

多点法による回転振れ測定のための基礎検討

A study on multi-point measurement method for roundness and rotational motion error

○福田 真

○Makoto Fukuda

弘前大学理工学部

Faculty of Science and Technology, Hirosaki University

キーワード：回転振れ(Rotational motion error), 真円度(Roundness), 3点法(Three-point method), 多点法(Multi-point method), 非接触測定(Non-contact measurement)

連絡先：〒036-8561 弘前市文京町3番地 弘前大学 理工学部 福田 真
Tel. & Fax: 0172-39-3678 E-mail: fukuda@cc.hirosaki-u.ac.jp

1. はじめに

ハードディスクや光ディスクの高密度化, 小型化に伴い, 軸受けに要求される回転精度はますます高くなってきている。それとともに, 回転軸の振れ測定の高精度化が強く望まれている。特に近年では, 高い回転精度と検出分解能への要求だけではなく, 高次の回転成分の測定も要求されてきている。

従来, 回転振れを非接触で測定する方法として, 校正した3つの検出器を同時に使用し, 回転軸の形状と回転振れを求める3点法が研究されてきている^{1)~5)}。これは, 3つの検出器の配置を巧妙に選ぶことにより, 回転振れに依存せずに軸形状が検出できるという特徴を利用したもので, まず回転体形状を求め, それに基づいて振れ成分を求めるものである。この方法は, 回転軸形状あるいは回転振れの挙動が単純でフーリエ級数の次数が低い場合には, 非常に高精度で検出できることが報告されている³⁾。しかしながら, 振れに依存しないように配置するがゆえに, 高次のフーリエ成分では, 本質的に信号が取れない次数が出てくる。このため, 将来要求される高次の回転成分に対する測定には不十分である。

そこで, 本研究では, 高次の成分も求めることができる回転振れ測定の実現をねらいに, 多

点で検出する回転振れ測定方法を検討する。多点を複数の検出器で測定する場合, 検出器の校正が大変となる。そこでここでは, 検出器を増やすだけではなく, 3点法の欠点を補完する測定法の検討を行なう。本報では, 主にその原理について述べる。

本論文の構成は, まず, 3点法について概観し, 3点法の特徴を議論する。つぎに, 実際に空気軸受けを用いたスピンドルの測定を行い, その結果について述べる。そして, 本手法の特徴である3点法補完の測定原理を示し, その場合の検出器配置について検討する。さらに, それを実現するための, 装置構成を提案し, 今後の実現性について述べる。

2. 3点法による振れ測定

2.1 3点法の原理および問題点

プローブと被測定物である回転体の配置を図1に示す。図では, 後述の4番目のプローブを記述してある。

まず3つのプローブを用いた場合について検討する。3つの変位プローブを ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 の角度に取り付け, そのほぼ中心に回転体を設置しておく。回転体の回転角を θ , 回転体の中心位置 O_c は $(x(\theta), y(\theta))$ 偏心しているとする。

回転体の形状をフーリエ級数で表す。

$$r(\theta) = r_0 + \sum_{k=1}^N (A_k \cos(k\theta) + B_k \sin(k\theta)) \quad (1)$$

ここで、

r_0 : 回転体の平均半径

$r(\theta)$: 回転体の形状

N : 目標とするフーリエ級数展開成分の最高次数

最高次数に関しては、近年では20次以上が求められるようになってきている。

各プローブでの検出変位を $d_i(\theta)$ で表わすと、次式となる。

$$d_i(\theta) = r(\theta + \phi_i) + x(\theta) \cos \phi_i + y(\theta) \sin \phi_i \quad (2)$$

ここで、 i は各プローブを表わし、 $i = 1, 2, 3$ である。

形状 $r(\theta)$ を求めるために、 w_i を重みとして、重み付け加算 $dr(\theta)$ を次のようにとる。

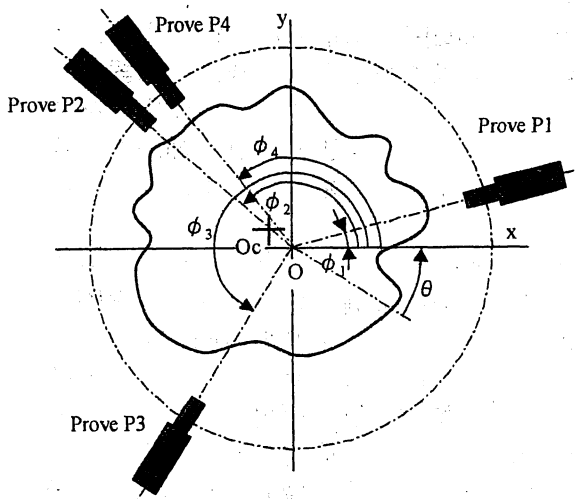


Fig. 1 Position of measured object and probes.

