦波は統計的に独立であるため, 定常状態における全体の推定誤差の平均2乗値 ε_∞ は, 加法性雑音 $\phi(n)$ による $\varepsilon_{\phi, \infty}$ と適応動作の遅れによる $\varepsilon_{\log, \infty}$ の和に求められる.

3.1 $\varepsilon_{\phi, \infty}$ について

本稿では, フーリエ係数の平均2乗誤差 $\varepsilon_{ai}(n)$, $\varepsilon_{bi}(n)$ に差分方程式を解くことで $\varepsilon_{\phi, \infty}$ を求める. その際, 文献[5]のように, 確定信号である正弦波を分散1/2の擬似ランダムとして解く. フーリエ係数が一定であるとして, 式(2), (3)の更新式を用いて計算を行うと用いると式(8)のようになる.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ai}(n+1) &= E[c_{ai}^2(n+1)] = E\{[a_i(n) - \hat{a}_i(n+1)]^2\} \\ &= (1+r)^2 \varepsilon_{ai}(n) + r^2 \varepsilon_{ai}(n-1) \\ &\quad - 2r(1+r)E[c_{ai}(n)c_{ai}(n-1)] \\ &\quad + 2\mu r E[c_{ai}(n-1)e(n) \cos \omega_i n] \\ &\quad + \mu^2 E[e^2(n) \cos^2 \omega_i n] \quad (8) \end{aligned}$$

正弦波を擬似ランダム信号と扱うことによって期待値操作が可能になり, つまり, $\cos^2 \omega_i$ の期待値が1/2となり, 式(8)は可変係数を含まない差分方程式となる. 従って, 解析的に解くことが可能になる. μ の3乗以上の項は非常に小さいとして無視して計算を進めていくと, $\varepsilon_{ai}(n)$ と $\varepsilon_{bi}(n)$ は付録1の式(A1), (A2)に示すように求められる. 次に, 推定値全体の平均2乗誤差 $\varepsilon(n)$ は, i についての総和を求めれば良いため, その差分方程式は式(9)のようになる.

$$\begin{aligned} \varepsilon(n+1) &= \sum_{i=1}^p [\varepsilon_{ai}^2(n+1) + \varepsilon_{bi}^2(n+1)] \\ &= \{(1+r)^2 - \mu(1+r) + \frac{\mu^2}{2}\} \varepsilon(n) + r^2 \varepsilon(n-1) \\ &\quad + \{2(1+r)^2 - 2\mu(1+r) + \frac{\mu^2}{2}\} \sum_{j=1}^n (-r)^j \varepsilon(n-j) \\ &\quad + \mu^2 p \sigma_\phi^2 \quad (9) \end{aligned}$$

定常状態における平均2乗誤差 $\varepsilon_{\phi, \infty}$ は, 式(9)を z 変換し, 最終値の定理を適用することにより, 次のように求められる. ここで, $Z[\cdot]$ は z 変換を表す.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\phi, \infty} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1-z^{-1})Z[\varepsilon(n)] \\ &= \frac{2\mu p \sigma_\phi^2}{1-r} \left/ \left(2 - \frac{\mu p}{1-r} \right) \right. \quad (10) \end{aligned}$$

また, $\varepsilon_{\phi, \infty}$ が正である条件から, μ に関する収束条件は $2(1-\gamma^2)/p > \mu$ と求められる.

3.2 $\varepsilon_{lag,\infty}$ について

次に、加法的雑音がない状態で、時変なフーリエ係数に対して、適応遅れによる推定値の平均 2 乗誤差 $\varepsilon_{lag,\infty}$ を求める。定常状態において適応アルゴリズムが有する伝達関数 $F(z)$ は、式(11)で与えられる[7]。ここで、 $G_i(z)$ は式(12)、(13)で与えられる。

$$F(z) = \frac{\sum_{i=1}^p G_i(z)}{1 + \sum_{i=1}^p G_i(z)} \quad (11)$$

$$G_i(z) = \mu \frac{\cos \omega_i z^{-1} - (1+\gamma)z^{-2} + \gamma \cos \omega_i z^{-3}}{G_{D_i}(z)} \quad (12)$$

$$G_{D_i}(z) = 1 - 2(1+\gamma)\cos \omega_i z^{-1} + \{4\gamma \cos^2 \omega_i + (1+\gamma^2)\}z^{-2} - 2\gamma(1+\gamma)\cos \omega_i z^{-3} + \gamma^2 z^{-4} \quad (13)$$

