

線形むだ時間系のモデル追従形状態予測制御

State Predictive Model Following Control for the Linear Delay Systems

○王 大中*, 秋山 孝夫**, 大久保 重範***

○Dazhong Wang*, Takao Akiyama**, Shigenori Okubo***

*山形大学

*Yamagata University

キーワード: 線形むだ時間系(linear delay systems), 状態予測(state predictive)

連絡先: 〒992-8510 山形県米沢市城南 4-3-16

秋山 孝夫, Fax:0238-26-3247 E-mail:aki@yz.yamagata-u.ac.jp

1. はじめに

制御対象とする産業システムの中にはむだ時間系がしばしば存在する。制御対象の入出力および状態に複数の任意の大きさのむだ時間が存在する場合のモデル追従形制御系の設計方法が提案されているが、この設計法では状態方程式に現在時刻の入力が存在することが設計条件の一つであり、現在時刻の入力が存在しない場合に対する設計法の構築が課題となっていた。そこで、本研究では、むだ時間系に対する状態予測制御の設計法を新たに提案する。

2. 問題の設定

入出力及び状態に複数のむだ時間が存在する制御対象及び参照モデルを次式で示す。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=0}^k A_i x(t-h_i) + \sum_{i=1}^k B_i u(t-h_i) + d(t) \\ y(t) &= \sum_{i=0}^k C_i x(t-h_i) + d_0(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m r_m(t) \\ y_m(t) &= C_m x_m(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ は状態変数、 $u(t) \in \mathbb{R}^1$ は制御入力、 $y(t) \in \mathbb{R}^1$ は制御対象の出力、 $d(t) \in \mathbb{R}^n$ 、 $d_0(t) \in \mathbb{R}^1$ は有界な外乱、 $h_i (0 = h_0 < h_1 < \dots < h_k)$ はむだ時間、 $x_m(t) \in \mathbb{R}^{n_m}$ 、 $r_m(t) \in \mathbb{R}^{l_m}$ 、 $y_m(t) \in \mathbb{R}^{l_m}$ はそれぞれ参照モデルに関する状態変数、参照入力、参照出力である。 $A_i, B_i, C_i, A_m, B_m, C_m$ はそれぞれ適合する次元の定数行列であり、 (A_m, B_m) 可制御、 (C_m, A_m) 可観測、 A_m は安定行列とする。制御対象で利用可能な状態は $y(t)$ のみであり、内部状態 $x(t)$ は直接入手できないものとする。また、制御対象と参照モデルの出力誤差 $e(t)$ は次式で与えられる。

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (3)$$

この設計においては、内部状態がすべて有界に保持され、初期関数 $x(t) = x_0(t) (t \leq 0)$ 、 $u(t) = u_0(t) (t < 0)$ に対し、 $t \rightarrow \infty$ で $e(t) \rightarrow 0$ するようなモデル追従制御系の設計を考える。

3. 制御系の設計

式(1)の記述を簡単にするために、次式で定義される形式的な時間遅れ作用素ベクトル σ と $\bar{\sigma}$ を導入する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= [\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_k]^T, \\ \sigma_i z(t) &= z(t - h_i), \\ \sigma_i &= e^{-p h_i} \end{aligned} \right\} (i = 0, 1, \dots, k) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma} &= [\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \dots, \bar{\sigma}_k]^T, \\ \bar{\sigma}_i z(t) &= z(t + h_i - h_1) = \bar{z}(t - h_i), \\ \bar{\sigma}_i &= e^{p(h_1 - h_i)} \end{aligned} \right\} (i = 1, 2, \dots, k) \quad (5)$$

ただし、 $\sigma_0 = \bar{\sigma}_1 = 1$ であり、実際のむだ時間作用素は $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k; \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3, \dots, \bar{\sigma}_k$ である。信号 $z(t)$ の時間 h_1 経過後の予測信号を $\bar{z}(t) (= z(t + h_1))$ と表すことにする。式(4)と(5)を利用して制御対象の状態方程式および出力方程(1)を書き換えれば、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= A(\sigma)\bar{x}(t) + B(\bar{\sigma})u(t) + \bar{d}(t), \\ \bar{y}(t) &= C(\sigma)\bar{x}(t) + \bar{d}_0(t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで、

$$A(\sigma) = \sum_{i=0}^k A_i \sigma_i, \quad B(\bar{\sigma}) = \sum_{i=1}^k B_i \bar{\sigma}_i, \quad C(\sigma) = \sum_{i=0}^k C_i \sigma_i \quad (7)$$

