計測自動制御学会東北支部 第223回研究集会 (2005.7.27)
資料番号 223-3

ロボットマニピュレータの機構・動力学パラメータと制御系の同時設計

A Simultaneous Design Method of Mechanical/Dynamical Parameters and a Control System for Robot Manipulators

○ 小笠原　伸二*，平元　和彦*，土岐　仁*

Shinji Ogasawara*，Kazuhiko Hiramoto*，Hitoshi Doki*

＊秋田大学

＊Akita University

キーワード： 線形行列不等式（Linear Matrix Inequality）, 操作力楕円体（Manipulating-Force Ellipsoid）, 機構設計（Mechanical design）, 構造系と制御系の同時最適設計（Simultaneous Optimization of Structural and Control Systems）, ゲインスケジューリング制御（Gain-Scheduling Control）

連絡先： 〒010-8502 秋田市手形学園町1番1号　秋田大学工学資源学部機械工学科平元研究室　小笠原　伸二,
Tel.: (018)889-2972, Fax.: (018)837-0405, E-mail:oga@mech.akita-u.ac.jp

1.　緒言

ロボットマニピュレータは，産業等の幅広い分野で使われている．ロボットマニピュレータやそのコントローラを設計する際には，定量的な性能評価指標が必要になる．性能評価を考えた場合，評価方法は大別して静的評価と動的評価の二つになる．

静的評価の代表である機構評価は，性能評価において最も基本的で重要なものである．現在までに，マニピュレータの（主として静的な）操作性の良否を表す代表的な指標として，可操作性楕円体と操作力楕円体[1]が提案されている．可操作性楕円体と操作力楕円体は，それぞれロボットマニピュレータの動かしやすさと力の出しやすさを定量的に評価することができる．また，可操作性楕円体と操作力楕円体は，それぞれヤコビ行列の特異値とその逆数を主軸に持つ楕円体である．この性質を利用し，機構系の評価指標として可操作性楕円体の体積が大きければ操作性がよく，小さければ操作性が悪いと考えた評価指標である可操作度[2]が提案されている．また，ヤコビ行列が正方行列になる場合，ヤコビ行列の行列式と可操作性楕円体の体積が比例することから，ヤコビ行列の行列式を指標とした評価指標[3]も提案されている．このような評価指標に基づいて機構の最適化を実際に行った研究としては，ヤコビ行列式を指標とした内山，清水らの研究[3]や精密はめ合い作業の作業の達成条件から得られる許容関節角度誤差に基づいて，その作業に適したマニピュレータを求めた甲斐，原等の研究[4]がある．これらの研究において，評価指標を最適値にするための機構設計法としては，設計する機構の全ての組み合わせに

ついて，評価指標を計算する手法が使われている．将来的にロボットマニピュレータはさらに複雑になり，より多自由度のものになると考えられ，それらのマニピュレータの機構設計に対して従来手法では計算量が膨大となる．

本研究では，機構設計をLMI（Linear Matrix Inequality : 線形行列不等式）によって行うことを考える．LMIに基づく設計法は，制御理論においてフィードバックコントローラの設計法として確立された手法であり，その計算を行うためのツールも入手可能である．本研究では，シリアルリンクマニピュレータやパラレルリンクマニピュレータの一部において，ヤコビ行列がリンク長さの線形関数となることに注目する．このとき，機構評価において重要な要素であるヤコビ行列の最大特異値を最小化する問題は，マニピュレータのリンク長さに関するLMI問題に帰着される．よって，リンク長さの初期値に依存せず，大域的に最適なリンク長さの組み合わせを，すべてのリンク長さの組み合わせに対して評価指標を計算することなく，効率よく求めることが可能となる．このような大域的最適解が簡単に求められる機構最適化の枠組みは今まで研究されておらず，LMIによる機構設計法は，機構最適化の研究分野において，新しいアプローチである．

前述した静的な機構最適化の一方，マニピュレータが高速で作業する場合，その動力学的特性が問題となる．一般に，マニピュレータに与えられた動的なタスクを達成するためには，フィードバック制御則が適用されている．しかし，マニピュレータは姿勢によってその動特性は大きく変動する．このようなシステムに対する制御手法は，大別してロバスト制御法とゲインスケジューリング制御法に分けられる．前者のロバスト制御法は制御対象の変動に対して，あらかじめ制御対象の変動を予測し，その変動内であれば，制御できるコントローラを設計する手法である．また，後者のゲインスケジューリング制御法は制御対象の検出可能な変動に対して，コントローラも随時変化させて制御する手法である．近年，ゲインスケジューリング制御法では，制御対象がスケジューリングパラメータを持つ，LPV（Linear Parameter Varying : 線形パラメータ依存）システムとしてとらえる手法が研究されており，LMIに基づくゲインスケジューリング制御手法が提案されている．

