計測自動制御学会東北支部第229回研究集会(2006.6.9)
資料番号229-4

# 既約分解表現を利用した構造物の故障診断

# A Fault Diagnosis of Structure Using Co-prime Factorization

○米田祐輔*，黒沢忠輝*，佐藤勝俊*，大日方五郎**

○Yuusuke Maita*, Tadateru Kurosawa*, Katsutoshi Satou*, Gorou Obinata**

*八戸高専, **名古屋大学

*Hachinohe National College of Technology, **Nagoya University

キーワード：システム同定(System Identification)，故障診断(Fault Diagnosis)，既約分解表現(Co-prime Factorization)，線形分数変換(Linear Fractional Transformation)

連絡先：〒039-1192　青森県八戸市田面木字上野平16–1 八戸工業高等専門学校 機械工学科
黒沢忠輝，Tel.:(0178)27-7272，Fax.:(0178)27-7275，E-mail:kuro-m@hachinohe-ct.ac.jp

## 1.　はじめに

橋梁，高速道路などの老朽化および輸送機器や大規模産業設備などの安全かつ効果的な延命が社会的な重要課題となってきている背景から，構造物や設備機器の状態変化や健全性を客観的かつ経済的に監視できる方法の確立が急務となっている．近年，構造物の健全性を常時にモニターしようとする構造物のヘルスモニタリング[1]と呼ばれる概念が提唱され多くの研究が行われている．しかしながら，従来あるひずみ計などの電気的なセンサや非破壊検査技術によるモニタリングなどは，大型構造物を常時監視するには膨大なセンサ数が必要であることや，その耐久性，信頼性および運営・維持管理費用などの問題点が山積している．これに対し筆者らは線形連続時間系における閉ループ構造の表現方法の一つである既約分解表現の構造を利用して，システム中の指定したパラメータだけを同定する新しい開ループ同定方法を提案した[2]．この手法は従来のヘルスモニタリング技術のような膨大なセンサ計測は必要なく，構造物全体の動特性を表す一定時間長の入出力信号１組が得られればよい．本研究では塔状建築構造物を対象として，加振入力に対する構造物の応答を得る加振実験を行い，提案する同定法の推定精度向上および高速化のための入力の選定指針について検討を行った。

## 2.　同定問題の定式化

### 2.1　左既約分解表現への帰着

同定の対象となるシステムは同定しようとするパラメータを係数として含む１入出力の伝達関数で表現できると仮定する．このモデルに含まれるパラメータをベクトル $p$ で表し，対象システムを$G_p(s)$と表すこととする．物理

パラメータの基準値が事前に知られており，これを$p_0$とする．$G_p(s)$と$G_{p0}(s)$はともに漸近安定であるとし，$G_p(s)$は次のように表現できると仮定する．

$$G_p(s)=\frac{N_0(s)+V(s)R(s)}{D_0(s)-U(s)R(s)} \tag{1}$$

ここで$N_0(s)$，$D_0(s)$，$U(s)$，$V(s)$，$R(s)$は安定プロパな伝達関数であり，$N_0(s)$，$D_0(s)$は$G_{p0}(s)$の既約因子である．すなわち，

$$G_{p0}(s)=\frac{N_0(s)}{D_0(s)} \tag{2}$$

である．もし$U(s)$，$V(s)$が次のBezout方程式

$$N_0(s)U(s)+D_0(s)V(s)=1 \tag{3}$$

を満たすなら，式(1)は，$R(s)$が安定プロパであるとき，コントローラ$U(s)$／$V(s)$によって安定化される全てのシステムを表すことが知られており[3)]，$N_0(s)$，$D_0(s)$，$U(s)$，$V(s)$を既知として$R(s)$を同定することは，システム$G_{p0}(s)$がコントローラ$U(s)$／$V(s)$によって制御されている閉ループの状態での同定法の表現として用いられてきた．しかしこの論文では$U(s)$，$V(s)$が式(3)を満たすことは仮定せず，また閉ループ系での同定問題を扱うものでもない．ただし対象システムの左既約分解表現の構造は利用する．

