計測自動制御学会東北支部　第224回研究集会(2005.10.14)
資料番号　224-16

非干渉化制御とIMCへの応用

Decoupling Control and its Application to Internal Model Control

○浅黄　義昭*，渡部　慶二* **，村松　鋭一*，有我　祐一*，遠藤　茂*

○Yoshiaki Asagi*, Keiji Watanabe* **, Eiichi Muramatsu*, Yuuichi Ariga*, Shigeru Endo*

*山形大学工学部　**理化学研究所
*Yamagata University　**Riken

キーワード：非干渉化(Decoupling)，内部モデル制御(Internal Model Control)，
外乱除去(disturbance cancellation)

連絡先：〒992　米沢市城南４－３－１６　山形大学　工学部　応用生命システム工学科　渡部村松研究室
浅黄　義昭，℡：(0238)21-8426，E-mail：tr359@dipfr.dip.yz.yamagata-u.ac.jp

1.　はじめに

化学プラントの制御等では、内部モデル制御が使われる。目標入力に対する出力応答と外乱に対する影響の抑制を別々に設定できる内部モデル制御 [1]に、２自由度内部モデル制御がある。

本研究では、非干渉化制御 [2]を応用することにより、内部安定な多変数系に対する２自由度内部モデル制御を可能にする設計法を提案していく。

2.　２自由度内部モデル制御

Fig.1 に、２自由度内部モデル制御系を示す。

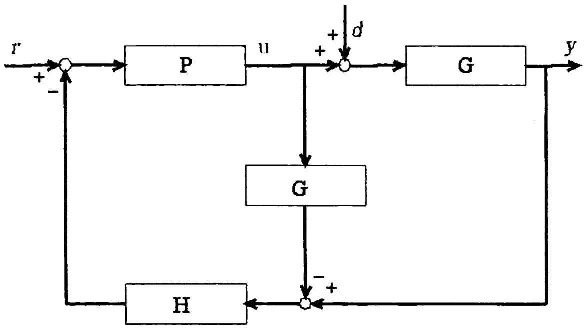

Fig.1　２自由度内部モデル制御系

ただし、$r(s) \in R^{m}(s)$ は目標入力、$y(s) \in R^{m}(s)$ は出力、$u(s) \in R^{m}(s)$ は制御入力、$d(s) \in R^{m}(s)$ は外乱である。

$y(s)$ につながる $G(s) \in R^{m \times m}(s)$ は制御対象、別の $G(s) \in R^{m \times m}(s)$ は制御対象のモデルであり、

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B \tag{1}$$

とする。ただし、$A \in R^{n \times n}$、$B \in R^{n \times m}$、$C \in R^{m \times n}$ で、(A, B) 可制御、(C, A) 可観測とする。

$P(s) \in R^{m \times m}(s)$ は、目標入力に対する応答を調整する制御器、$H(s) \in R^{m \times m}(s)$ は、外乱抑制のための制御器である。

目標入力 r、外乱 d に対する出力 y、制御入力 u は、次式で表される。

$$\begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GP & (I - GPH)G \\ P & -PHG \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix} \tag{2}$$

内部安定性は、右辺の行列の４つの要素すべてが安定であることであり、制御対象とモデル G、制御器 P、H が安定なら、制御系は安定である。

3. 入出力の非干渉化

制御対象$G(s)$の不安定な零点は、行零点のみとする。

ここで、

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix} \tag{3}$$

とおく。

$$C_i A^j B = 0,\ j = 0,1,2,\cdots,\nu_i - 2$$
$$C_i A^{\nu_i - 1} B \neq 0 \tag{4}$$

とし、

$$\Phi = \begin{bmatrix} C_1 A^{\nu_1 - 1} B \\ \vdots \\ C_m A^{\nu_m - 1} B \end{bmatrix} \tag{5}$$

とおく。

$$rank\Phi = m \tag{6}$$

が満たされるとする。安定な任意の多項式

$$s^{\nu_i} + \alpha_{i1} s^{\nu_i - 1} + \cdots + \alpha_{i\nu_i} = \left(s + \frac{1}{\tau} \right)^{\nu_i} \tag{7}$$

を選ぶ。

$$\Psi = \begin{bmatrix} C_1 A^{\nu_1} + \alpha_{11} C_1 A^{\nu_1 - 1} + \cdots + \alpha_{1\nu_1} C_1 \\ \vdots \\ C_m A^{\nu_m} + \alpha_{m1} C_m A^{\nu_m - 1} + \cdots + \alpha_{m\nu_m} c_m \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\Omega = diag\lfloor \alpha_{1\nu_1} \quad \cdots \quad \alpha_{m\nu_m} \rfloor \tag{9}$$

とする。

リカッチ方程式

$$X\left(A - B\Phi^{-1}\Psi\right) + \left(A - B\Phi^{-1}\Psi\right)^T X - XB\Phi^{-1}\Omega^2\left(\Phi^{-1}\right)^T B^T X = 0 \tag{10}$$

は安定化解$X = X^T \geq 0$をもつ。これらの準備のもとで、

$$P(s) = \lfloor I - F(sI - A + BF)^{-1} B \rfloor Q_a \tag{11}$$

とする。ただし、

$$F = \Phi^{-1}\left[\Psi + \Omega^2 \left(\Phi^{-1}\right)^T B^T X \right]$$
$$Q_a = \Phi^{-1}\Omega \tag{12}$$

