

長方形スキャンによる画像再構成方式の提案

A Proposal of Image Reconstructing Method Based on Rectangular Scanning

齋藤昭宏*, 田山典男*, 光安康人*, 加藤弘典**, 多田明広*, 栗田宏明*, 佐藤宏明*

Akihiro Saito*, Norio Tayama*, Yasuto Mitsuyasu*,
Hironori Kato**, Akihiro Tada*, Hiroaki Kurita*, Hiroaki Sato*

*岩手大学工学部, **富士通ゼネラル

*Faculty of Engineering, Iwate University, **FUJITSU GENERAL LIMITED

キーワード: CT (Computer Tomography), 画像再構成 (Image reconstruction), ウェーブレット (Wavelet),
一様透過性 (Nature to transmit uniformly), 長方形スキャン (Rectangular scanning)

連絡先: 〒020-8551 岩手県盛岡市上田4丁目3番5号 岩手大学 工学部 電気電子工学科 田山研究室
田山典男, Tel. & Fax.: (019)621-6382 E-mail: tayama@pipe.elc.iwate-u.ac.jp

1. はじめに

医療分野¹⁻³⁾で大いなる貢献を果たしているX線CT装置では専らFBP原理が採用されており, 400~1000の多数方向からの投影データを用いている. これは高精細な画像を再構成を行うためであり, 装置が大がかりで高価になっている.

一方産業分野では, 工場や空港でのベルトコンベアなどの流れ工程において, 対象物体を非破壊的検査するために3次元物体として可視化したいという要求が高まっている. そのためには, 導入するコストが低く, 高速に処理できるコンパクトな産業用CT装置の開発が求められている.

本研究では, 対象空間に標本化モデルを導入し, ウェーブレット標本化関数を用いることで局所領域による画像再構成法を検討している⁴⁻⁹⁾. X線源が長方形の周辺上を移動して投影データを採取する長方形スキャン方式を提案する. 長方形スキャン

によるファンビーム状の投影データから平行ビーム状の投影データへ変換する方法を示し, 正しく変換され画像再構成されることを検証する.

2. FMR法

まず画像再構成の基礎となるFMR(Fast Model Reconstruct)法について説明する.

画像を対象とする2次元対象空間において, 遮断空間角周波数 ω_m よりも高い周波数成分を制限した標本化定理を満たす濃度値分布モデルを導入する. このような条件を満たす対象領域の連続空間では, 任意点の濃度値を $f(x, y)$ とすると, $t = \pi/\omega_m$ 間隔以下で標本化された各標本点の濃度値 $f(x_i, y_j)$ と, 標本化関数 $S(x)$ を用いて記述することができる. 対象空間領域を $(n \times n)$ の有限領域とすると, $f(x, y)$

は標本化定理から次のように近似できる．

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} f(x_i, y_j) \cdot S(x-x_i) \cdot S(y-y_j) \quad (1)$$

ここで透過ビーム上の各点での濃度値 $f(x_i, y_j)$ を透過ビームに沿って線積分した値は，投影値 p に等しくなり，式(2)が成り立つ．

$$\begin{aligned} p &= \int_0^L f(x, y) dl \\ &= \int_0^L \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} f(x_i, y_j) \cdot S(x-x_i) \cdot S(y-y_j) dl \end{aligned} \quad (2)$$

ここで透過ビームが対象空間へ侵入する点から脱出する点までの長さを L として，侵入点から透過ビーム上のある点までの長さを l とする．

透過ビームごとに式(2)が成り立つので，これらの連立線形方程式を行列の形で表現することにする．このように定式化すると，投影値ベクトル $p = (p_m)$ は，影響の度合いを表す線積分影響係数行列 $C = (C_{mn})$ と，標本点濃度値ベクトル $f = (f_n)$ により式(3)のように表される． $e = (e_m)$ は誤差ベクトルである．

$$p = C f + e \quad (3)$$

この式(3)の影響係数行列 C は $M \times N$ 行列であり， m 行 n 列の要素が線積分影響係数 C_{mn} である． C は透過ビームの形状や投影方向数，投影方法などから定まるものである．この影響係数行列 C を， $M \times M$ 直交行列 U と $M \times N$ 対角行列 Λ と， $N \times N$ 直交行列 V の転置行列 V^t とに分解することを特異値分解という．

$$C = U \Lambda V^t \quad (4)$$

式(4)の行列 Λ の対角要素は非負値であり，降順に並んでいる．この各要素を特異値という．

式(3)において，再構成の誤差二乗和($\|e\|^2$)を最小にする解 f を求める再構成問題は，種々の一般逆行列のうちでMoore-Penrose型行列¹⁰⁾を求める問題として定式化できる．従って，行列 C がランク落ちしているときには式(5)として表される．求