であり、 $[A(\sigma), B(\bar{\sigma})]$ スペクトル可制御、 $[C(\sigma), A(\sigma)]$ スペクトル可観測とし、 $C(\sigma)[pI - A(\sigma)]^{-1} B(\bar{\sigma})$ の不変零点は安定であるものとする。式(6)の予測信号 $\bar{x}(t)$ は過去から現在までの信号 $x(t)$ と $u(t)$ 、及び現在から時間 h_1 経過後までの予測信号 $d(t)$ を用いて次のように求められる。

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= e^{A_0 h_1} x(t) + \sum_{i=1}^k \int_{t-h_i}^t e^{A_0(t-\tau)} A_i \bar{x}(\tau - h_i) d\tau \\ &\quad + \sum_{i=1}^k \int_{t-h_i}^t e^{A_0(t-\tau)} B_i u(\tau + h_1 - h_i) d\tau \\ &\quad + \int_{t-h_1}^t e^{A_0(t-\tau)} \bar{d}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (8)$$

また、参照モデルの状態方程式および出力方程式(2)を予測信号を用いて書き換えれば、次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{x}}_m(t) &= A_m \bar{x}_m(t) + B_m \bar{r}_m(t) \\ \bar{y}_m(t) &= C_m \bar{x}_m(t) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式(9)の $\bar{x}_m(t)$ は現在の信号 $x_m(t)$ と過去から現在までの信号 $r_m(t)$ を用いて次のように求められる。

$$\bar{x}_m(t) = e^{A_0 h_1} x_m(t) + \sum_{i=1}^k \int_{t-h_i}^t e^{A_m(t-\tau)} B_m r_m(\tau) d\tau \quad (10)$$

時間についての微分作用素を $p = d/dt$ とすれば、式(6)と(9)から $\bar{y}(t)$ と $\bar{y}_m(t)$ はそれぞれ次式のように表される。

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= C(\sigma)(pI - A(\sigma))^{-1} B(\bar{\sigma})u(t) \\ &\quad + C(\sigma)(pI - A(\sigma))^{-1} \bar{d}(t) + \bar{d}_0(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\bar{y}_m(t) = C_m(pI - A_m)^{-1} B_m \bar{r}_m(t) \quad (12)$$

式(11)と(12)において

$$\left. \begin{aligned} C(\sigma)[pI - A(\sigma)]^{-1} B(\bar{\sigma}) &= \frac{N(\sigma, \bar{\sigma}, p)}{D(\sigma, p)} \\ N(\sigma, \bar{\sigma}, p) &= C(\sigma) \text{adj}[pI - A(\sigma)] B(\bar{\sigma}) \in \mathbb{R}^{l \times l}[\sigma] \\ D(\sigma, p) &= |pI - A(\sigma)| \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} C_m[pI - A_m]^{-1} B_m &= \frac{N_m(p)}{D_m(p)} \\ N_m(p) &= C_m \text{adj}[pI - A_m] B_m \in \mathbb{R}^{l_m \times l_m} \\ D_m(p) &= |pI - A_m| \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

とおけば、式(11)、(12)は式(15)、(16)のようになる。ただし、式(13)の $N(\sigma, \bar{\sigma}, p)$ の各要素は、明らかに $\sigma, \bar{\sigma}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k; \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3, \dots, \bar{\sigma}_k)$ の多項式を係数とする p に関する多項式となり、これを $N(\sigma, \bar{\sigma}, p) \in \mathbb{R}^{l \times l}[\sigma, \bar{\sigma}]$ と表すことにする。また、 $D(\sigma, p)$ は $\sigma(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k)$ の多項式を係数とする p に関する多項式となり、 $D(\sigma, p) \in \mathbb{R}[\sigma]$ と表す。外乱はまとめて式(17)のようになる。

$$D(\sigma, p)\bar{y}(t) = N(\sigma, \bar{\sigma}, p)u(t) + \bar{w}(t) \quad (15)$$

$$D_m(p)\bar{y}_m(t) = N_m(p)\bar{r}_m(t) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \bar{\omega}(t) = & C(\sigma)\text{adj}(PI - A(\sigma))\bar{d}(t) \\ & + D(\sigma, p)\bar{d}_0(t) \end{aligned} \quad (17)$$