制御の分野では，制御性能をより向上させるために，制御対象中の機構系パラメータ等の調整可能なパラメータを調整し，同時に設計することを考えた同時最適設計問題[5)6)]に関する研究がある．本研究では同時最適設計問題を「外乱から制御量までの閉ループシステムのノルムを最小とするような機構系設計変数とコントローラを求めよ」と定式化する．現在までに行われている研究の多くは，LTI（Linear Time Invariant: 線形時不変）システムに対して，H_∞コントローラやH_2コントローラのような固定コントローラを用いたものであり，ゲインスケジューリングコントローラによる制御を前提として同時最適設計を行った例はない．

本研究では，前述したように静的評価が最適となるリンク長さの組み合わせを，LMIを用いて求める設計法を提案すると同時に，LMIに基づくゲインスケジューリング制御系設計手法を用いて，リンク質量などの設計パラメータと制御系を，動的な特性を考えた制御系評価指標によって同時に最適化する．

本論文の構成を以下に示す．第2章では評価指標とLMIによる設計法について説明し，第3章ではコントローラ設計の手法について述べる．第4章では同時最適設計について述べ，第5章では2リンクマニピュレータを対象としたシミュレーションを行い，その結果について考察する．第6章で結言を述べる．

2. 評価指標とLMIによる設計法

2.1 ヤコビ行列

本節では，本報告で機構の静的評価に用いられる操作力楕円体を得るために必要なヤコビ行列について述べる．ヤコビ行列とはロボットマニピュレータの手先効果器速度と関節角速度を関連付ける行列である．関節変位ベクトル$q \in R^n$と手先効果器位置ベクトル$r \in R^m$の関係が次式のように与えられたとする．

$$r = f(q) \tag{1}$$

ここで，fは関節変位ベクトルqと手先効果器位置ベクトルrを関連付ける関数である．式(1)の両辺を時間に関して微分すると次式のようになる．

$$\dot{r} = \frac{d}{dt}f(q) = \frac{\partial f(q)}{\partial q^T}\dot{q} \equiv J(q)\dot{q} \tag{2}$$

行列$J(q) \in R^{m\times n}$をヤコビ行列と呼ぶ．本研究で取り扱うヤコビ行列は，ロボットマニピュレータのリンク寸法の線形関数になると仮定する．この仮定は，全てのシリアルリンクマニピュレータおよびパラレルリンクマニピュレータの一部において成立する．

2.2 操作力楕円体

ヤコビ行列Jに対し，特異値分解を行うことにより得られる操作力楕円体について説明する．式(2)のヤコビ行列Jの特異値分解は，次式のように与えられる．

$$J = U\Sigma V^T \tag{3}$$

行列UおよびVは，それぞれ$m\times m$および$n\times n$の直交行列であり，Σは

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 & \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ 0 & \dots & \sigma_m & \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\sigma_1 \geqq \sigma_2 \geqq \cdots \geqq \sigma_m \geqq 0 \tag{5}$$

で与えられる．σ_1，σ_2，... ，σ_mはJの特異値であり，行列JJ^Tの固有値λ_i $(i = 1, \dots, m)$を大きいものから順に並べたものの平方根である．あるマニピュレータの姿勢におけるヤコビ行列の特異値分解の結果から，操作力楕円体を定義することが出来る．操作力楕円体の主軸は，行列Uの第i列ベクトルをu_iで表せば，$u_1/\sigma_1, u_2/\sigma_2, \dots, u_m/\sigma_m$で与えられる．操作力楕円体の主軸の大きさは，ヤコビ行列の特異値の逆数で与えられる．つまり，ヤコビ行列の特異値が大きいほど，手先効果器での操作力が発生しにくいという物理的な意味がある．これによりヤコビ行列の特異値，特にその最大特異値と最小特異値の値は，物理的にマニピュレータが発生し得る最小操作力と最大操作力を表しており，機構評価の指標を構成する重要な要素であることがわかる．

2.3 評価指標

本節では，操作力楕円体に注目し，マニピュレータの操作力が最小となる方向の操作力を最大化する問題を考える．この問題は，前述した操作力楕円体の主軸がヤコビ行列の特異値の逆数として与えられるという性質から，ヤコビ行列の最大特異値を最小化する問題になる．ここで，評価指標$S > 0$を定義し，次式のマニピュレータのリンク寸法に関するLMIを考える．

$$\begin{bmatrix} SI & J \\ J^T & I \end{bmatrix} > 0 \tag{6}$$

ここでIは単位行列である．式(6)においてSを最小化する問題は，マニピュレータの操作力が最小となっている方向の操作力を最大化する問題と等価になる．このLMIを解くことによって，ヤコビ行列の最大特異値を最小化する最適なリンク寸法の組み合わせを求めることができる．