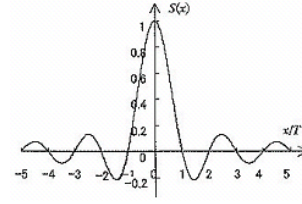


Fig. 1 Sinc関数 $S(x)$

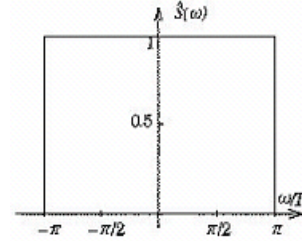


Fig. 2 Sinc関数のフーリエ変換 $\hat{S}(\omega)$

める濃度値ベクトル f は式(6)になる．

$$C^+ = V \Lambda^+ U^t \quad (5)$$

$$f = C^+ p \quad (6)$$

このとき最小二乗解が複数あるので，濃度値ノルム $\|f\|$ が最小となるものを選ぶ． f は最小二乗・最小ノルム解と呼ばれる．式(5)の Λ^+ は， Λ の転置行列の対角要素を逆数に置き換え，さらにランク落ちの起こった対角要素を0にしたものである．

これら C^+ は定数行列であり，あらかじめ計算して蓄えておくことができる．このようにして得られた定数行列 C^+ と計測した投影値 p とを掛け合わせるだけで，最小二乗・最小ノルム解である濃度値ベクトル f を求めることができる．

3. ウェーブレット標本化関数

これまで標本化画像再構成においては，標本化関数としてShannonの標本化関数(Sinc関数)を用いてきた．しかしFig.1に示すように影響領域が局在化しておらず，有限領域で打ち切って使用すると誤差が大きくなるという問題があった．

これに対して，Meyerスケーリング関数 $\phi(x)$ ¹¹⁾では振動の幅が狭く局在性がよいことが分かって

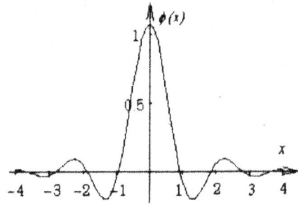


Fig. 3 Meyerスケーリング関数 $\phi(x)$

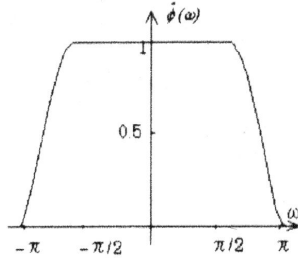


Fig. 4 Meyerスケーリング関数のフーリエ変換 $\hat{\phi}(\omega)$

いる．そこでこのMeyerスケーリング関数に対して，標本化関数の性質を持たせたウェーブレット標本化関数を定式化していくことにする．

まずMeyerウェーブレットでは，スケーリング関数のフーリエ変換 $\hat{\phi}(\omega)$ が，次の性質を持つと定義されている．

- 1) $\hat{\phi}(\omega)$ は無限回微分可能である．
- 2) $\hat{\phi}(\omega)$

$$= \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \frac{2\pi}{3} \\ \cos\left[\frac{\pi}{2}\nu\left(\frac{3}{2\pi}|\omega| - 1\right)\right], & \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{4\pi}{3} \\ 0, & |\omega| \geq \frac{4\pi}{3} \end{cases} \quad (7)$$

ただし， ν は次式を満たす平滑関数である．

$$\nu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}, \quad \nu(x) + \nu(1-x) = 1$$

またウェーブレットのフーリエ変換 $\hat{\psi}(\omega)$ は，式(8)で表現される．

$$\hat{\psi}(\omega) = \begin{cases} e^{i\omega/2} \sin\left[\frac{\pi}{2}\nu\left(\frac{3}{2\pi}|\omega| - 1\right)\right], & \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{4\pi}{3} \\ e^{i\omega/2} \cos\left[\frac{\pi}{2}\nu\left(\frac{3}{4\pi}|\omega| - 1\right)\right], & \frac{4\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{8\pi}{3} \\ 0, & |\omega| \geq \frac{8\pi}{3} \end{cases} \quad (8)$$