設計の都合上、 $N(\sigma, p)$ と $N_m(p)$ をそれぞれ式(18)、(19)の形式で表す。

$$\left. \begin{aligned} N(\sigma, \bar{\sigma}, p) = & \text{diag}(p^{\eta_i})N_r(\sigma, \bar{\sigma}) \\ & + \tilde{N}(\sigma, \bar{\sigma}, p), (i=1,2,\dots,l) \\ N_r(\sigma, \bar{\sigma}) = & \bar{N}_r(\sigma, \bar{\sigma}) + \hat{N}_r \in \mathbb{R}^{l \times l}[\sigma, \bar{\sigma}] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$N_m(p) = \text{diag}(p^{\eta_{mi}})N_{mr} + \tilde{N}_m(p), (i=1,2,\dots,l) \quad (19)$$

ここで、 η_i は $N(\sigma, \bar{\sigma}, p)$ の各行の p に関する次数(最高次数)を表し、 η_{mi} は $N_m(p)$ の各行の次数(最高次数)である。また、 $\partial_{ii}\tilde{N}(\sigma, \bar{\sigma}, p) < \eta_i$ 、 $\partial_{ii}\tilde{N}_m(p) < \eta_{mi}$ ($\partial_{ii}(\bullet)$ は (\bullet) の各行の p に関する最低次数を表す)である。 $N_r(\sigma, \bar{\sigma})$ は明らかに $\sigma, \bar{\sigma}$ に関する多項式を要素とする行列となり、 $\partial_{\sigma, \bar{\sigma}}\bar{N}_r(\sigma, \bar{\sigma}) \geq 1$ ($\partial_{\sigma, \bar{\sigma}}(\bullet)$ は (\bullet) の $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$; $\bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3, \dots, \bar{\sigma}_k$ に関する多項式の最低次数を表す)である。 \hat{N}_r は $l \times l$ の定数行列であり、 $|\hat{N}_r| \neq 0$ であるとする。また、外乱 $d(t), d_0(t)$ は次式を満たすものとする。

$$\left. \begin{aligned} D_d(p)d(t) = 0, D_d(p)d_0(t) = 0 \\ \partial D_d(p) = n_d \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

また、 $D_d(p)$ はモニックな多項式であり、外乱のモードを与える。式(17)より、 $\bar{\omega}(t)$ は次式を満たす。

$$D_d(p)\bar{\omega}(t) = 0 \quad (21)$$

次に、 ρ 次($\rho \geq n_d + 2n - n_m - 1 - \eta_i$)のモニックで安定な多項式 $T(p)$ を選び、

$T(p)D_m(p)$ を $D_d(p)D(\sigma, p)$ で割った商と余りをそれぞれ $R(\sigma, p)$ 、 $S(\sigma, p)$ とする。

$$T(p)D_m(p) = D_d(p)D(\sigma, p)R(\sigma, p) + S(\sigma, p) \quad (22)$$

ここで、各多項式の次数は

$$\begin{aligned} \partial T(p) = \rho \quad \partial D_m(p) = n_m \quad \partial D_d(p) = n_d \\ \partial D(\sigma, p) = n \quad \partial R(\sigma, p) = \rho + n_m - n_d - n \\ \partial S(\sigma, p) \leq n_d + n - 1 \end{aligned}$$

である。式(3)と(22)及び(16)を考慮すれば、 $\bar{e}(t)$ は下の式のように求められる。

$$\begin{aligned} T(p)D_m(p)\bar{e}(t) = & D_d(p)D(\sigma, p)R(\sigma, p)\bar{y}(t) \\ & + S(\sigma, p)\bar{y}(t) - T(p)N_m(p)\bar{r}_m(t) \end{aligned} \quad (23)$$

さらに、(15)、(21)および(18)を利用すれば、 $\bar{e}(t)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} T(p)D_m(p)\bar{e}(t) = & \{D_d(p)R(\sigma, p)N(\sigma, \bar{\sigma}, p) \\ & - Q(p)N_r(\sigma, \bar{\sigma})\}u(t) \\ & + Q(p)(\bar{N}_r(\sigma, \bar{\sigma}) + \hat{N}_r)u(t) \\ & + S(\sigma, p)\bar{y}(t) - T(p)N_m(p)\bar{r}_m(t) \end{aligned} \quad (24)$$