入力（正弦波）の z 変換と $F(z)$ の積を逆 z 変換し、定常解を求めることにより、 $\varepsilon_{lag,\infty}$ は式(14)のように求められる。

$$\varepsilon_{lag,\infty} = \frac{4(1-\gamma)^2}{\mu^2} \sum_{i=1}^p \{\alpha_i^2 + \beta_i^2\} \quad (14)$$

式(10)と式(14)の和より、フーリエ係数の推定値の平均 2 乗誤差 ε_∞ は次式のようになる。

$$\varepsilon_{lag,\infty} = \frac{2\mu p \sigma_\phi^2}{(1-\gamma)(2-\mu p(1+\gamma^2))} + \frac{4(1-\gamma)^2}{\mu^2} \sum_{i=1}^p \{\alpha_i^2 + \beta_i^2\} \quad (15)$$

3.3 数値例

ここでは、導出した推定値の平均 2 乗誤差の近似式(式(15))の妥当性について、 μ と γ 等を変えた計算機シミュレーションによって確認する。比較は全て独立な 30 回のシミュレーション結果の集合平均によって行っており、 ε_∞ は十分に収束している 5000 から 8000 サンプルまでの平均で算出した。シミュレーション結果を図 2、図 3 に、その条件を以下に示す。

シミュレーション条件：

$$p : 4, 8, 10 \quad \omega_i : \pi(p+1), \quad i=1 \sim p$$

$$\sigma_\phi^2 : 0.2, 0.5, \quad \alpha_i, \beta_i : \text{全て } 5$$

$$\alpha_i, \beta_i : -0.003, -0.005$$

表 1. μ と γ の組合せ

μ	0.001	0.003	0.005	0.006	0.008
γ	0.95	0.92	0.9	0.89	0.87
μ	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03
γ	0.86	0.83	0.8	0.78	0.76
μ	0.035	0.04	0.045	0.05	
γ	0.75	0.73	0.72	0.7	

なお、対象周波数と $F(z)$ の極の偏角が一致する条件(式(16))を満たすよう、表 1 に示す μ と γ を用いた。

$$\frac{(1-\gamma)^2}{1+\gamma} \geq \mu \quad (16)$$

図 2、3 から、ある程度変化の傾向は捉えているものの、最大で 2dB 程度、 $p=4$ で考えると、1 周波数あたりのフーリエ係数の推定誤差電力は 0.5dB の誤差があることが分かる。これは、式(8)の差分方程式を展開していく際に計算の簡単化のため、 μ の 3 乗以上の項を無視したためだと考えられる。今後、 μ の高次までを考慮することで、改善を図りたい。

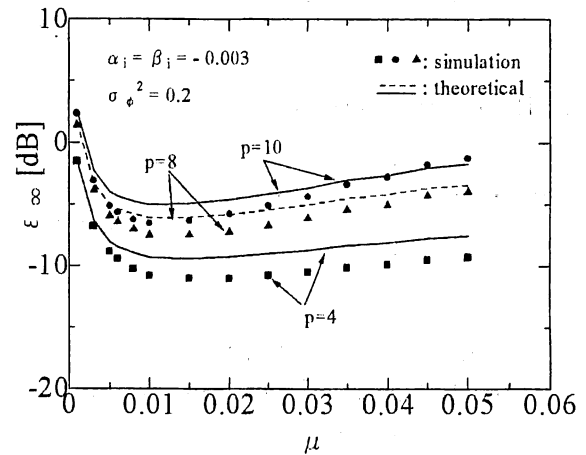


図 2. ε_∞ の近似値とシミュレーション値との比較 1
Fig.2 Comparison of theoretical and simulation values of ε_∞ .

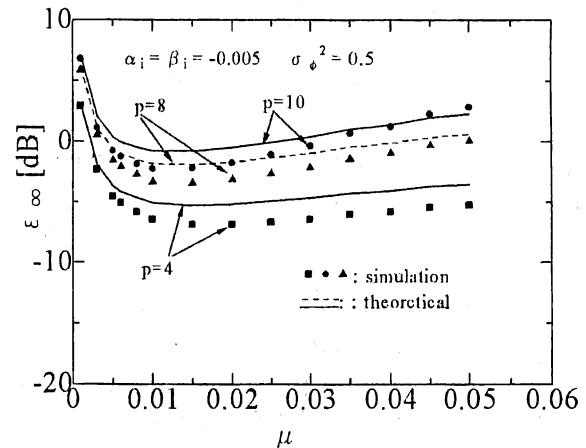


図 3. ε_∞ の近似値とシミュレーション値との比較 2
Fig.3 Comparison of theoretical and simulation values of ε_∞ .