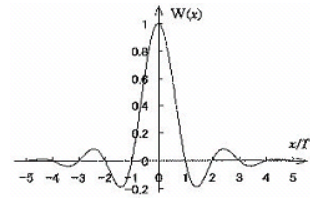


Fig. 5 ウェーブレット関数 $W(x)$

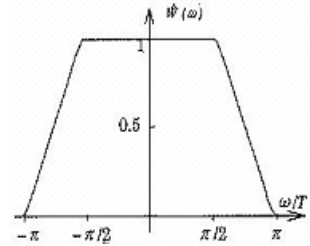


Fig. 6 ウェーブレット関数のフーリエ変換 $\hat{W}(\omega)$

スケーリング関数のフーリエ変換 $\hat{\phi}(\omega)$ は，Fig.4に示すように，角がなく滑らかになり，局在性がよい．フーリエ逆変換を施したスケーリング関数 $\phi(x)$ の形状は，Fig.3のようにすぐ減衰する局在性がよいものになる．

このウェーブレットのスケーリング関数をもとに標本化定理を満たす標本化関数を求める方法についてはすでに知られている．多重解像度解析空間において，有限角周波数の任意信号 $g(x)$ は，スケーリング関数 $\phi(x)$ を用いて一意に表現できる．スケーリング関数 $\phi(x)$ のフーリエ変換を $\hat{\phi}(\omega)$ として，離散フーリエ変換を $\hat{\phi}^*(\omega)$ とすると，標本化定理を満たすウェーブレット標本化関数のフーリエ変換 $\hat{W}(\omega)$ が次式で求められる．

$$\hat{W}(\omega) = \hat{\phi}(\omega) / \hat{\phi}^*(\omega) \quad (9)$$

そこで，式(9)よりフーリエ逆変換を施して，ウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を次式で算出できる．

$$W(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{\phi}(\omega)}{\hat{\phi}^*(\omega)} \cdot e^{j\omega x} d\omega \quad (10)$$

ウェーブレット標本化関数のフーリエ変換 $\hat{W}(\omega)$ をFig.6に，ウェーブレット標本化関数 $W(x)$ をFig.5に示した．このウェーブレット標本化関数 $W(x)$ の形状は，Fig.1のSinc関数 $S(x)$ に比べて，局在性が

改善されている様子が分かる．標本化定理の条件は，角周波数の帯域幅については $-\pi < \omega/T < +\pi$ となり，近似的に満たすことが分かる．今回の実験ではこのウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を採用している．

このように局在性があるウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を用いることで，FMR法と組み合わせると高速化が期待できる．それは従来までのFMR法ではSinc関数 $S(x)$ を採用していたために，ひとつの点を再構成する際にも領域全体からのデータが必要であったが，局在性のあるウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を用いることで局所領域で再構成が可能になる．つまり再構成に必要な部分だけを読み出すだけでよくなり，計算量が大幅に削減可能となった．

4. 長方形スキャン方式

VLSIによる高速な画像再構成を行うために，以下ではあらかじめ蓄えておく一般逆行列 C^+ の係数値の個数を大幅削減する方法を提案する．

そこで本稿では，最初にX線を平行状ビームとして，ビームの入射パターンに規則性を見いだす．次にX線を物体に近づけた状態で投影計測したファン状ビームから平行状ビームへ変換する方法を示す．

4.1 一様透過性

標本空間においてセンサーを固定配置する．するとセンサーに対して水平方向の標本点の各層においては，すべて同じ入射パターンを示すことが分かる．これを「一様透過性」という．Fig.7にその様子を示す．この一様透過性を常に満たすように，標本空間にビームを入射させることで，同一の層に対して1パターンの再構成係数並びを用意しておくだけでよくなり，一般逆行列 C^+ の再構成係数並びを垂直方向の層数分のみ蓄えておくだけでよいことになる．