ここで、 $Q(p)$ は $|Q(p)|$ が安定多項式であるような多項式行列であり、次式のように表す。

$$\left. \begin{aligned} Q(p) = & \text{diag}(p^{\rho+n_m-n-\eta_i}) + \tilde{Q}(p) \\ \partial_{ii}Q(p) < & \rho + n_m - n - \eta_i, (i=1,2,\dots,l) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

本設計法は $\bar{e}(t) \rightarrow 0(t \rightarrow \infty)$ になるような設計を考えているので、式(24)において $T(p)D_m(p)\bar{e}(t) = 0$ となるように式(24)の右辺を 0 と置けば、 $|\hat{N}_r| \neq 0$ に注意して $u(t)$ は次式のように求められる。

$$\begin{aligned} u(t) = & -\hat{N}_r^{-1}\bar{N}_r(\sigma, \bar{\sigma})u(t) - \hat{N}_r^{-1}Q^{-1}(p)^{-1} \\ & \cdot \{D_d(p)R(\sigma, p)N(\sigma, \bar{\sigma}, p) - Q(p)N_r(\sigma, \bar{\sigma})\}u(t) \\ & - \hat{N}_r^{-1}Q(p)^{-1}S(\sigma, p)\bar{y}(t) \\ & + \hat{N}_r^{-1}Q(p)^{-1}T(p)N_m(p)\bar{r}_m(t) \end{aligned} \quad (26)$$

式 (26) の各行列要素の分数式がプロパー (proper) であるためには次の条件を満足しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \rho &\geq n_d + 2n - n_m - 1 - \eta_i \\ n_m - \eta_{mi} &\geq n - \eta_i \end{aligned} \right\} (i=1,2,3,\dots,l)$$

さらに、次の関係式

$$\left. \begin{aligned} \hat{N}_r^{-1} \bar{N}_r(\sigma, \bar{\sigma}) &= E_0(\sigma, \bar{\sigma}) \\ \hat{N}_r^{-1} Q(p)^{-1} \{D_d(p) R(\sigma, p) N(\sigma, \bar{\sigma}, p) - Q(p) N_r(\sigma, \bar{\sigma})\} & \\ = H_1(\sigma, \bar{\sigma}) [pI - F_1]^{-1} G_1 & \\ \hat{N}_r^{-1} Q(p)^{-1} S(\sigma, p) & \\ = E_2(\sigma) + H_2(\sigma) [pI - F_2]^{-1} G_2 & \\ \hat{N}_r^{-1} Q(p)^{-1} T(p) N_m(p) & \\ = E_3(\sigma) + H_3(\sigma) [pI - F_3]^{-1} G_3 & \end{aligned} \right\} (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= F_1 \xi_1(t) + G_1 u(t) \\ \dot{\xi}_2(t) &= F_2 \xi_2(t) + G_2 \bar{y}(t) \\ \dot{\xi}_3(t) &= F_3 \xi_3(t) + G_3 \bar{r}_m(t) \end{aligned} \right\} (28)$$

$$|pI - F_i| = |Q(p)|, (i=1,2,3) \quad (29)$$

を利用すれば、式 (26) は状態変数フィルタ

$\xi_i(t) (i=1,2,3)$ を用いて次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} u(t) &= -E_0(\sigma, \bar{\sigma}) u(t) - H_1(\sigma, \bar{\sigma}) \xi_1(t) - E_2(\sigma) \bar{y}(t) \\ &\quad + H_2(\sigma) \xi_2(t) + \bar{u}_m(t) \end{aligned} \quad (30)$$

ここで、外生信号 $\bar{u}_m(t)$ は

$$\bar{u}_m(t) = E_3 \bar{r}_m(t) + H_3 \xi_3(t) \quad (31)$$

であり、 (F_i, G_i) は可制御実現である。式 (27) において、 $R(\sigma, p) \in R[\sigma]$, $S(\sigma, p) \in R[\sigma]$, を考慮すれば、 $E_0(\sigma, \bar{\sigma})$ と $H_1(\sigma, \bar{\sigma})$ は $\sigma, \bar{\sigma}$ の多項式を要素とする定数行列となることは明らかである。また、