$$dr(\theta) = w_1 r(\theta + \phi_1) + w_2 r(\theta + \phi_2) + w_3 r(\theta + \phi_3) + x(\theta) \{w_1 \cos \phi_1 + w_2 \cos \phi_2 + w_3 \cos \phi_3\} + y(\theta) \{w_1 \sin \phi_1 + w_2 \sin \phi_2 + w_3 \sin \phi_3\} \quad (3)$$

ここで、重み w_i と ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 を次のようにとると、 $x(\theta)$ と $y(\theta)$ に依存せずに $dr(\theta)$ を得ることができる。

$$\begin{aligned} w_1 \cos \phi_1 + w_2 \cos \phi_2 + w_3 \cos \phi_3 &= 0 \\ w_1 \sin \phi_1 + w_2 \sin \phi_2 + w_3 \sin \phi_3 &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$w_1 = 1, \phi_1 = 0$ としても一般性は失われないので、青木¹⁾、原³⁾らは、この条件で検討してい

る。

(4) 式が成り立つと、 $dr(\theta)$ は、 $x(\theta), y(\theta)$ に依存しなくなる。(3) 式と (1) 式より、

$$\begin{aligned} dr(\theta) &= w_1 r(\theta + \phi_1) + w_2 r(\theta + \phi_2) + w_3 r(\theta + \phi_3) \\ &= w_1 \sum \{A_k \cos(k(\theta + \phi_1)) + B_k \sin(k(\theta + \phi_1))\} \\ &\quad + w_2 \sum \{A_k \cos(k(\theta + \phi_2)) + B_k \sin(k(\theta + \phi_2))\} \\ &\quad + w_3 \sum \{A_k \cos(k(\theta + \phi_3)) + B_k \sin(k(\theta + \phi_3))\} \end{aligned} \quad (5)$$

(5) 式を変形して、 α_k, β_k を (6) 式のようにおけば、(5) 式は (7) 式に表わせる。

$$\begin{aligned} w_1 \cos(k\phi_1) + w_2 \cos(k\phi_2) + w_3 \cos(k\phi_3) &:= \alpha_k \\ w_1 \sin(k\phi_1) + w_2 \sin(k\phi_2) + w_3 \sin(k\phi_3) &:= \beta_k \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} dr(\theta) &= \sum \{(A_k \alpha_k - B_k \beta_k) \cos(k\theta) + (B_k \alpha_k + A_k \beta_k) \sin(k\theta)\} \\ &= \sum \{F_k \cos(k\theta) + G_k \sin(k\theta)\} \end{aligned} \quad (7)$$

したがって、3つのプローブの加算値 $dr(\theta)$ のフーリエ係数 F_k, G_k を求め、重み付き係数 α_k, β_k から A_k, B_k を次式で求めることができる。

$$\begin{aligned} A_k &= (\alpha_k F_k + \beta_k G_k) / (\alpha_k^2 + \beta_k^2) \\ B_k &= (-\beta_k F_k + \alpha_k G_k) / (\alpha_k^2 + \beta_k^2) \end{aligned} \quad (8)$$

この A_k, B_k を使い、回転体の形状 $r(\theta)$ を (1) 式で求めることができる。

ここで注意すべきことは、(8) 式においては、係数 α_k と β_k を分母に有しており、 A_k, B_k がこの値により、大きく変化することである。

ここで、倍率 H_k を定義する。

$$H_k = \text{Sqrt}(\alpha_k^2 + \beta_k^2) \quad (9)$$

H_k は (6) 式が成立するように選ぶため、フーリエ級数の高次までを考える場合、0 になる可能性がある。

これにより、振れまわり $x(\theta), y(\theta)$ は次式で求まる。

$$\begin{aligned} x(\theta) &= \frac{-(d_2(\theta) - r(\theta + \phi_2)) \sin \phi_1 + (d_1(\theta) - r(\theta + \phi_1)) \sin \phi_2}{\sin(\phi_1 - \phi_1)} \\ y(\theta) &= \frac{(d_2(\theta) - r(\theta + \phi_2)) \cos \phi_1 - (d_1(\theta) - r(\theta + \phi_1)) \cos \phi_2}{\sin(\phi_1 - \phi_1)} \end{aligned} \quad (10)$$