2.4 作業領域を考慮した評価指標

前節までは，マニピュレータの関節変位は固定され，ヤコビ行列の特異値に基づくリンク寸法の最適設計法を提案している．これは，ある単一の姿勢について操作性を最適化する機構設計法である．本節では，マニピュレータの取りうる全ての姿勢に対する評価を考える事により，手先効果器が通るある作業領域に関して最適な機構を求めることを考える．マニピュレータの取りうる全ての作業領域を考えるためには，2.3節の評価指標を考えうる全ての姿勢に対して拡張すればよい．ここで注意するべきことは，リンク寸法の変化によって作業領域が変化することである．しかし，リンク寸法に制限を与えることによって，必ず手先効果器が通る作業領域を定義することはできる．ロボットマニピュレータが取りうる全ての姿勢を考えるために，それぞれの姿勢でのヤコビ行列を$J_i(i=1,\dots,N)$とする．この時，次のような評価指標を考えることが出来る．

$$\begin{bmatrix} S_i I & J_i \\ J_i^T & I \end{bmatrix} > 0(i=1,\dots,N) \tag{7}$$

$$S_i < M_k(i=1,\dots,N) \tag{8}$$

ここで$W_{ki}>0$はそれぞれの姿勢に関する重みであり，M_kはヤコビ行列の最大特異値に対する制限である．上式においてN個のLMIを連立させ評価指標として

$$S_k = \sum_{i=1}^{N} W_{ki} S_i \tag{9}$$

を考える．S_kを最小化する問題を解くことにより，それぞれの姿勢の操作力楕円体の最短軸を個別に最大化する問題となる．また，Sに対して式(9)のように制限を与えることによって，全ての姿勢に対して最低限の操作力を保証した評価指標となる．重み及び最大特異値に対する制限は設計者が任意に決めることのできるパラメータである．

また，評価指標S_kの派生的なものとして，以下のような二つの評価指標を考えることが出来る．

指標S_m:式(8)において，制限M_kを無限大としたもの．この評価指標は最低操作力を保証しないが，個別評価の自由度が上がり，評価S_kが最小となるリンク長さを求めることができる．

指標S_o:式(7)~(9)において，制限M_kを無限大とし，$S_i(i=1,\dots,N)=S_0$としたもの．この評価指標は全ての姿勢の中で操作力楕円体の最短軸が最小となる部分を最大化する問題となる．

3. コントローラ設計

3.1 ゲインスケジューリング制御器設計

本研究では，動的制御を行うための制御則としてApkarian and Adams[7]のゲインスケジュールド制御器設計手法を用いることを考える．この手法は，制御対象の状態空間表現が，スケジューリングパラメータの1次関数とは限らない一般の場合にも，有効な手法である．以下本節では，その手法の説明をする．

一般化プラントが次のように表現されるとする．

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\alpha)x + B_1(\alpha)\omega + B_2(\alpha)u \\ z &= C_1(\alpha)x + D_{11}(\alpha)\omega + D_{12}(\alpha)u \\ y &= C_2(\alpha)x + D_{21}(\alpha)\omega \end{aligned} \tag{10}$$

$x\in R^{nx}, w\in R^{nw}, u\in R^{nu}, z\in R^{nz}, y\in R^{ny}$はそれぞれ状態，外乱，制御入力，被制御出力，観測出力ベクトルである．また，$\alpha := [\alpha_1,\dots,\alpha_L]^T$はスケジューリングパラメータである．上記のようなプラントに対して，以下のような仮定をする．

各時変パラメータαは，それぞれ，

$$\alpha_i(t) \in [\underline{\alpha}_i, \overline{\alpha}_i], \forall t \geqq 0 \tag{11}$$

とスケジューリングパラメータの上限と下限が既知であるものとし，α_iに対して，その時間に対する1階微分$\dot{\alpha}_i$は

$$\dot{\alpha}_i(t) \in [\underline{\nu}_i, \overline{\nu}_i] \tag{12}$$

のようにその上下限が既知であるとする．

このとき，ゲインスケジューリングフィードバック制御器Kとして

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_K &= A_K(\alpha,\dot{\alpha})x_K + B_K(\alpha,\dot{\alpha})y \\
u &= C_K(\alpha,\dot{\alpha})x_K + D_K(\alpha,\dot{\alpha})y
\end{aligned} \tag{13}
$$

の形のものを考える．ここで，ここで$x_k \in R^{nk}$は制御器の状態ベクトルである．この制御器は，外乱に対する制御性能を表すある値γを用いて

$$
\int_0^T z^T z d\zeta \leqq \gamma^2 \int_0^T \omega^T \omega d\zeta, \forall T \geqq 0 \tag{14}
$$

を満たす.