$\partial_{\sigma, \bar{\sigma}} E_0(\sigma, \bar{\sigma}) \geq 1$ であり、式 (30) の右辺は過去の入力信号 $u(t)$, 過去から現在までの状態変数フィルタ $\xi_i(t) (i=1,2)$ および予測出力信号 $\bar{y}(t)$, 予測外生信号

$\bar{u}_m(t)$ で構成されている。

式 (30) の $u(t)$ は $\bar{e}(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ すなわち $e(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ を満足するから、制御系を構成する内部状態が有界であれば、モデル追従形制御系が実現できる。

4. 内部状態の安定性の解析

制御系に対して外部から入る信号は参照入力 $r_m(t)$ と外乱 $d(t)$, $d_0(t)$ であるが、これらはすべて有界であるものとする。外乱の特性多項式 $D_d(p)$ は一般に複素右半平面に根を有するが、式 (20) は時間の有限区間で成立するものであり、 $d(t)$, $d_0(t)$ は有界とする。

即ち、 $\bar{d}(t)$, $\bar{d}_0(t)$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= A(\sigma) \bar{x}(t) + B(\bar{\sigma}) u(t) + \bar{d}(t) \\ \bar{y}(t) &= C(\sigma) \bar{x}(t) + \bar{d}_0(t) \\ \dot{\xi}_1(t) &= F_1 \xi_1(t) + G_1 u(t) \\ \dot{\xi}_2(t) &= F_2 \xi_2(t) + G_2 \bar{y}(t) \\ \dot{\xi}_3(t) &= F_3 \xi_3(t) + G_3 \bar{r}_m(t) \\ u(t) &= -E_0(\sigma, \bar{\sigma}) u(t) - H_1(\sigma, \bar{\sigma}) \xi_1(t) \\ &\quad - E_2(\sigma) \bar{y}(t) - H_2(\sigma) \xi_2(t) + \bar{u}_m(t) \\ \bar{u}_m(t) &= E_3 \bar{r}_m(t) + H_3 \xi_3(t) \\ \dot{\bar{x}}_m(t) &= A_m \bar{x}_m(t) + B_m \bar{r}_m(t) \\ \bar{y}_m(t) &= C_m \bar{x}_m(t) \end{aligned} \right\} (32)$$

も有界とする。制御系全体の挙動をまとめると式 (32) ようになる。式 (32) において $|Ip - F_3| = |Q(p)|$ が安定な多項式であり、かつ $\bar{r}_m(t)$ が有界であるため、 $\xi_3(t)$ は有界となる。また、初期値関数 $x(t) = x_0(t), (t \leq 0)$,

$u(t) = u_0(t), (t < 0)$, $\xi_i(t) = \xi_i^0(t), (t \leq 0), (i=1,2)$ は有界とする。参照モデルの状態変数 $x_m(t)$ は有界であるから $\bar{x}_m(t)$ も有界となる。式 (32) から $\bar{y}(t)$ を消去するとともに $z_s(t)^T = [\bar{x}(t)^T, \xi_1(t)^T, \xi_2(t)^T, u(t)^T]$ において有界性の解析に必要な部分をまとめれば、次式を得る。

$$E \dot{z}_s(t) = A_s(\sigma, \bar{\sigma}) z_s(t) + \bar{d}_s(t) \quad (33)$$

ここで,

$$E = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_s(\sigma, \bar{\sigma}) =$$

$$\begin{bmatrix} A(\sigma) - B(\bar{\sigma})E_2(\sigma)C(\sigma) & -B(\bar{\sigma})H_1(\sigma, \bar{\sigma}) & -B(\bar{\sigma})H_2(\sigma) & -B(\bar{\sigma})E_0(\sigma, \bar{\sigma}) \\ -G_1E_2(\sigma)C(\sigma) & F_1 - G_1H_1(\sigma, \bar{\sigma}) & -G_1H_2(\sigma) & -G_1E_0(\sigma, \bar{\sigma}) \\ G_2C(\sigma) & 0 & F_2 & 0 \\ -E_2(\sigma)C(\sigma) & -H_1(\sigma, \bar{\sigma}) & -H_2(\sigma) & -I - E_0(\sigma, \bar{\sigma}) \end{bmatrix}$$

$$\bar{d}_s(t) = \begin{bmatrix} B(\bar{\sigma}) \\ G_1 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \bar{u}_m(t) + \begin{bmatrix} d(t) - B(\bar{\sigma})E_2(\sigma)\bar{d}_0(t) \\ -G_1E_2(\sigma)\bar{d}_0(t) \\ G_2\bar{d}_0(t) \\ -E_2(\sigma)\bar{d}_0(t) \end{bmatrix} \quad (34)$$