$x(\theta), y(\theta)$ は、回転体の偏心量で、回転時には軸振れとして現れる。この振れには、回転軸自体の振れと被測定物の取付け誤差とを含むが、両者を分離することはできない。

さらに、 $x(\theta)$ 、 $y(\theta)$ の周波数成分を C_k 、 D_k で表わせば、

$$x(\theta) = \sum (C_k \cos(k\theta) + D_k \sin(k\theta)) \quad (11)$$

で振れの周波数成分を求めることが可能である。以上のステップをまとめると次のようになる。

Table 1 Detection step of 3-point method.

- | | |
|---|--|
| ① | プローブ配置を決め、 ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 を決める |
| ② | (4)式が満たされるように、重み w_1 、 w_2 、 w_3 を決める |
| ③ | (6)式から α_k 、 β_k を算出する |
| ④ | 回転体を測定し、プローブ加算値 $dr(\theta)$ を求める |
| ⑤ | $dr(\theta)$ のフーリエ級数係数 F_k 、 G_k を求める |
| ⑥ | A_k 、 B_k を求める |
| ⑦ | 形状 $r(\theta)$ を求める |
| ⑧ | 検出値 $d_i(\theta)$ と $r(\theta + \phi_i)$ の差から振れ $x(\theta)$ 、 $y(\theta)$ を求める |
| ⑨ | $x(\theta)$ 、 $y(\theta)$ のフーリエ成分分析を行う |

3点法の特徴は次のようである。

① 3つのプローブ配置に対して、回転体の偏心に影響されない重み関数を求めることから、偏心に依存せずに、回転体形状を求めることが可能である。短所として、②プローブ間の較正が必要となる。③高次の成分解析が必要な場合には、倍率が0となる可能性があり、正確に求まらない次数が出てくる。

2. 2 実際の回転軸の測定

本手法で、空気軸受けを用いたスピンドルの回転振れを測定することを試みた。試料は、軸径 $\phi 30$ 、スラスト軸受け、ラジアル軸受け共に、

セラミック製多孔質を用いている(図2)。回転は、ブラシレス DC モータで行い、回転速度はエンコーダの波形により一定に保持している。今回の測定においては、回転数4000rpmとした。

測定では、静電容量型の変位計を用い、各プローブ設定角 ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 を、 0° 、 120° 、 -135° に配置し、直径12.7mmの鋼球を測定した。

図3に、各センサの出力波形と、3つのプローブ出力を加算した波形 $dr(\theta)$ を示す。各プローブの出力は、プローブ間で倍率のずれがあるものの、幅で $1.4\mu\text{m}$ 以下に抑えられている。一方、3プローブ出力の加算値 $dr(\theta)$ は、幅で80nmをきる値となっており、一次成分(偏心に依存す

る成分)がキャンセルされていることが分かる。

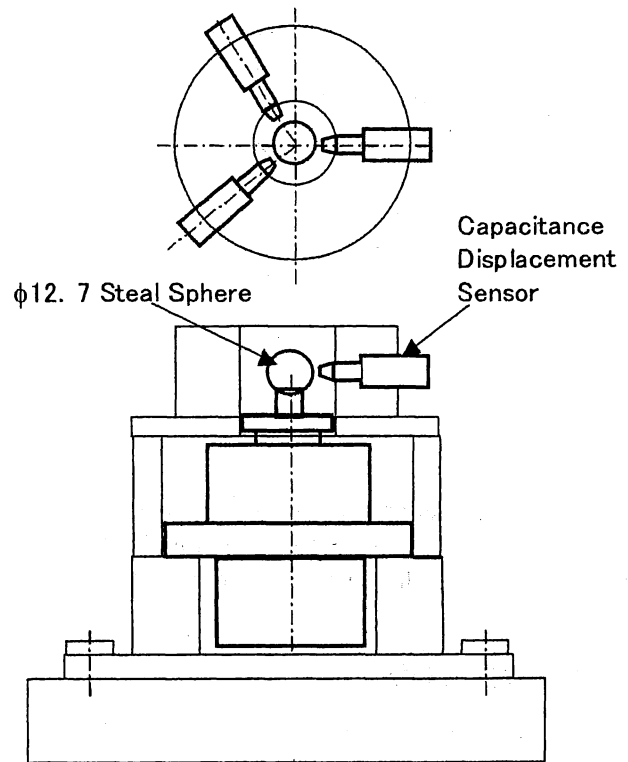


Fig. 2 Measurement set-up for air spindle motor.