4. 神楽音の分析

青森県南地方の神楽音は、笛、鉦、太鼓の音から構成されている。国際標準の平均律音階の周波数と異なっているため、図 4 のように(単一周波数の場合)、文献[8]に基づいた方法を用いて基本周波数を調査した。ここで、 $H_s(z)$ は、それぞれ、対象音高の基本周波数

に中心周波数をもつ帯域通過フィルタ、 $H_N(z)$ はノッチ周波数をもつノッチフィルタで、次式で与えられる。

$$H_s(z) = (1-\lambda)z^{-1} \frac{-1+\lambda z^{-2}}{1-\lambda\alpha_i z^{-1} + \lambda^2 z^{-2}} \quad (17)$$

$$H_N(z) = \frac{1-\alpha_i z^{-1} + z^{-2}}{1-\lambda\alpha_i z^{-1} + \lambda^2 z^{-2}} \quad (18)$$

ここで、適応係数 α の真値は $2 \cos \omega_i$ (ω は対象音高の基本周波数に相当する)で、その推定値 $\hat{\alpha}_i(n)$ は式(19)に従って更新する。それぞれの音高の基本周波数 ω は $\tan^{-1}(\alpha_i/2)$ から求められる。

$$\hat{\alpha}_i(n+1) = \hat{\alpha}_i(n) - \mu e(n)s(n) \quad (19)$$

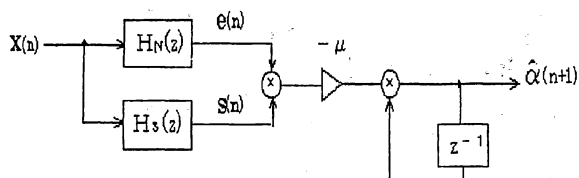


図4. 周波数推定の構成 (p=1)

Fig. 4 Block diagram of frequency estimation in case of p=1

実際には、 $H_s(z)$ と $H_N(z)$ を木状に縦続接続し多周波推定を行う構成を用いて、各楽器の基本音高を調査した。鉦は2から3[kHz]、太鼓は190[Hz]程度であり、笛で演奏されていた信号の定常的な周波数は、表2に示すように約540から1950[Hz]であった。

表2 演奏された信号の周波数(笛)

540	840	860	975	990
1050	1070	1235	1300	1360
1650	1665	1950		

単位: Hz

これらの角周波数を図1 フーリエ係数推定法の ω_i に設定して、各音高の波高値の推定を行った。サウンドボードの制約から、標準化周波数は8[kHz]、16bit量子化してwav形式で録音する。線形位相のLPFで2[kHz]に帯域制限し1/2ダウンサンプリングした後、推定処理を行った。

図5に入力波形を、図6に波高値の推定例を示す。なお、 $\mu=0.01$ 、 $\gamma=0.89$ とした。

これらの推定結果をもとにMIDIファイルの形式に変換し、市販されているソフトウェアを用いて、MIDIファイルから楽譜を作成する。なお、標準の平均律音階の周波数ではないため、ピッチベントを用いてMIDIファイルの周波数情報を変化させている。今後は、音高間の遷移(笛の穴を不完全に押さえるため異なる