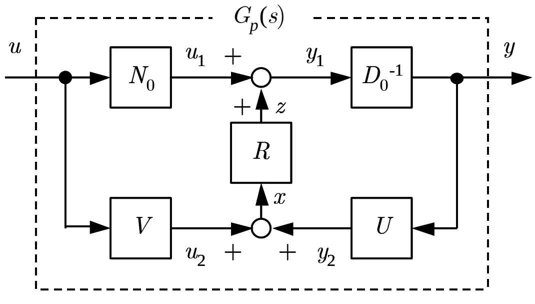



Fig.1　Left co-prime factorization based description of $G_p(s)$

## 2.2　同定問題とその解法

未知パラメータを推定する方法の仮定と手順を以下に示す．

1)　対象システムは１入力１出力系とする．
2)　$G_{p0}(s)$は安定とする．すなわち未知パラメータの基準値$p_0$を$G_{p0}(s)$が安定になるように選べる．
3)　パラメータ$p$の同定には$G_{p0}(s)$の左既約分解に対応した表現(図１)を用いるが，$U(s)$, $V(s)$は式(3)を満足することは求めない．また$N_0(s)$，$D_0(s)$は安定プロパであるとするが，$V^{-1}(s)$が安定プロパであることは求めない．

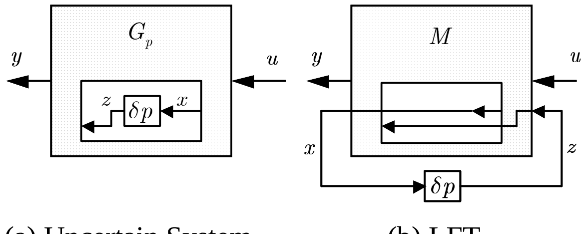
（Step1）未知パラメータベクトルの基準値$p_0$は与えられ，仮定2は満足されるとする．$p_0$に対しての偏差$\delta p$は，ほとんど全てのパラメータについて図2のように線形分数変換(Linear Fractional Transformation, 以後LFTと呼ぶ)を用いて整理できることは知られている[4)]．対象システム$G_p(s)$から未知パラメータの基準値$p_0$からの偏差$\delta p$を分離する．

$$G_p(\delta p)=F_\ell(M,\Sigma) \tag{4}$$

ここで$M$，$\Sigma$は次のような行列である．

$$\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}=M\begin{bmatrix} u \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$z=\Sigma x=\begin{bmatrix} \delta p_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \delta p_n \end{bmatrix} x \tag{5}$$




(a) Uncertain System　　　(b) LFT

Fig.2　Pulling out Uncertain Parameter

（Step2）次に，図2(b)を図1に書き換える．式(5)中の伝達関数を用いて，図1の伝達関数は、

$$\left.\begin{array}{c} N_0 = M_{11}M_{21}^{-1} \\ D_0 = M_{21}^{-1} \\ U = M_{21}^{-1}M_{22} \\ V = M_{12} - M_{11}M_{21}^{-1}M_{22} \\ R = -\delta p_i \end{array}\right\} \tag{6}$$

のように与えられる．この書き換えができるためには，$M_{21}$が可逆である必要がある．これは$D_0(s)$が可逆であることを意味する．

（Step3）書き換えられた図1において$N_0(s)$，$D_0(s)$，$U(s)$，$V(s)$が安定プロパであれば$x$，$z$が入出力$u$，$y$から計算できる．このとき，

$$\left.\begin{array}{c} x(s) = U(s)y + V(s)u \\ z(s) = D_0(s)y - N_0(s)u \end{array}\right\} \tag{7}$$

である．したがって対象システムの入出力$u$，$y$を観測し，式(7)によって$x$，$z$を算出し，$x$から$z$への伝達特性として通常の方法により$R$=diag($\delta p$)を同定することができる．例えば未知パラメータ$R$の同定は次のような方法が考えられる．推定誤差の評価を

$$J = \int_0^T (z(t) - \delta p x(t))^2 dt \tag{8}$$

のように定義すると，最小化の必要条件

$$\frac{dJ}{dp} = 2\delta p \int_0^T x^2(t)dt - 2\int_0^T z(t)x(t)dt = 0 \tag{9}$$