γを最小化するような制御器は以下の定理に基づいて求めることが出来る．

[**定理**]内部安定性を保ち，式(14)を満たすような，式(12),(13)の形の制御器が存在したとする．このとき，任意の$(\alpha,\dot{\alpha})$の組について，これに依存した行列値関数$\hat{A}_K,\hat{B}_K,\hat{C}_K,D_K$および対称行列値の関数$(X,Y)$が存在し，次式が成立する．

$$
\begin{bmatrix}
\Xi_{11} & \Xi_{21}^T & \Xi_{31}^T & \Xi_{41}^T \\
\Xi_{21} & \Xi_{22} & \Xi_{32}^T & \Xi_{42}^T \\
\Xi_{31} & \Xi_{32} & \Xi_{33} & \Xi_{43}^T \\
\Xi_{41} & \Xi_{42} & \Xi_{43} & \Xi_{44}
\end{bmatrix} < 0 \tag{15}
$$

$$
\begin{bmatrix}
X & I \\
I & Y
\end{bmatrix} > 0 \tag{16}
$$

ただしここで

$$
\begin{aligned}
&\Xi_{11} = \dot{X} + XA + \hat{B}_K C_2 + (XA + \hat{B}_K C_2)^T \\
&\Xi_{21} = \hat{A}_K^T + A + B_2 D_K C_2 \\
&\Xi_{22} = -\dot{Y} + AY + B_2\hat{C}_K + (AY + B_2\hat{C}_K)^T \\
&\Xi_{31} = (XB_1 + \hat{B}_K D_{21})^T \\
&\Xi_{32} = (B_1 + B_2 D_K D_{21})^T, \Xi_{33} = -\gamma I \\
&\Xi_{41} = C_1 + D_{12} D_K C_2, \Xi_{42} = C_1 Y + D_{12}\hat{C}_K \\
&\Xi_{43} = D_{11} + D_{12} D_K D_{21}, \Xi_{44} = -\gamma I
\end{aligned}
$$

である．

このことから，逆に式(15),(16)を満たす$\hat{A}_K$,$\hat{B}_K$,$\hat{C}_K$,D_Kおよび(X,Y)が存在するとき，以下の手順により，条件を満たす制御器を計算することが出来る．

次式を満足するようなN,Mを求める．

$$
I - XY = NM^T \tag{17}
$$

求めたN,Mを用いて，

$$
\begin{aligned}
&A_K = N^{-1}(X\dot{Y} + N\dot{M}^T + \hat{A}_K - X(A \\
&-B_2 D_K C_2)Y - \hat{B}_K C_2 Y - XB_2\hat{C}_K)M^{-T} \\
&B_K = N^{-1}(\hat{B}_K - XB_2 D_K) \\
&C_K = (\hat{C}_K - D_K C_2 Y)M^{-T}
\end{aligned} \tag{18}
$$

を計算する．

以上の結果により，γを最小にするような，αについての関数X,Yおよび$\hat{A}_K$,$\hat{B}_K$,$\hat{C}_K$,D_Kを見つけることによって，制御器を設計することが可能となる．しかし，X,Yおよび$\hat{A}_K$,$\hat{B}_K$,$\hat{C}_K$,D_Kは，αについての，どのような関数になっているかは一般的には分らない．すなわち，この関数を求めることは，特殊な場合を除いて，無限次元の問題を解くことと等価になる．したがって，何らかの方法で近似する必要がある．この問題を解決するために，以下に示す2つの問題緩和を用いて，解きやすい形にすることにする．

一つめは，X,Yおよび$\hat{A}_K,\hat{B}_K,\hat{C}_K,D_K$のクラスを限定することである．具体的には，以下の通りである．

制御対象の一般化プラントをαについて微分可能な関数を用いて次式のように表す.

$$
\hat{A}_K(\alpha) := \hat{A}_{K,0} + \sum_{i=1}^N \rho_i(\alpha)\hat{A}_{K,i} \tag{19}
$$

$$
\hat{B}_K(\alpha) := \hat{B}_{K,0} + \sum_{i=1}^N \rho_i(\alpha)\hat{B}_{K,i} \tag{20}
$$

$$
\hat{C}_K(\alpha) := \hat{C}_{K,0} + \sum_{i=1}^N \rho_i(\alpha)\hat{C}_{K,i} \tag{21}
$$

$$
D_K(\alpha) := D_{K,0} + \sum_{i=1}^N \rho_i(\alpha)D_{K,i} \tag{22}
$$

$$
X(\alpha) := X_0 + \sum_{i=1}^N \rho_i(\alpha)X_i \tag{23}
$$

$$Y(\alpha) := Y_0 + \sum_{i=1}^{N} \rho_i(\alpha) Y_i \tag{24}$$

これにより，関数形を制限することが出来る．二つ目はαおよび$\dot{\alpha}$の全範囲について解かずに，$\dot{\alpha}$の端点のみをとって，必要条件の形で制御器を求めることである．ここで$\dot{\alpha}$についての端点の集合をTdとする．すなわち，

$$Td := \{(\zeta_1, \ldots, \zeta_L)^T : \zeta_i \in \{\underline{\nu}_i, \overline{\nu}_i\}\} \tag{25}$$