この加算値から、回転体の形状を求めたのが図4である。図4の形状には、計算の本質上、1次成分が含まれていない。本手法では(4)式を条件としているためである。1次成分は、回転振れの偏心による成分と回転体設置誤差とを区別できない。回転振れの1次成分は追従可能なため、使用上は問題とならない。また、ここでは、最大次数は25としており、それ以上の次数は含まれていない。

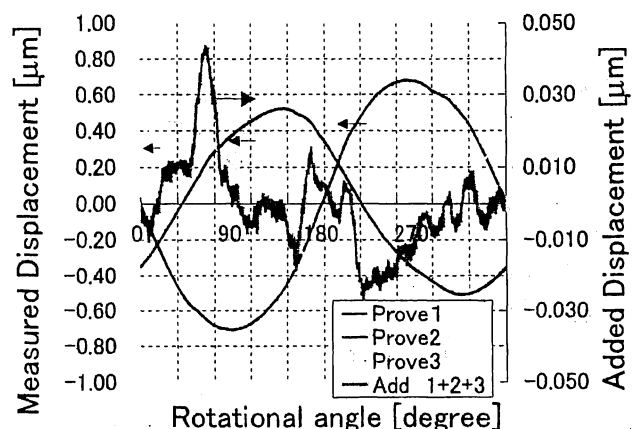


Fig. 3 Detected signals and added displacement.

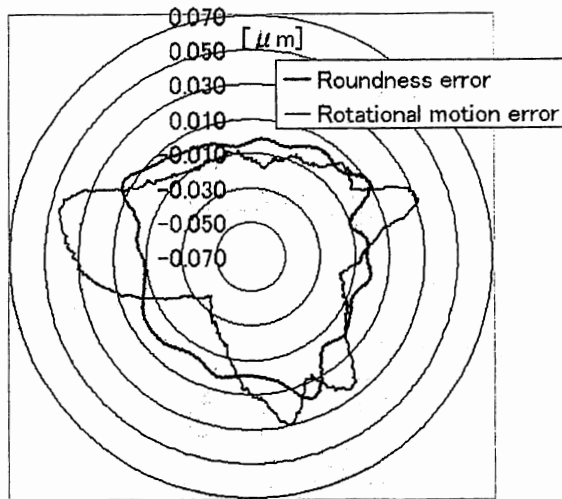


Fig. 4 Roundness of sphere and rotational motion error obtained by 3-point method. Eliminated 1st order of Fourier component.

2. 3 周波数分析

求めた形状と各プローブ毎の測定値とから回転振れを求めた(図4赤色). 求めた鋼球の真円度誤差は、40 nm 以下と予想以上に小さな値であった。一次成分が除去されていることと、高次の成分が除かれているためと考えられる。また、回転振れは、80 nm 以下である。

さらに、回転振れの周波数成分を表示したものを図5に示す。周波数成分は、フーリエ級数展開し、各成分の振幅値として表わしている。図から分かるように、3次の成分が顕著である。3次をピークに次第に小さくなっていくことが分かる。

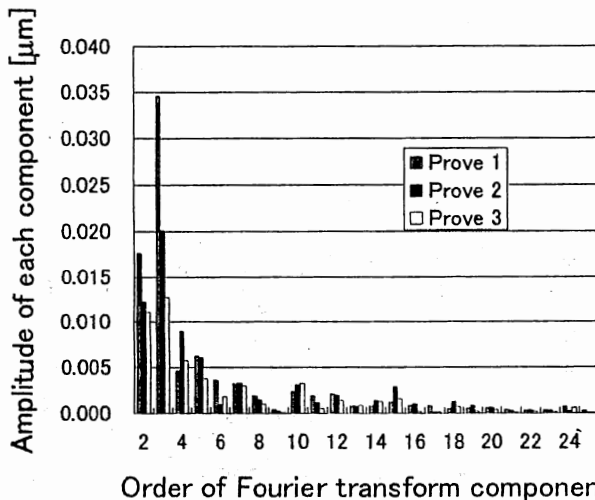


Fig. 5 Amplitude of rotational motion error for each Fourier component.