より次式が得られる．

$$\delta p = \frac{2\int_0^T z(t)x(t)dt}{\int_0^T x^2(t)dt} \tag{10}$$

これにより未知パラメータの偏差$\delta p$が一意に算出することができる．

## 2.3　右既約の扱いについて

対象システムの既約化は，左既約と右既約の２通りの方法が存在するが，前述の通り本研究では左既約を主に扱う．ここで本論から見た左既約と右既約の違いをまとめておく．

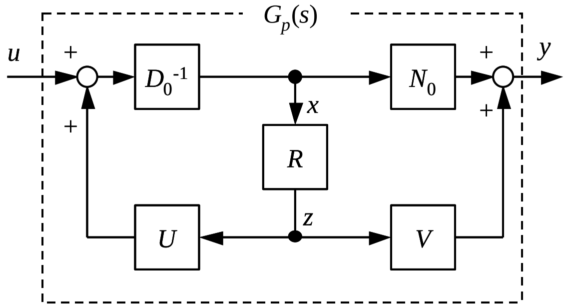



Fig.3　Right Co-prime Factorization Based Description of $G_p(s)$

図3に閉ループ右既約分解表現を示す. ここで対象システム$G_p(s)$の伝達関数は左既約(図1)の場合と同じく式(1)で表される．$R(s)$の前後の入出力$x$，$z$は，左既約の構造では式(7)の形で得られるが，右既約の構造の場合には

$$\left.\begin{array}{c} x = \dfrac{Uy + Vu}{D_0V + N_0U} \\ z = \dfrac{D_0y - N_0u}{D_0V + N_0U} \end{array}\right\} \tag{11}$$

となり，Bezout方程式(3)が成立すれば左既約と右既約は等価であることが知られている．しかし本同定法において，未知パラメータの偏差は，$R(s)$に分離されるとともに単なるゲイン(係数)であり，同定するためには前後の入出力$x$，$z$がわかればよく，左既約と右既約が等価である必要はないため，式(3)を満たすことは考えない．対象システムを閉ループ左既約の構造に帰着させる場合には式(7)を，右既約の場合には式(11)を用いればよい．もちろん左も右も等価となるように式(3)を満たすような因子の設計も可能ではあるだろうが，複雑化を招く場合もあるだろう．これらのことから本論では数式構造の簡単な式(7)を採用している．

# 3.　構造パラメータ推定法

(問題設定)次式で表される簡単な 1 自由度系

$$G_p(s)=\frac{1}{ms^2+cs+k} \tag{12}$$

の各パラメータのうち質量 $m$，粘性 $c$ の値はわかっているが，剛性 $k$ 減衰が未知とする．

(Step.1)対象システムを左既約分解表現に書き換える．この場合の必要条件は，既約因子 $N_0(s)$，$D_0^{-1}(s)$が安定であることと，$D_0(s)$が存在することである．つまり$D_0^{-1}(s)$は可逆かつ安定プロパとなるよう注意を払う必要があり，例えば

$$\frac{1}{(Ts+1)^2} \tag{13}$$

を用いると対象システムの左既約は

$$G_p(s)=N_0D_0^{-1} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned} N_0 &= \frac{1}{(Ts+1)^2} \\ D_0^{-1} &= \frac{(Ts+1)^2}{ms^2+cs+k} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

と表され，$D_0^{-1}(s)$の必要条件を満足することが明らかであるとともに，必要条件を満たす調整の段階で上記のようなフィルタリング設計を施すことが可能であるという特徴を持つ．

(Step.2)　次に開ループである対象システムを，閉ループ左既約分解表現の構造に帰着させる．既知パラメータとして質量$m_0$，粘性$c_0$とし，未知パラメータである剛性$k$を基準値$k_0$と偏差$\delta k$を用いて次のように表す．

$$k=k_0+\delta k \tag{16}$$

次に式(16)を用いて閉ループ左既約分解表現に書き換える．本問題の場合，LFTを行わなくともブロック線図上で行うことができ，次式のように表される．

$$\left.\begin{aligned} N_0(s) &= \frac{1}{(Ts+1)^2} \\ D_0^{-1}(s) &= \frac{(Ts+1)^2}{m_0s^2+c_0s+k_0} \\ U(s) &= \frac{1}{(Ts+1)^2} \\ V(s) &= 0 \\ R(s) &= -\delta k \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