と定義する．αについての格子点集合gを次式のように与える．

$$g := \{(\alpha_1, \ldots, \alpha_{nc})^T : \alpha_i \in R^{mc}\} \tag{26}$$

この時，直積集合$g \times Td$上の点について，式(15),(16)を満たすかどうか調べる．このことにより，必要条件の形ではあるものの，求めるべき問題は，有限個の連立線形行列不等式に帰着することが出来る．

4.　同時最適設計

4.1　問題設定

第2章で提案したLMIによる機構設計法を用いて，静的な機構評価指標が最適となるリンク長さの組み合わせを求める．第3章で設計法を示したゲインスケジューリングコントローラに対して，動的な特性を考えた制御系評価指標が最適になるように，リンク断面積を機構パラメータとした機構・制御系の同時最適設計を行う．この時リンク長さは静的な機構評価指標が最適となるリンク長さを用いることとする．これにより，静的な機構評価の保証された機構・制御系の最適設計を行うことになる．

4.2　反復LMI近似[8)]

前節において機構・制御系の設計パラメータを同時最適設計する場合には，設計パラメータが同時最適設計において用いる行列不等式の線形関数にならない場合が多い．そこで，Hiramoto and Grigoriadis[8)]の反復LMI近似の手法を用いることを考える．以下に手法の説明をする．

ここで，一般的な行列不等式の解き方を簡単に説明するために次のような行列不等式を仮定する．

$$\Psi(s)R > 0 \tag{27}$$

ここで$s = [s_1, \ldots, s_n]$は，n次元の設計パラメータベクトルで，マニピュレータのリンク長さや質量等である．また，Rは評価指標であり，小さければ小さいほど良いと仮定する．Rは，コントローラ設計に用いる式(15)，(16)においてはγにあたる．この時，設計パラメータベクトルが微小変化した場合を考えると，$\Psi(s)$は，$\Psi(s+\Delta s)$となる．$\Psi(s+\Delta s)$を次式のように近似する．

$$\Psi(s+\Delta s) \cong \Psi(s) + \sum_{j=1}^{n} \Delta s_j \frac{\partial \Psi(s)}{\partial s_j} \tag{28}$$

Δs_jは，設計パラメータベクトルのそれぞれの要素の微小変化であり，設計者が任意に設計できる値とする．この値を十分に小さくした場合には，式(28)の一次近似は妥当である．

また，微小変化の大きさを制限するために，次のようなノルム制約を与える．

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_n \|*\| I & \Delta * \\ (\Delta *)^T & \varepsilon_n \|*\| I \end{bmatrix} > 0 \tag{29}$$

ここで$*$は設計パラメータやコントローラのパラメータを表している．

次に設計パラメータベクトルが，微小に変化した場合の，式(27)の行列不等式を考える．Ψの微小変化に伴い，Rは$R + \Delta R$と微小変化すると考えることができる．この時，式(28)の一次近似を用い，行列不等式の設計パラメータベクトルが，微小変化した場合の行列不等式を考えると，Δ付の変数に関する高次の項が表れる．本手法では，行列不等式においてΔを変数と考える．このため，高次の項が存在した場合には，LMI問題とならない．

しかし，Δsが十分に小さいことから，Δの高次の項は無視するができる．これにより，Δの二次以上の項を無視した行列不等式は，次式のように表現することができる．

$$\Psi R+\Delta\Psi R+\Psi\Delta R>0 \tag{30}$$

上式を用いて最適な設計パラメータを求めるために，次のアルゴリズムを実行する．

Step 1:式(30)のLMIを解き，評価指標Rの微小変化ΔRを最大化するΔsを求める．

Step 2: Step 1によって得られたΔsを元の設計パラメータsに加え，それを用いて式(27)を再び解き，評価指標Rの減少を確認する．

Step 3: Step 2において評価指標Rが減少していない場合には，式(29)のε_nを変化させて，Step 1に戻る．評価指標Rが減少している場合には，Δsを元の設計パラメータsに加えた設計パラメータを元の設計パラメータとし，Step 1に戻る．

上記のアルゴリズムを設計パラメータsが収束するまで繰り返すことにより，最適な設計パラメータを求めることができる．

5.　シミュレーション結果と考察

5.1　設計対象

本研究では，Fig.1に示されるような2リンクマニピュレータを対象として，前節までに提案した静的な機構評価指標と動的な特性を考えた制御系評価指標が最適となる機構・制御系の最適設計を行う．また，2リンクマニピュレータの状態方程式は平衡状態まわりで近似し，次式のように与えられるとする．

$$\begin{aligned}\dot{x}_p(t)&=A_px_p(t)+B_pu(t)\\ y_p(t)&=C_px_p(t)\end{aligned} \tag{31}$$

$$A_p\in R^{4\times4},B_p\in R^{2\times4},C_p=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix}$$
$$x_p=\begin{bmatrix}\theta_1&\theta_2&\dot{\theta}_1&\dot{\theta}_2\end{bmatrix}^T,y_p=\begin{bmatrix}\theta_1&\theta_2\end{bmatrix}^T$$