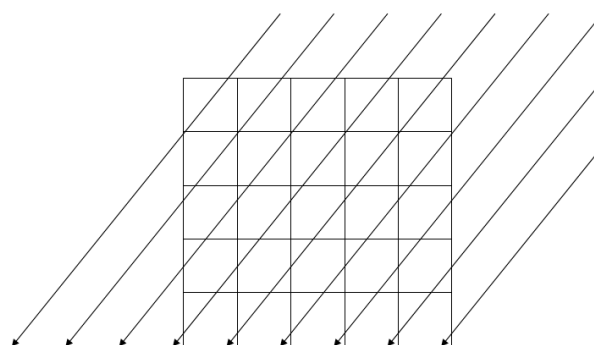


Fig. 7 一様透過性

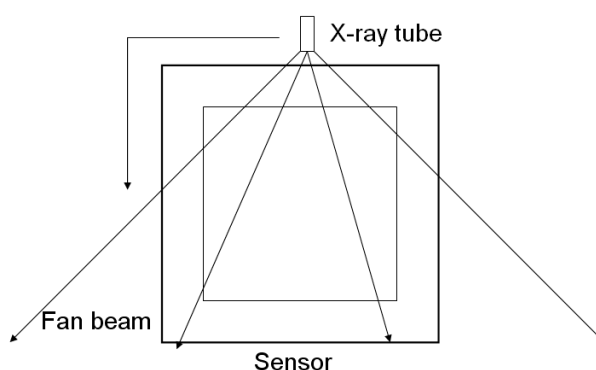


Fig. 8 長方形スキャン

4.2 長方形による投影角度の選定

一様透過性を満たすことで，センサーに対して水平方向では再構成係数並びを大幅削減することができた．さらに，垂直方向にある規則性を持たせることにより，垂直方向でも再構成係数並びを大幅削減する方法を示す．

Fig.8のように，X線源が長方形の周辺を移動しながら，相対応する辺のセンサーで投影値を計測する方法を「長方形スキャン方式」と呼ぶ．ここで，平行ビームの通り方が何層おきかと同じようになるように投影方向の選定を工夫する．

つまり，Fig.9のように長方形の中心画素とその周辺画素とを結ぶビームの方向を投影方向として選定する．この例では 7×7 の正方形であるが，センサーに対して垂直方向に3層おきに平行ビームが入射することが分かる．このように投影方向を選定すると，垂直方向に対しては3パターンの再

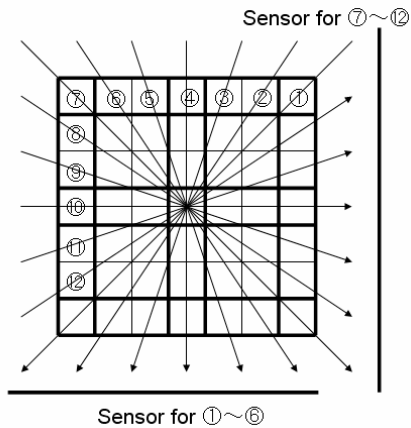


Fig. 9 投影方向の取り方

構成係数並びを蓄えておくだけでよい。大きな再構成領域でも，再構成係数並びを繰り返し使用することができるため，情報量を大幅に削減することができ，VLSIの内部に再構成係数並びを格納することが可能になる。例えば， 1000×1000 の画像では，一様透過性により水平層の1000画素が1画素分の再構成係数並びでよくなるので1000分の1に削減できる。さらに投影角度の選定により，垂直方向の1000画素が3画素分でよくなるので1000分の3に削減できる。

このような長方形スキャン方式を採用することで，装置全体の大きさをコンパクトにすることが期待でき，一様透過性や垂直方向に現れる規則性を活用できるので，専用VLSIのハードウェアの設計が可能になり，高速で安価な画像再構成の可能性が期待でき，実用化に向けて大きな前進となる。

5. 投影データの変換

これまでX線を対象物体から遠く離れた状態で投影計測する平行ビーム投影を想定してきた。装置を小型化する観点からは，X線源を対象物体に近づけた状態で投影計測することが望ましい。そこで本研究では，X線源が長方形の周辺上を移動して，対象物体の近くから扇形ビームを照射する，ファンビーム投影による長方形スキャン方式を提



Fig. 10 原画像(256 × 256)



Fig. 11 再構成画像(256 × 256)

