

# 低折返しマルチレベルFIRフィルタのための 非最大間引きフィルタバンクの設計と実装

## Design and Implementation of Oversampled Filter Banks for Multilevel FIR Filters with Low Aliasing

河野健, 高沢剛史, 阿部正英, 川又政征

Ken Kouno, Takashi Takazawa, Masahide Abe, Masayuki Kawamata

東北大学大学院工学研究科

Graduate School of Engineering, Tohoku University

キーワード : 非最大間引きフィルタバンク (oversampled filter bank), マルチレベルフィルタ (multilevel filter), 不等分割フィルタバンク (nonuniform filter banks), 反復最小2乗法 (iterative least-squares technique), 低折返し (low-aliasing), 低遅延 (low-delay), 音響信号処理 (acoustic signal processing)

連絡先 : 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-05 東北大学大学院 工学研究科 電子工学専攻 川又研究室  
河野健, Tel.: (022)795-7095, Fax.: (022)263-9169, E-mail: kouno@mk.ecei.tohoku.ac.jp

### 1. はじめに

フィルタバンクは, 並列接続された複数のデジタルフィルタで構成され, 信号の周波数成分分析と処理を目的とするシステムである. 人間の聴覚システムは一種のフィルタバンクのように振る舞い, 低域周波数ほど高分解能になるという対数的な周波数分解能をもつことが知られている<sup>1)</sup>. したがって, そのようなフィルタバンクは音響信号の分析に有用である. 対数的な周波数分解能をもつ分析システムの例として最もよく知られるのがオクターブバンドフィルタバンクである. オクターブバンドフィルタバンクの設計は帯域分離フィルタの縦続接続構造 (木構造フィルタバンク) に基づき, その帯域分離フィルタとしてQMF (quadrature mirror filter) バンクなどの2チャンネル最大間引きフィルタ

バンクが一般的に使用される<sup>2,3)</sup>.

一般的なフィルタバンクでは, 入力信号はフィルタにより複数の周波数帯域に分割され, 間引きと伸張の操作の後, フィルタを通して出力信号が再構成される. 多くの場合, 再構成された信号には3つの基本的な歪み—折返しと振幅歪み, 位相歪み—が含まれる. これらの歪みを発生させないシステムは完全再構成システムとよばれる. 音響信号のための分析システムでは, フィルタバンクの各周波数帯域のゲインを独立に変更することがしばしば必要になる. すなわち, 各周波数帯域のゲインを自由に調節できるデジタルフィルタが要求される. このような特徴をもつフィルタはマルチレベルフィルタとよばれる. 最大間引きフィルタバンクにおけるゲインの変更は更なる折返しを発生させる. フィルタバンクにおいて, ゲインの

変更により発生した折返しを完全に除去することは不可能である．高沢ら<sup>4,5)</sup>は，非最大間引きフィルタバンクを用いてこの問題を解決した．非最大間引きフィルタバンクにおけるゲインの変更は折返しを低減させることができる．更に，文献<sup>6)</sup>では，非最大間引きフィルタバンクの設計のために反復最小2乗法<sup>7,8)</sup>に基づく設計アルゴリズムが導入された．このアルゴリズムは，フィルタバンクの実際の応答と理想の応答の間の誤差によって決まる重み付き目的関数を最小化し，大きな阻止域減衰量と低遅延特性をもつ近似的な完全再構成フィルタバンクを効率的に設計することができる．しかしながら，設計されたフィルタバンクが規定された設計仕様を満たすことは保証されていない．

本論文では，文献<sup>6)</sup>の反復アルゴリズムを用いて非最大間引きフィルタバンクを設計し，新たに定義された3つの尺度によりその性能を評価する．この結果により，フィルタバンクの性能と目的関数における重みパラメータの関係を示す．更に，フィルタバンクの規定された設計仕様に基づき，フィルタの次数と遅延の様々な組合せに対する性能の限界を明らかにする．この結果から，反復アルゴリズムを用いて設計された分析システムについて，音響信号のための実用的な分析システムに対する適用可能性を検討する．