3. 倍率変化

形状のフーリエ級数係数 A_k , B_k は(8)式で求まるが、その値は、 α_k , β_k に依存する。今回の測定(プローブ角度, 0° , 120° , -135°)に対し、先に定義した倍率 H_k を、図6にプロットした。この倍率が0となるか、小さくなると、求めるフーリエ級数係数の誤差が大きくなる。図で、 $k=1, 23$ および 25 で0となっている。第1次が0となるのは、重み w_1 , w_2 , w_3 を(4)式を満たすように計算しているためである。23次と25次が0になるのは今回のプローブ角度による。今回の(8)式による形状の算出においては、23次および25次の成分を0としている。

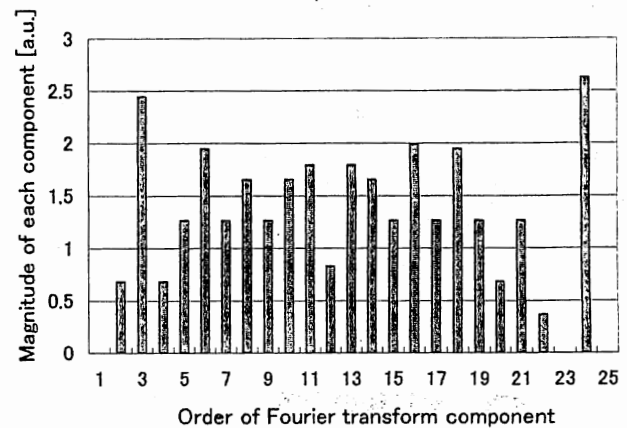


Fig. 6 Magnitude H_k for prove angle (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) = (0, 120, -135) degree.

プローブ角度を変化させたときの倍率変化を調べた。計算は次のステップで行なった。

- ① プローブ角度を与える。
- ② (4)式を満たす重み関数を求める。
- ③ (6)式を満たす α_k , β_k を求める。
- ④ 倍率 H_k を求める。

ステップ③において、 k を整数とせず連続な変数として計算することにより、倍率 H_k の変化分を見ることが可能である。

今回のプローブ位置に対する計算結果を図7に示す。

図で、 $k=12$ で節(変化が少ない領域)を持ち、周辺で振幅が大きく変化する様子がわかる。また、 $k=23, 25$ で倍率は0となることが分かる。

プローブ角度を変えた場合の倍率変化を計算

したのが図8である。プローブ角度は、第二のプローブ角度 ϕ_2 のみを変化させ、第1と第3の角度(ϕ_1 と ϕ_3)は一定とした。一例として、 0° , 110° , -135° とした計算結果である。

$\phi=110^\circ$ の場合、節が $k=8$ と22に現れ、図7と異なり、 $k=14$ で、振幅変化が大きくなる。一方、 $\phi_2=120^\circ$ の場合に0となっていた $k=23$, $k=25$ では0となることがなく、23次、24次の値は共に1.35である。逆に、 $k=12, 14, 15$ では振幅変化が大きく、倍率も小さくなる。

以上のことから、倍率が0になるという3点法の問題は、次のように解決できる可能性がある。

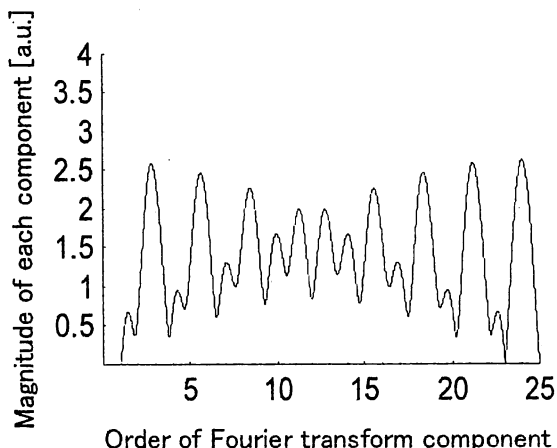


Fig. 7 Calculated Magnitude H_k for prove angle $(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = (0, 120, -135)$ degrees.