このように未知パラメータの偏差$\delta k$は$R$に単なるゲインとして表されることになる．したがって対象システムの入出力$u$，$y$を観測すれば，式(7)によって$R(s)$の前後の入出力$x$，$z$は算出され，偏差$\delta k$は式(10)により一意に算出することができる．

# 4.　既約分解表現を利用したパラメータ推定と故障診断

## 4.1　加振実験装置

本同定法の有効性を検証するために 1 自由度系を用い加振入力に対する応答実験を行った．図 4 に本実験に用いた実験装置の概要を示す．

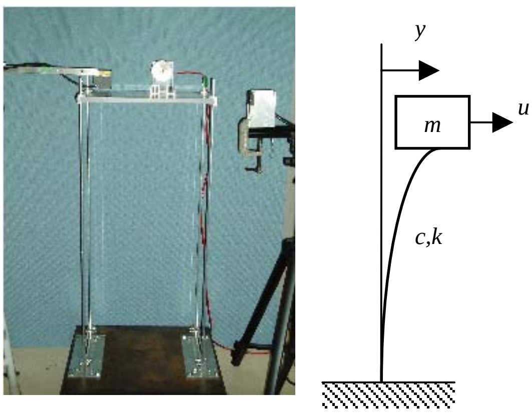



Fig.4　1 Degree of Freedom System

Table.1　Specification

| | | |
|---|---|---|
| *m* | 1.775 | [kg] |
| *c* | 0.157 | [Ns/m] |
| *k* | 730.6 | [N/m] |
| 1st mode | 20.3 | [rad/s] |

はりは本来分布定数系であるが１次モードのみで扱う集中質量系とみなし，天井面の質量質量$m$，はりが持つ粘性$c$および剛性$k$を用いた．各パラメータは，質量$m$については直接測定を，粘性$c$および剛性$k$については自由振動波形の実験とMATLABシミュレーションの重ね合せにより求めて真値とした．求めた各パラメータの真値を表１に示す.

## 4.2　既約分解表現を用いたパラメータ推定と故障診断

対象システムへの入力は，偏心質量を回転させたときの水平方向加速度成分による正弦波入力とし，一定時間の加振を行う．このとき，入力信号は出力が大きくなるように，構造物の固有振動数付近の正弦波を用いる．また出力は質量の変位とし，レーザセンサ測定およびA/D変換後にPCに取り込み，MATLABにより式(7)と式(10)の計算処理を行った．

パラメータの基準値$k_0$は真値とした．つまり推定計算が良好なほど算出される偏差$\delta k$は０に近くなることになる．逆にもし推定精度が良好な場合に偏差が現れたならば，それはパラメータの変化を示すことにもなり，構造部材それぞれの異常を検知することができる．また，本手法は構造パラメータ一つ一つについて計算上でそれぞれ同定器を設計することが可能であり，実際に必要な測定は１対の入出力波形だけであるため非常に簡易である．