## 2. フィルタバンクシステム

図1は，分析バンクと合成バンクで構成されるフィルタバンクの一般的な構造を示す．分析側では，入力信号 $x(n)$ は，分析フィルタ $H_l(z)$ により $L$ 個の周波数帯域に分割された後，因子 $S_l$ で間引かれ，帯域分割信号 $v_l(n)$ が生成される．合成側では，伸張器により帯域分割信号間に零値サンプルが挿入され，合成フィルタにより補間サンプルに変換される．最後にすべてのチャンネルの合計により，出力信号 $\hat{x}(n)$ を得る．図1に示されるフィルタバンク

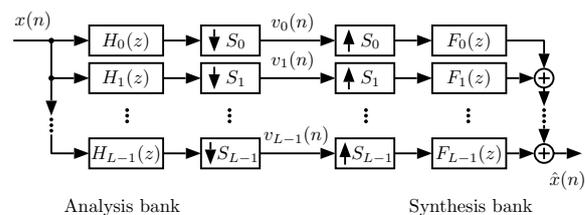


図1 フィルタバンク構造

Fig. 1 Structure of filter banks.

において，再構成された信号は文献<sup>8)</sup>により(1)式で与えられる．

$$\hat{X}(z) = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{S_l-1} \underbrace{\frac{1}{S_l} F_l(z) H_l(z W_{S_l}^m)}_{T_{l,m}(z)} X(z W_{S_l}^m) \quad (1)$$

ここで， $\hat{X}(z)$ と $X(z)$ はそれぞれ $\hat{x}(n)$ と $x(n)$ の $z$ 変換であり， $W_{S_l}$ は変調因子 $e^{-j(2\pi/S_l)}$ である．シフトされた $X(z W_{S_l}^m)$ は間引きと伸張の操作により発生する項であり， $m$ 次の折返し項とよばれる． $T_{l,m}(z)$ は各チャンネル $l$ における異なる $m$ 次の折返し項の伝達関数である．折返しを消去するためには， $m > 0$ の折返し項が零，つまり，

$$T_{l,m}(z) = 0, \quad l = 0, \dots, L-1, \\ m = 1, \dots, S_l - 1 \quad (2)$$

とならなければならない．もし(2)式が満足されれば，(1)式は簡単になり(3)式で書かれる．

$$\hat{X}(z) = \sum_{l=0}^{L-1} \frac{1}{S_l} F_l(z) H_l(z) X(z) \quad (3)$$

したがって，全体の伝達関数は(4)式となる．

$$T(z) = \sum_{l=0}^{L-1} \frac{1}{S_l} F_l(z) H_l(z) \quad (4)$$

フィルタバンクは，まだ2つの基本的な歪み—振幅歪みと位相歪み—をもっている．もし $|T(e^{j\omega})|$ が一定値でなければ振幅歪みがあり，もし $T(z)$ が非線形位相をもてば位相歪みがある．

もし折返しが完全に消去され， $T(z)$ が遅延のみ（すなわち， $T(z) = cz^{-K}$ ， $c \neq 0$ ）となるように $H_l(z)$ と $F_l(z)$ が設計されれば，そのシステムは折

返しと振幅歪み，位相歪みをもたない．そのようなシステムは $\hat{x}(n) = cx(n - K)$ を満足し，それゆえ完全再構成システムとよばれる．文献 3)では，これらの歪みのいくつかあるいはすべてが除去されるようにフィルタバンクを設計できるということが示されている．

### 3. 低折返しマルチレベルフィルタ

マルチレベルフィルタは典型として次のような応答をもつ：周波数軸が無数の領域に分割される，各領域では応答がある一定値をとる，これらの領域間には遷移帯域がある．それゆえ，マルチレベル応答は低域通過応答や帯域通過応答の一般化であるといえる．マルチレベルフィルタを設計する一方法は，対応する応答をもつフィルタバンクを設計することである．しかしながら，そのようなフィルタバンクを設計する場合，折返し誤差が必ず発生する．この問題を解決するために，非最大間引きフィルタバンクが用いられる<sup>4,5)</sup>．本章では，非最大間引きフィルタバンクを用いた低折返しマルチレベルフィルタの設計法を説明する．また，音響信号のための分析システムを設計するために，木構造フィルタバンクに基づく不等分割フィルタバンクの設計法を説明する．そして，文献 4,5)により提案された1/2オクターブバンドフィルタバンクについて概説する．