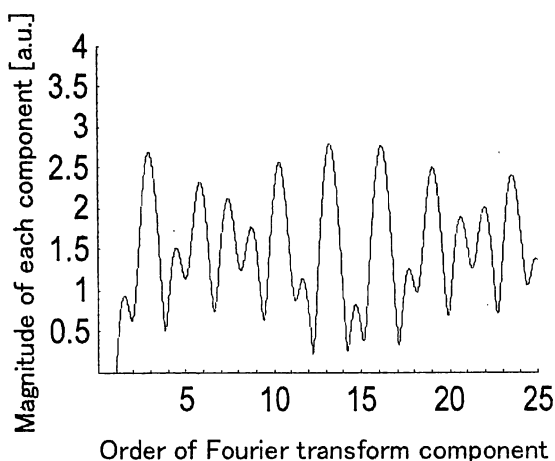


Fig. 8 Calculated Magnitude H_k for prove angle $(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = (0, 120, -135)$ degrees.

まず、3点法で3つのプローブ角度を決定し、回転体形状の各次数の成分を求める。つぎに、

そのうちの1つのプローブ角度を別の角度に移動させ、新たな3点で測定し、回転体形状の各次数の成分を求める。両者の成分の倍率の大きい方の値を形状成分として採用し、その値から形状を算出する。つまり、3点法を複数回行なうことにより、問題となっていた倍率0の成分を補完する方法である。

本測定方法は、複数のプローブを用いる多点法の一つではあるが、3点法を2重化した方法といえる。

4. 本手法を実現する手段

本手法を、実現するプローブ配置を図1に示している。通常の3点法の配置として、プローブ角度、 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 を設定する。本方法では、第4のプローブ ϕ_4 を設ける。形状の周波数成分を ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 で求め、次に、 ϕ_1, ϕ_4, ϕ_3 で求める。第4のプローブの設定角度は、倍率 H_k を計算し、両者の倍率が、補完しあう角度とする。本報告では、 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ を $0^\circ, 120^\circ, -135^\circ, 110^\circ$ とした。

図1では、4本のプローブを同時に配置した図を示しているが、一本のプローブを回転させることにより、多点で検出したと同等の検出効果を得る検出方法が可能である。

4本のプローブを空間的に同時に配置する方法では、装置が複雑になることと、4つのプローブの特性を予め較正しておく必要があるなどの課題がある。一方、1つのプローブと回転機構による方法では、回転中心を通る位置にプローブ中心を設置する必要があること、プローブ回転機構の回転精度を十分高くする必要があるなどの課題が考えられる。

6. まとめ

高次成分も求められる回転振れ測定方法の実現をねらいに、多点で測定する回転振れ測定方法を検討した。得られた結果は次の通り。

1. これまでの3点法を重み関数の観点から整理し、フーリエ級数係数を求める際の倍率 H_k が重要な要素であることを示した。
2. 3点法により、空気軸受けスピンドルの回転振れの測定を試みた。4000rpmにおいて、2次から25次までの鋼球の形状誤差40nm以下、回転振れ80nm以下を得た。周波数成分を分析した結果、3次

成分が大きいことが明らかとなった。

- 3) 倍率 H_k のフーリエ級数成分はプローブ設定角度により異なることから、3点法を2重化することにより倍率が0となることを補完できることを明らかにした。

今後は、実測により本手法の妥当性を明かにしていく。また、可動プローブによる測定の検討を行い、高次成分も求められる非接触の回転振れ測定を実現していく。

参考文献

- 1) 青木保雄, 大園成夫: 3点法真円度測定法の一展開, 精密機械, Vol. 32, No. 12, 1966,
- 2) 奥山栄樹, 守時一, 3点法による真円度形状測定と軸の回転精度測定に関する一考察, 精密工学会誌, Vol. 65, No. 9, 1999
- 3) 原外満, 滑川徹, 松村文夫: 3点法による真円度測定における高次成分算出の試行, 日本機械学会論文集 (C編) Vol. 62, No. 604(1996-12)
- 4) 高 偉, 野村忠俊, 清野慧, ソフトウェアデータムによる真円度測定に関する研究: 混合法と3点法によるシミュレーションによる比較, 精密工学会誌, Vol. 60, No. 1, 106-110, 1994
- 5) 小倉一朗, 岡崎裕一, 多点法による工作機械回転主軸のアキシャルおよびアンギュラモーションエラーの精度測定に関する研究, 精密工学会誌, Vol. 67, No. 7, 1120-1124, 2001