式(33)の安定性を論ずるために, 特性多項式

$|pE - A_s(\sigma, \bar{\sigma})|$ を計算すれば, 次のようになる

$$|pE - A_s(\sigma, \bar{\sigma})| = T(p)^l D_m(p)^l |Q(p)| \frac{|\hat{N}_r|^{-1} |N(\sigma, \bar{\sigma}, p)|}{D(\sigma, p)^{l-1}} \quad (35)$$

さらに, $C(\sigma)|pI - A(\sigma)|^{-1}B(\bar{\sigma})$ の不変零点の多項

式を $V_s(\sigma, \bar{\sigma}, p) \in R[\sigma, \bar{\sigma}]$ とおけば,

$$|N(\sigma, \bar{\sigma}, p)| = D(\sigma, p)^{l-1} V_s(\sigma, \bar{\sigma}, p) \quad (36)$$

となることから, 式(35)は次式のようになる。

$$|pE - A_s(\sigma, \bar{\sigma})| = |\hat{N}_r|^{-1} T(p)^l D_m(p)^l |Q(p)| V_s(\sigma, \bar{\sigma}, p) \quad (37)$$

式(37)右辺の各 p に関する多項式は恒等的にゼロとは

ならないため,

$$|pE - A_s(\sigma, \bar{\sigma})| \neq 0, \forall p \quad (38)$$

となって解の一意性を保証するレギュラー条件は満足

されている。さらに式(34)の E の階数及び式(37)の p に

関する多項式としての次数を求めれば,

$$\text{rank} E = \deg |pE - A_s(\sigma, \bar{\sigma})| = n + 2(\rho + n_m - n)l + 2 \sum_{i=1}^l \eta_i \quad (39)$$

を満足することから $z_s(t)$ は指数関数モードのみで表

されることがわかる。そこで, 式(37)において

$T(p) \cdot D_m(p) \cdot |Q(p)|$ は安定多項式であり $V_s(\sigma, \bar{\sigma}, p)$ が安定ならば, $A_s(\sigma, \bar{\sigma})$ は安定なシステム行列となる。

よって, $z_s(t)$ の有界性が証明された。一般に,

$V_s(\sigma, \bar{\sigma}, p)$ の安定判別はナイキストの安定判別法,

ルーシェ定理、根軌跡法等を利用する。

5. 数値例

次のような入出力及び状態にむだ時間

($h_1 = 1, h_2 = 1.2, h_3 = 1.8, h_4 = 2.3$) を有するシステム

に対し, モデル追従制御を計算する。その数値シミュレ

ーション結果を図に示す。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t-h_2) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t-h_4) \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t-h_1) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t-h_3) + \begin{bmatrix} 0 \\ d(t) \end{bmatrix} \quad (40) \\ y(t) &= [5 \quad 1]x(t) + [2.5 \quad 0.5]x(t-h_3) + d_0(t) \end{aligned} \right\}$$

あるいは,

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{x}(t-h_2) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{x}(t-h_4) \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t+h_1-h_3) + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{d}(t) \end{bmatrix} \quad (41) \\ \bar{y}(t) &= [5 \quad 1]\bar{x}(t) + [2.5 \quad 0.5]\bar{x}(t-h_3) + \bar{d}_0(t) \end{aligned} \right\}$$

制御対象を $\sigma_i (i=1,2,3,4)$ を用いて書き換えると

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3+\sigma_2 & -4+\sigma_4 \end{bmatrix} \bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2+\sigma_3 & 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{d}(t) \end{bmatrix} \\ \bar{y}(t) &= [5+2.5\sigma_3 \quad 1+0.5\sigma_3] \bar{x}(t) + \bar{d}_0(t) \quad (42) \end{aligned} \right\}$$