#### 3.1 非最大間引きフィルタバンク

非最大間引きフィルタバンクは(5)式を満足する間引き因子をもつ．

$$\sum_{l=0}^{L-1} \frac{1}{S_l} \geq 1 \quad (5)$$

更に，非最大間引きフィルタバンクは，帯域通過信号のための標本化定理を満たし，折返しを避けるように注意深く設計されなければならない．

もし帯域通過信号のための標本化定理に反すれ

ば，元の帯域分割信号は間引きにより不可逆的に変えられてしまう．つまり，折返しが発生する．その標本化定理を満足するためには， $l$ 番目のチャンネルにおいて，間引きされていない信号の帯域が(6)式の2つの連続する周波数点間に完全に収まることが要求される．

$$\frac{\omega}{\pi} = \frac{i}{S_l}, \quad i = 1, 2, \dots, S_l - 1 \quad (6)$$

これは，すべての分析フィルタ $H_l(z)$ が次の2つの条件を満足するように周波数領域に位置しなければならないことを意味する：

- フィルタ出力信号が帯域通過信号のための標本化定理に反することなく，
- 入力信号の再構成のためにすべての周波数点が少なくとも1つのフィルタで覆われる．

実際のシステムでは，理想的なフィルタの実装は不可能であるので，分析フィルタは阻止域にスペクトル成分をもつ．それゆえ，帯域通過信号のための標本化定理は厳密には満足されない．通常は，十分大きな阻止域減衰量をもつフィルタを使用することで，許容できるレベルまで不要な成分を減らして折返しを低減することができる<sup>8)</sup>．

マルチレベルフィルタは，フィルタバンクのサブバンドに導入されたゲイン因子により容易に実装される．フィルタバンクのサブバンドゲインの変更は図 2に示されるような振幅応答を与え，すべてのフィルタの阻止域成分を少なくとも増幅させることはなく，むしろ減衰させる．非最大間引きフィルタバンクの場合，これは折返しの減少につながり，結果として低折返しマルチレベルフィルタが設計される．

#### 3.2 不等分割フィルタバンク

多分割フィルタバンクには，等分割フィルタバンクと不等分割フィルタバンクがある．等分割フィ

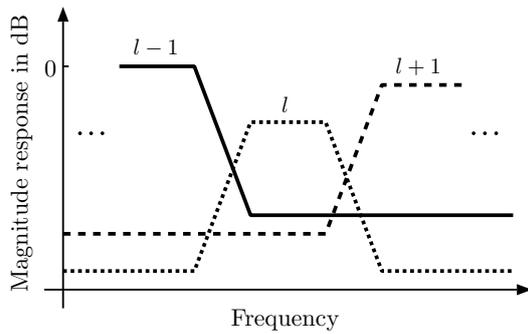
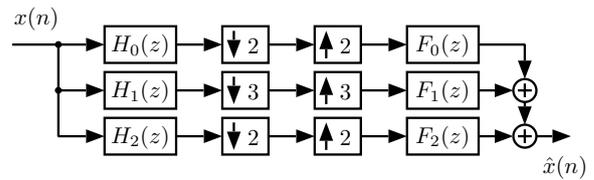


図2 フィルタバンクのサブバンドゲインの変更

Fig. 2 Modification on subband gains of a filter bank.

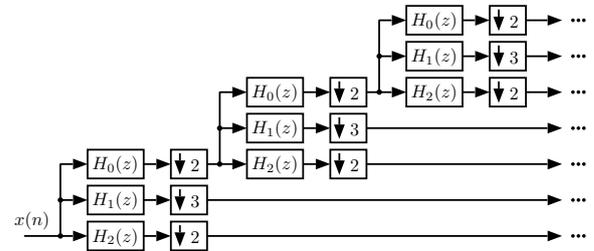
ルタバンクではすべてのチャンネルの帯域幅が等しい．実用上の観点から見れば，等分割フィルタバンクはFFT (fast Fourier transform) を使って実装できるため非常に魅力的であり，周波数分析器などに広く利用されている．一方，不等分割フィルタバンクを利用する必要がある応用もいくつかある．これらのシステムでは，与えられたスペクトルは異なる帯域幅のサブスペクトルに分割される．特に，対数的な周波数分解能をもつフィルタバンクは信号の多重解像度解析に有用である．その例として最もよく知られるのがオクターブバンドフィルタバンクである．