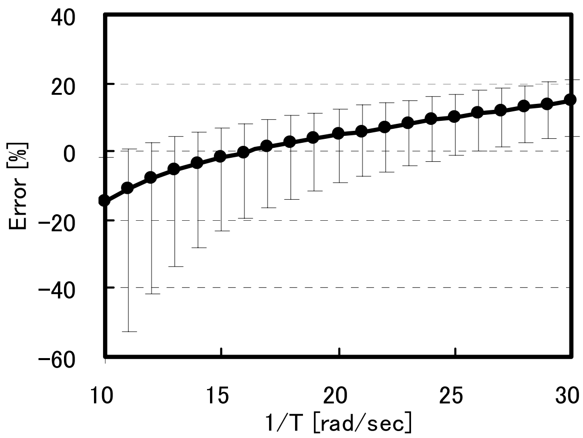



Fig.5　Effect of Cut Off Frequency on the Estimated Calculation

本研究では提案する手法の有効性や高精度な推定のための同定器設計の指針を探る．

### 4.2.1　導入したフィルタリングの影響

対象システムを左既約分解表現に書き換える際の必要条件を満たすために導入したローパスフィルタ式(13)の設計パラメータであるカットオフ周波数$1/T$が推定結果にどのように影響するか検討を行った．サンプリング周波数100[Hz]とし，同定窓を20[sec]として50組の入出力波形を採取し，同定器の設計パラメータ$1/T$を変化させて推定計算を行った結果を図５に示す. 横軸はカットオフ周波数$1/T$を，縦軸は真値からの誤差をパーセント化したものである．また図中の点は50組の推定結果の平均値を表す．図より，採取した入出力波形の良悪により推定誤差は幅広く帯状に分布してしまう. しかし50組の平均値をみると，システムの固有角周波数の手前で推定結果が良好なことがわかる．このことからカットオフ周波数の値を固有振動数付近かやや手前に設定して推定計算を行うことで，推定精度を向上させることができる．

#### 4.2.2　サンプリング長の影響

実際に機械や構造物の動特性を測定する場合には，一時的に設置して行うにしろ，常時設置して測定を連続的に行うにしろ，計測システムは廉価で，かつ測定が容易であることが望ましい．計測を高精度に行おうとしてサンプリング周波数を高めれば，それだけ計測システムの演算処理部が高価になる．またデータ長や採取回数が大きくなれば，記憶容量の増大を招く．そこで本同定法を用いた場合，推定精度に及ぼすデータ長の影響について実験的に検討を行った．前述の１自由度系について，測定サンプリング周波数とデータ長を変え，50組の測定を行った結果を図６に示す．横軸は同定計算処理に用いたデータの時間長を，縦軸は真値からの誤差の平均値を表す．図中，各点は測定するサンプリング周波数ごとの50組の平均値を表す．どのサンプリング周波数においても，同定窓が約5[sec]以降になると推定結果がほぼ一定になることがわかる．また，サンプリング推定結果が良好な範囲は200[Hz]付近であり，高精度化を目指してサンプリング周波数を大きくすると，逆に推定誤差が大きくなる結果となった．適したサンプリング周波数が存在すると考えることもできるが，さらなる熟慮が必要である．

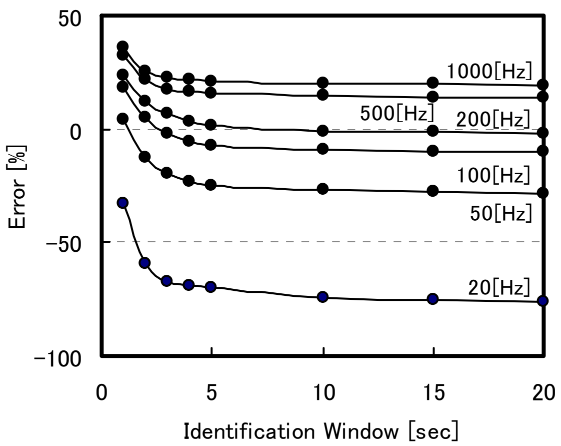



Fig.6　Effect of Sampling Length on the Estimated Calculation

## 5.　おわりに

1自由度系を対象として，加振入力に対する構造物の応答実験を行い，提案する同定法の推定精度向上について検討を行った。得られた結果を以下に示す．

(1)　既約化のために導入したフィルタリングの適した設計により，推定精度の向上を見込めることがわかった．

(2)　データ長は，ある一定時間長さえあれば推定精度が保てることがわかった．

## 6.　文献

1)例えば，山本鎮男(編著) : ヘルスモニタリング，共立出版(1991).

2)大日方，黒沢，川合 : 日本機械学会論文集C編，70巻，691号，106/109，(2004).

3)K. Zhou, J. C. Doyle, K. Glover: Robust and Optimal Control, Prentice-Hall, (1996).

4)S. Boyd, C. Barratt: Linear Controller Design - Limits of performance -, Prentice Hall, (1991).