式（11）は安定で、これを用いることにより、

$$G(s)P(s) = G_0(s)G_I(s) \tag{13}$$

と対角化される。ただし、

$$G_0(s) = diag[f_1(s)\ f_2(s) \cdots f_m(s)]$$
$$f_i(s) = \frac{\alpha_{i\nu_i}}{s^{\nu_i} + \alpha_{i1} s^{\nu_i - 1} + \cdots + \alpha_{i\nu_i}}$$
$$G_I(s) = diag[\bar{f}_1(s)\ \bar{f}_2(s) \cdots \bar{f}_m(s)] \tag{14}$$

$\bar{f}_i(s)$は、$G(s)$の不安定行零点を零点にもつインナ関数である。

4. 外乱除去

外乱dに対する出力yは、式（2）より、

$$y(s) = [I - G(s)P(s)H(s)]G(s)d(s) \tag{15}$$

となる。制御対象$G(s)$の極が、制御されずにそのまま存在するので、虚軸に近い極があると、外乱の影響が長時間出力に残る。

外乱に対する減衰を速め、定常偏差を０にし、かつ、$P(s)H(s)G(s)$を安定にする外乱抑制のための制御器$H(s)$は次のように与えられる。

$$H(s) = H_1(s)H_2(s) \tag{16}$$

$H_2(s)$は

$$H_2(s) = \lfloor I - C(sI - A + KC)^{-1} K \rfloor \tag{17}$$

である。ただし、

$$K = YC^T \tag{18}$$

で、$Y = Y^T \geq 0$は、リカッチ方程式

$$Y\left(A^T + \alpha I\right) + (A + \alpha I)Y - YC^T CY = 0 \tag{19}$$

の安定化解である。$\alpha \geq 0$は、$A + \alpha I$が虚軸上に固有値をもたない任意の値である。$A - KC$の固有値は、

$$\lambda[A-KC]=\begin{cases}\lambda[A] & \mathrm{Re}\,\lambda[A]<-\alpha \\ -\alpha-(\lambda[A]+\alpha) & \mathrm{Re}\,\lambda[A]>-\alpha\end{cases} \tag{20}$$

である。$H_1(s)$は、

$$H_1(s)=Q_b+Q_a^{-1}F(sI-A)^{-1}K \tag{21}$$

で与えられる。ただし、

$$Q_b=\left[C(-A+BF)^{-1}BQ_a\right]^{-1}\left[I+C(-A+BF)^{-1}K\right] \tag{22}$$

$H(s)$、$(I-G(s)P(s)H(s))G(s)$、$P(s)H(s)G(s)$ は、それぞれ、

$$\begin{aligned} &H(s)= \\ &Q_b\left[I-C(sI-A+KC)^{-1}K\right] \\ &+Q_a^{-1}F(sI-A+KC)^{-1}K \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} &(I-G(s)P(s)H(s))G(s)= \\ &\left[I+C(sI-A+BF)^{-1}(K-BQ(s))\right] \\ &*C(sI-A+KC)^{-1}B \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned} &P(s)H(s)G(s)= \\ &\left[I+F(sI-A+BF)^{-1}(K-BQ_aQ_b)\right] \\ &*C(sI-A+KC)^{-1}B \end{aligned} \tag{25}$$

で与えられ、安定である。

特に、式 (20)、式 (24) より、$\alpha \geq 0$ を大きくすることで外乱に対する応答を速めることができる。

さらに、

$$(I-G(0)P(0)H(0))G(0)=0 \tag{26}$$

が成り立ち、ステップ外乱に対する定常偏差を0にすることができる。

制御入力uは、

$$u=[I-PHG]^{-1}P[r-Hy] \tag{27}$$

で与えられる。これに、式 (11) 式 (23) を代入し、時間領域に戻すと、

$$\begin{aligned} &\dot{x}_0(t)=Ax_0(t)+Bu(t)+K\{y(t)-Cx_0(t)\} \\ &u(t)=Q_ar(t)-Fx_0(t)+Q_aQ_by(t) \end{aligned} \tag{28}$$

となり、Fig.2 の制御系が得られる。

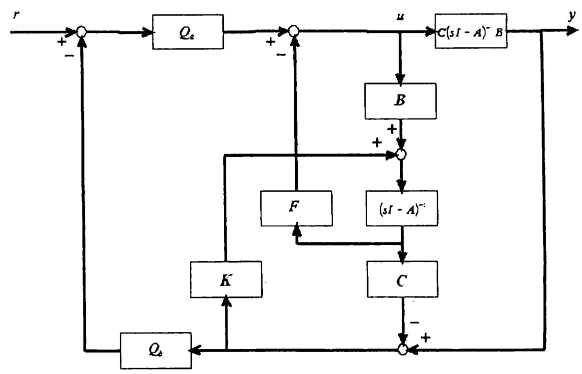

Fig.2 制御系の状態空間表現

5. おわりに

多変数系の安定な制御対象に対する非干渉化制御を応用した内部モデル制御の設計法を提案した。

今後の課題として、多変数系の不安定な制御対象に対する非干渉化制御を応用した内部モデル制御を考えていきたい。

参考文献

1) Asagi, Watanabe, Muramatsu, Izuta, Ariga: Two-Degree of Freedom IMC Parametrization of Multivariable Systems, LSS2004, vol.2, p771-776 (2004.7)

2) 浅黄、渡部、村松、有我：状態フィードバックと逆システムによる非最小位相系に対する非干渉化の体系的設計法、計測自動制御学会論文集第41巻第3号 (2005.3)