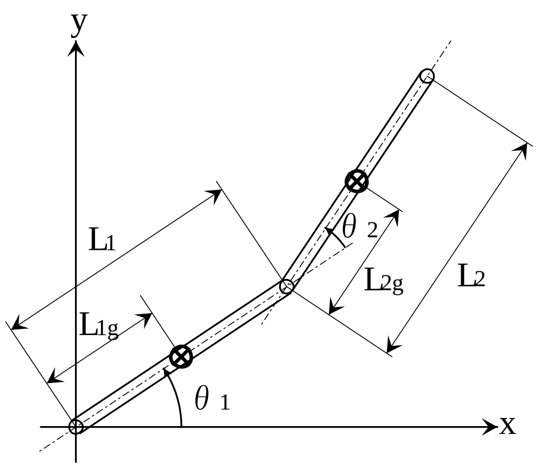

Fig. 1　2 link manipulators

ただしここで，y軸の負の方向に重力が働き，$L_{1g}=1/2L_1,L_{2g}=1/2L_2$とする．また，各関節にかかる粘性摩擦係数は$D_1,D_2$とする．

5.2　LMIによる機構設計

Fig.1の2リンクマニピュレータのヤコビ行列Jを用いて提案した評価指標を最小化する最適なリンク寸法を求める．この時以下のような条件を与えることとする．

- マニピュレータの全姿勢を考えるために関節角度θ_2を$-\pi\sim\pi$まで0.1刻みで変化させ，その時々のJ_iを用いる．ヤコビ行列の特異値はθ_2にのみ依存しており，θ_1に依存しない．このことから，θ_1は任意の定数とする．
- L_1,L_2はそれぞれが最小値が0.3[m]，最大値が1.2[m]とする．
- L_1,L_2の和をLとし，L =1.5[m]とする．
- 式(9)におけるW_{ki}を全て1とし，M_k =2.5とする．

この時，指標S_kが最小となる最適なリンク長さはL_1=0.9990[m]となる．Fig.2にL_1=0.75[m]とした場合とL_1=0.9990[m]とした場合の関節角度(θ_2)に対するヤコビ行列の最大特異値を示す.

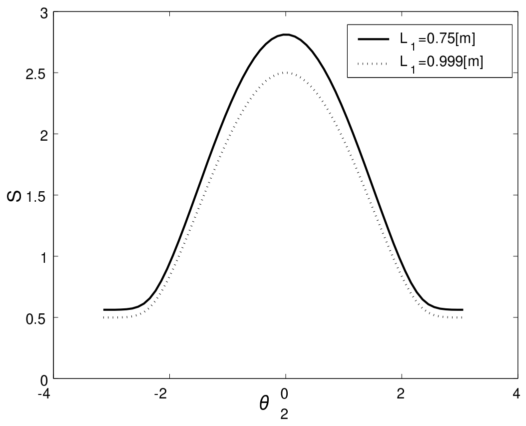

Fig. 2　S and joint angle (θ_2)

これにより，全ての姿勢で評価Sの最大値がM_k以下に抑えられていることがわかる．また全体的にL_1=0.75[m]とした場合よりもL_1=0.9990[m]としたほうが，評価Sの値が小さいことがわかる．

5.3　コントローラ設計

本節では第3章で説明した手法を用いてゲインスケジューリングコントローラを設計する．

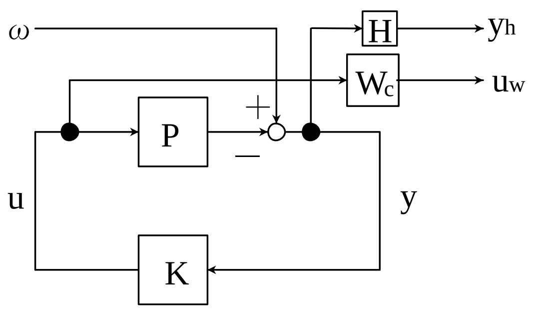

Fig. 3　block diagram

Fig.3に示す一般化プラントを考える．ここで周波数重み関数$H(s)$は積分重みの近似とし，次式で表す.