周波数が発生する)への対処、閾値の適応化を行う予定である。

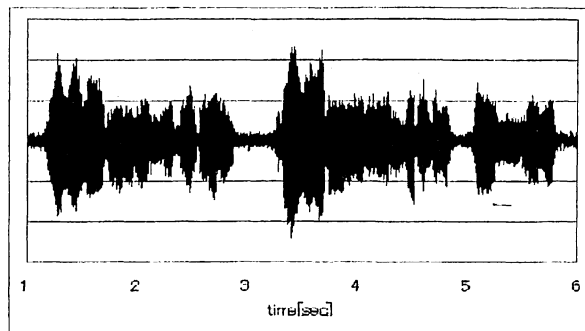


図5. 入力波形

Fig. 5 Input waveform

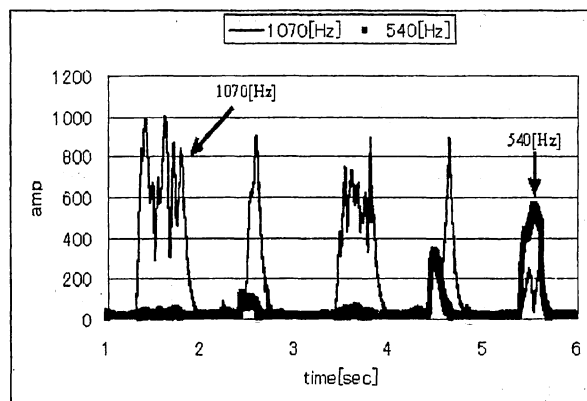


図6. 波高値の推定例

Fig. 6 Estimated values

5. まとめ

本稿では、まず、時変は振幅の正弦的信号に対するフーリエ係数推定法の特性解析を行った。その結果、これまで不明であった μ に関する収束条件を導出することができた。しかしながら、広範囲なシミュレーションと比較すると、ある程度平均2乗誤差の傾向は捉えているものの、解析の精度を上げるためには、 μ の高次の項まで考慮する必要があることが分かった。

また、神楽音の分析を行い、各音高の基本周波数を求め波高値の推定を行い、MIDIファイル化に変換した。今後は、解析の精度向上を図るとともに、音高間の遷移への対処、閾値の適応化を行う予定である。

参考文献:

- [1]S.Osoki, "Neural Network for estimation of harmonic components in power system," IEE Proceeding-C, vol.139, No.2, pp.129-135, Feb., 1992
- [2]Y.Tadokoro and K.Abe, "Notch Fourier transform," IEEE Trans. Acoust., Speech Signal processing, Vol.ASSP-35,no.9,pp.1282-1288,1987
- [3]M.T.Kilani and J.F.Chicharo, "A constrained

notch Fourier transform," IEEE Trans. Signal Processing, Vol.43, no.9, pp.2058-2067,1995

[4]梅本敏孝,青島伸治,"適応技術を用いた採譜に有効な周波数解析,"計測自動制御学会論文集, Vol.28, no.5, pp.619-625,1992

[5]工藤憲昌,田所嘉昭,"ノッチフィルタと適応アルゴリズムによる雑音中の信号に対するフーリエ係数推定法,"信学論(A), Vol.J83-A, no.4, pp.1467-1476, Dec., 2000

[6]工藤憲昌,田所嘉昭,"IIR形BPFとLMSアルゴリズムを用いたフーリエ係数推定法の理論解析とその特性改善,"信学論(A), Vol.J84-A,no.10, pp.1233-1243, Oct., 2001

[7]N.Kudoh Y.Takeuchi and Y.Tadokoro "A new LMS based Fourier analyzer for sinusoidal signals with time-varying amplitude", proceedings of TENCON02, Vol.2, pp.913-916, Oct., 2002

[8]J.F.Chicharo and T.S.Ng, "Gradient based adaptive IIR notch filtering for frequency estimation," IEEE Trans. ASSP, vol.36, no.5, pp.769-777, 1990

付録 $\varepsilon_{ai}(n)$ と $\varepsilon_{bi}(n)$ の差分方程式について

まず, $\varepsilon_{ai}(n)$ についての差分方程式を式(A1)に示す.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ai}(n+1) = & \{(1+r)^2 - \mu(1+r)\} \varepsilon_{ai}(n) + r^2 \varepsilon_{ai}(n-1) \\ & + \{2r(1+r)^2 - 2\mu(1+r) + \frac{\mu^2}{2}\} \sum_{j=1}^n (-r)^j \varepsilon_{ai}(n-j) \\ & + \mu^2 \left\{ \frac{1}{8} \varepsilon_{ai}(n) - \frac{1}{8} \varepsilon_{bi}(n) + \frac{\sigma_\phi^2}{2} + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^p (\varepsilon_{aj}(n) + \varepsilon_{aj}(n)) \right\} \end{aligned} \quad (A1)$$

同様に, $\varepsilon_{bi}(n)$ についての差分方程式を式(A2)に示す.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{bi}(n+1) = & \{(1+r)^2 - \mu(1+r)\} \varepsilon_{bi}(n) + r^2 \varepsilon_{bi}(n-1) \\ & + \{2r(1+r)^2 - 2\mu(1+r) + \frac{\mu^2}{2}\} \sum_{j=1}^n (-r)^j \varepsilon_{bi}(n-j) \\ & + \mu^2 \left\{ \frac{1}{8} \varepsilon_{bi}(n) - \frac{1}{8} \varepsilon_{ai}(n) + \frac{\sigma_\phi^2}{2} + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^p (\varepsilon_{aj}(n) + \varepsilon_{aj}(n)) \right\} \end{aligned} \quad (A2)$$