となる。初期値関数は,

$$\left. \begin{aligned} x_0(0) &= [0.2 \quad -0.1]^T, (t \leq 0) \\ u_0(t) &= 0, (t < 0) \\ \xi_i^0(0) &= [0 \quad 0]^T, (i=1,2) \\ \xi_3(0) &= [0 \quad 0]^T \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

であり、外乱はステップ外乱で、

$$\left. \begin{aligned} d(t) &= 0.8, (6[s] \leq t \leq 11[s]) \\ d_0(t) &= 0.6, (17[s] \leq t \leq 23[s]) \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

とする。また、追従モデルは以下のものを使用する。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} x_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r_m(t) \\ y_m(t) &= [2 \quad 1] x_m(t) \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

あるいは、

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{x}}_m(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \bar{x}_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \bar{r}_m(t) \\ \bar{y}_m(t) &= [2 \quad 1] \bar{x}_m(t) \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

であり、参照入力は、

$$r_m(t) = \begin{cases} 0(t < 0) \\ 4\sin 0.5t + 8(t \geq 0) \end{cases} \quad (47)$$

とする。

この例では、

$$T(p) = p + 5, \quad Q = (p + 6)^2, \quad D_d(p) = p \text{ である。}$$

$u(t)$ は次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= -(0.5\sigma_3 + 0.5\bar{\sigma}_3 + 0.25\sigma_3\bar{\sigma}_3)u(t) + (2 + \sigma_3)(2 + \bar{\sigma}_3)[9 \quad 1.75]\xi_1(t) \\ &\quad - (3 + 0.5\sigma_4)\bar{y}(t) + [93 + 18\sigma_4 \quad 22 - 0.5\sigma_2 + 6\sigma_4]\xi_2(t) + \bar{u}_m(t), \\ \bar{u}_m(t) &= 0.5\bar{r}_m(t) - [13 \quad 2.5]\xi_3(t) \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

あるいは、

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= -0.5u(t - h_3) - 0.5u(t + h_1 - h_3) - 0.25u(t + h_1 - 2h_3) \\ &\quad + [9 \quad 1.75]\{4\xi_1(t) + 2\xi_1(t - h_3) + 2\xi_1(t + h_1 - h_3) + \xi_1(t + h_1 - 2h_3)\} \\ &\quad - 3\bar{y}(t) - 0.5\bar{y}(t - h_4) + [93 \quad 22]\xi_2(t) + [0 \quad -0.5]\xi_2(t - h_2) \\ &\quad + [18 \quad 6]\xi_2(t - h_4) + \bar{u}_m(t) \\ \bar{u}_m(t) &= 0.5r_m(t + h_1) - [13 \quad 2.5]\xi_3(t) \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

6. おわりに

本稿の設計は、制御対象に含まれるむだ時間の数と大きさを任意としていること、外乱の影響を除去できる機

能を有すること、内部状態の有界制が保証されること、設計が簡単であること等の優れた特徴を持っている。

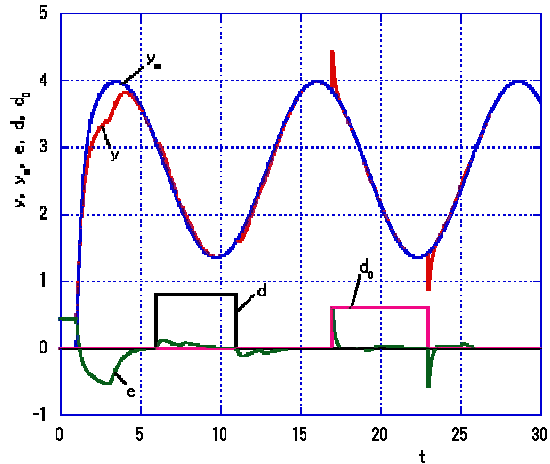


Fig. 1: Responses of nonlinear system with time delays

参考文献

- 1) 渡部 慶二: [むだ時間システムの制御], 計測自動制御学会 (1993)
- 2) 秋山 孝夫, 服部 秀郎, 大久保 重範: [むだ時間を含むシステムに関するモデル追従形制御系の設計], 電気学会論文誌 C, 118 巻 4 号, 1998
- 3) 王 大中: [むだ時間系のモデル追従形状態予測制御に関する研究], 修士論文, 山形大学 (2005)