$$H(s) = \frac{1}{s+\varepsilon} I \tag{32}$$

ここで，εは微小な正数である．(32)式の状態空間表現を次式とする．

$$\begin{cases} \dot{x}_h(t) = A_h x_h + u_h \\ y_h = x_h \end{cases} \tag{33}$$

ここで

$$A_h = -\varepsilon I, u_h = y_p$$

となる．

(31)式，(33)式から，状態ベクトル$x(t) = \begin{bmatrix} x_p(t) & x_h \end{bmatrix}^T$および出力ベクトル$z(t) = \begin{bmatrix} y_h(t) & u_w(t) \end{bmatrix}^T$とすると式(10)の一般化プラントの各項は次式のようになる．

$$\begin{gathered} A = \begin{bmatrix} A_p & 0_{4,2} \\ -C_p & A_h \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0_{4,2} \\ I_{2,2} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} B_p \\ 0_{2,2} \end{bmatrix} \\ C_1 = \begin{bmatrix} 0_{2,4} & I_{2,2} \\ 0_{2,4} & 0_{2,2} \end{bmatrix}, D_{11} = [0_{4,2}], D_{12} = \begin{bmatrix} 0_{2,2} \\ W_c \end{bmatrix} \\ C_2 = C_1 = \begin{bmatrix} -C_p & 0_{2,2} \end{bmatrix}, D_{21} = [I_{2,2}] \end{gathered} \tag{34}$$

本問題では，スケジューリングパラメータを$\alpha = [\theta_1, \theta_2]^T$とする．また，設計時の格子点は$-\pi \sim \pi$の範囲内で，$\pi/3$[rad]ととることにする．式(19)～(24) におけるρは$\rho_1 = \theta_1, \rho_2 = \theta_2$とし$N = 2$とする．

ゲインスケジューリングコントローラを設計する際の物理パラメータ及び設計条件をTable1，2に示す．Fig.4，5に式(23)，(24)に，前述のような

Table 1　Physical parameter when controller is designed

ρ [kg/m^3]	A_{m1}, A_{m2} [m^2]	L_1, L_2 [m]	D_1, D_2[Nm/s]
7.86×10^3	$\frac{\pi}{4}d^2$，d=0.1	0.75	0.01

Table 2　Design condition when controller is designed

ε	W_c	$\dot{\theta}_1$ [rad/s]	$\dot{\theta}_2$[rad/s]
10^{-3}	$\begin{bmatrix} 10^{-4} & 0 \\ 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}$	10	10

$X(\alpha), Y(\alpha)$を用いてゲインスケジューリングコン

トローラを求めた場合と，$X = X_0, Y = Y_0$と固定した場合での，ゲインスケジューリングコントローラと制御対象の閉ループシステムの応答の比較を行った結果を示す．

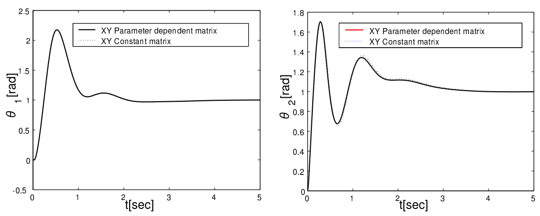

Fig. 4　Comparison of responses of gain scheduling controller of X and Y

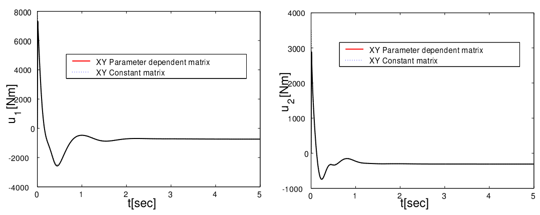

Fig. 5　Comparison of operation value of gain scheduling controller of X and Y

図をみてもわかるように操作量，応答共にほとんど変化が無いことがわかる．このことから，次節の同時最適設計では計算時間短縮のために，$X = X_0, Y = Y_0$と固定してゲインスケジューリングコントローラを求めた．

5.4　同時最適設計

本節では第5章で提案した手法を用いて同時最適設計のシミュレーションを行う．物理パラメータ及び設計条件をTable3に示す．ここでリンク長さ

Table 3　Physical parameter and design condition

L_1[m]	L_2[m]	ε	W_c
0.999	0.501	10^{-3}	$\begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 \\ 0 & 10^{-5} \end{bmatrix}$

は，機構評価指標S_kが最適となるリンク長さである．また，密度ρと粘性摩擦係数D_1, D_2はTable1と同様とする．ゲインスケジューリングコントローラ設計時に，式(11)によって定義されているスケジューリングパラメータαは，θ_1, θ_2とする．また，$-\pi \sim \pi$の範囲内で，$\pi/3$[rad]毎に設計することとする．式(19) ~ (24) におけるρは$\rho_1 = \theta_1, \rho_2 = \theta_2$とし$N = 2$とする．リンク断面積はリンク1，リンク2ともに初期状態として$A_m = 0.1[\mathrm{m}^2]$から最適化を行う．また，リンク断面積A_{m1}, A_{m2}の最小値は$A_m = 0.01[\mathrm{m}^2]$，最大値は$A_m = 1[\mathrm{m}^2]$とする．このコントローラ設計を行う際，断面積A_mはLMI問題の非線形関数となる．本研究では，反復LMI近似を用いて解を求める．反復LMI近似において式(29)の初期値を$\varepsilon_n = 10^{-1}$とし，反復LMI近似のアルゴリズム[Step 3]において，評価指標が減少しない場合は，式(29)のε_nを2で割り，解が求まるまで[Step 1]~[Step 3]を10回繰り返す．繰り返し回数が10回を越えて解が求められない場合，反復を終了し，解が求められた場合には$\varepsilon_n = 10^{-1}$と定義しなおし[Step 1]に戻る．Fig.6にγの変化を示す．γの値は反復する毎に減少していることがわか