案する。ファンビーム照射で計測された投影データから平行ビーム投影で得られる投影データへ変換することができるならば，これまでの平行ビーム投影での種々の利点を活かすことができる。

ここで平行ビームとは，センサーを基準とした水平方向の標本点層に対して，空間的に平行に入射するビームのことである。本研究では，ファンビーム照射をセンサー上の標本点間隔で時間的に移動させるならば，その計測データの中から平行ビーム投影データを抽出生成することができることに留意する。

本研究ではこの性質を利用し，長方形スキャンによるファンビーム投影データから平行ビーム投影データへ変換することで，これまでの一般逆行列 C^+ に基づく画像再構成を行っている。

6. 実験

Fig.10に示す画像サイズが 256×256 の画像を原画像として，シミュレーション実験を行った。平行ビームに変換した際の投影方向数を40方向，局所

領域サイズを89とした場合の再構成結果をFig.11に示す. このように比較的良好な画像が得られた. 両者の正規化誤差分散をとってみると0.6370である. 再構成の計算時間は, 通常のワークステーションを用いて3.97秒であり, 大変高速であることが分かった.

7. むすび

本研究では, 産業分野向けのX線CT装置の開発を目指して, 画像再構成FMR法にウェーブレット標本化関数 $W(x)$ を導入して, さらに長方形スキャン方式を採用入れた, 新しい画像再構成手法を提案した.

本手法では, 長方形の周辺を移動するX線源からのファンビーム投影データを計測して, 平行ビーム投影データへ変換し, 各方向の投影ビーム間での規則的な透過位置関係を活用する工夫により, 再構成係数並びのデータ量を大幅に削減している.

本手法の主な特色を, 以下に示す.

- 1) 長方形スキャン方式に基づきファンビームで投影計測するので, 装置を小型にできること.
- 2) 再構成の計算構造が規則的であり, 再構成係数並びのデータ量が大幅削減できるので, VLSIにアルゴリズムを搭載して能率よく実行できる可能性が高いこと.

今後の課題は, 具体的検討を進めてX線スキャナ装置を構成し, 再構成を確認評価することである. さらに, 長方形スキャンの電子化を検討し, 超並列アーキテクチャのVLSI設計を行うことである.

本手法は長方形電子スキャンと専用VLSIを導入することにより, ベルトコンベア上でのような高速性が求められる分野でも手ごろな価格で対応できる可能性があり, 産業分野の不可視な対象物体の内部をリアルタイムで画像化する簡易装置の構築可能性が期待される.

参考文献

- 1) 尾上 守夫: 医用画像処理, 朝倉書店(1982).
- 2) 江尻 正員: 画像処理産業応用総覧, フジ・テクノシステム, (1995).
- 3) H. Hiriyannaiah: X-ray Computed Tomography for Medical Imaging, IEEE Signal Processing, Vol.114, No.2 45/59 (1997).
- 4) 田山, 船岡: 緩やかな2次元濃度分布に対する特異値分解による可視化計測, 可視化情報学会誌, 14巻 52号 21/27 (1994).
- 5) 田山, 加藤, 大坊, 長谷川, 杜, 栗田: 傾斜スキャンによるX線投影データ取り込みと3次元画像再構成の実験, 画像電子学会誌, 28巻 2号, 152/160 (1999).
- 6) N. Tayama, H. Du and M. Daibo, H. Kurita, K. Seki: Development of Computed 3D Imaging System from a Few Projections, Proc. IASTED SIP '99, 119/123 (1999).
- 7) H. Du, N. Tayama, M. Daibo, T. Hasegawa and K. Seki: A Computed Imaging System Using Wavelets Sampling Model, Proc. MVA '98, 115/118 (1998).
- 8) 杜, 田山, 渡邊, 関: VLSI向きの極少数方向投影によるウェーブレット部分画像再構成, 画像電子学会誌 30巻 3号, 233/241 (2001).
- 9) 田山, 杜, 大坊: 産業用実時間3次元CTの画像再構成プロセッサ, 計測と制御, 40巻 12号, 907/910 (2001).
- 10) A. Albert: Regression and the Moore-Penrose Pseudo Inverse, Academic Press, New York (1972).
- 11) Y. Meyer: "Wavelets : Algorithms and Applications", SIAM, Philadelphia (1993).