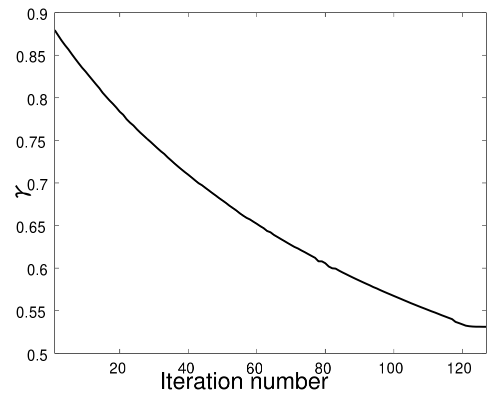

Fig. 6　The optimization history for γ

る．断面積は反復を繰り返す毎に減少し，それぞれA_{m1}=0.0455[m^2]，A_{m2}=0.0453[m^2]に収束した．Fig.7,8にリンク断面積が初期値の場合と最適値の場合の応答を示す．図をみてもわかるように，最

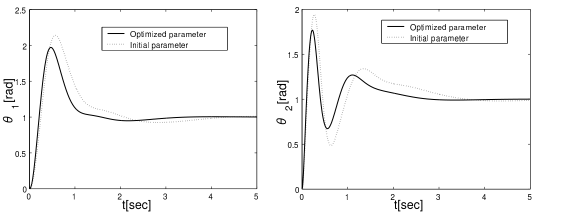

Fig. 7　Comparison of responses with initial value

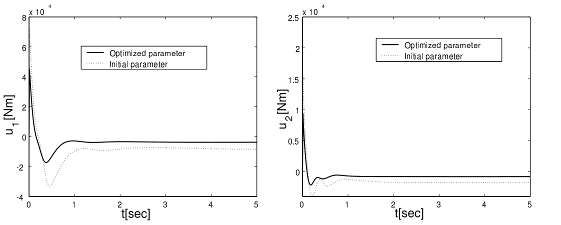

Fig. 8　Comparison of operation value with initial value

適値の方が操作量は少なく，角度の応答もオーバーシュートが小さくなっていることがわかる．これは，リンク質量が減少することにより，操作量が少なくなったためであると考えられる．また，オーバーシュートが小さくなっているのは，質量の減少により，慣性力が小さくなったためであると考えられる．

6.　結言

本研究では，ロボットマニピュレータの静的評価を考えた操作力楕円体のマニピュレータの操作力が最小となる操作力を最大化するリンク長さを求めた．また，動的な特性を考えた制御系評価指標が最適となるようにリンク断面積とゲインスケジューリングコントローラの同時最適設計を行った．本論文の内容を要約すると以下のようになる．

- LMIによってロボットマニピュレータの最適機構を設計する方法を提案した．
- 動的な特性を考えた制御系評価指標によって最適化するゲインスケジューリング制御法を用いた機構・制御系の同時最適設計の手法を提案した．
- 2リンクマニピュレータを制御対象としたシミュレーションを行い，LMIによる機構設計法と同時最適設計の有効性を示した．

参考文献

1) 吉川, ロボット制御基礎論, コロナ社, (1988), pp.109–117

2) 吉川, ロボットアームの可操作度, “日本ロボット学会誌”, 2,1, (1984), pp.63–67

3) 内山,清水,箱守, ヤコビ行列式によるロボットアームの機構評価, “計測自動制御学会論文集”, 21,2, (1985), pp.82–88

4) 甲斐,原,横川,横川, 精密はめ合い作業の作業達成条件に基づくマニピュレータの運動学的機構設計, “日本機械学会論文集（C編）”, 64,626, (1998), pp.176–181

5) 大日方, 構造系と制御系の同時最適設計問題, “計測と制御”, 36,4, (1997), pp.254–261

6) 岩壷,河村,安達, 機械構造物の構造系と制御系の同時最適設計に関する研究動向と今後の課題, “日本機械学会論文集（C編）”, 59,559, (1993), pp.631–637

7) P.Apkarian,R.J.Adams, *Advanced Gain-scheduling Techniques for Uncertain Systems*, “IEEE Transactions on Control Systems Technology”, vol.6, (1998), pp.21–32

8) K.Hiramoto,K.M.Grigoriadis, *Integrated Design of Structural and Control Systems with a Homotopy Like Iterative Method*, proc.ACC2005.Accepted for publication.