不等分割フィルタバンクの実装には，FFTのように効率的な変換手法は存在しない．しかしながら，多くの場合，不等分割フィルタバンクは木構造（またはマルチステージ技術）を用いて効率的に実現できる．このようなシステムを木構造フィルタバンクという．木構造フィルタバンクは分析または合成バンクの縦続接続により構成される．ここで，分析（または合成）バンクは特に帯域分離フィルタとよばれる．分析木では，帯域分離フィルタからの各出力信号は追加された帯域分離フィルタに入力される．ここで，追加された帯域分離フィルタは必ずしも同一の分析バンクであるとは限らない．合成木も逆順で同様の木構造をもつ．木の段（レベル）が増えるほど，全体のフィルタ



(a) 3チャンネル非最大間引きフィルタバンク

(a) Three-channel oversampled filter bank.



(b) 3レベル木構造フィルタバンク

(b) Three-level tree-structured filter bank.

図3 1/2オクターブバンドフィルタバンクの例

Fig. 3 Example of half-octave-band filter banks.

バンクシステムはより高い周波数分解能をもつ．すなわち，木構造フィルタバンクは，低次のフィルタを縦続接続することで高次のフィルタと同等の分解能をもつシステムを構成できる．したがって，木構造フィルタバンクは与えられたスペクトルの多帯域分割を効率的に実装するのに役立つ．もし帯域分離フィルタとして同一の分析（または合成）バンクが再帰的に使用されれば，多帯域分割はより効率的に実装される．

対数的な周波数分解能をもつフィルタバンクは，対数的な木を用いて実装できる．対数的な木では，帯域分離フィルタの最も低域の出力信号だけが追加された帯域分離フィルタに入力される．文献(4,5)では，図3(b)に示された対数的な木構造フィルタバンクを用いて1/2オクターブバンドフィルタバンクが設計された．図3(b)では，同一の帯域分離フィルタとして図3(a)に示された3チャンネル非最大間引きフィルタバンクが用いられている．

## 4. 反復最小2乗法に基づくフィルタバンクの設計法

文献 6)では, 非最大間引きフィルタバンクを設計するために反復最小2乗法<sup>7,8)</sup>が用いられた. フィルタバンクの実際の応答と理想の応答の間の誤差で定義された目的関数を反復最小2乗法により最小化することで, 所望の応答特性をもつフィルタバンクが設計される. 本章では, 目的関数の定義と反復アルゴリズム<sup>6)</sup>を概説する. そして, 例として図 3(a)に示された3チャンネル非最大間引きフィルタバンクをこの手法により設計し, 図 3(b)と同様にして1/2オクターブバンドフィルタバンクを設計する.

### 4.1 目的関数の定義

所望の応答特性をもつ非最大間引きフィルタバンクを設計するために, 目的関数は(7)式で定義される.

$$E = E_1 + \alpha E_2 + \beta E_3 \quad (7)$$

ここで,  $E_1$ と $E_2$ ,  $E_3$ はそれぞれ再構成誤差と阻止域エネルギー, 隣接遷移域合成誤差であり,  $\alpha$ と $\beta$ は両方とも正の重みである.

#### 4.1.1 再構成誤差

再構成誤差は, フィルタバンク全体のインパルス応答 $t$ と指定された遅延 $2k_d$ をもつ単位インパルス信号 $v$ の間のユークリッド距離として定義され, (8)式で表される.

$$E_1 = \|t - v\|^2 \quad (8)$$

もし折返しが十分低減されれば, フィルタバンク全体の伝達関数は近似的に(4)式で与えられる. したがって, フィルタバンク全体のインパルス応答は分析フィルタと合成フィルタのたたみ込みと

して(9)式で表される.

$$t(n) = \sum_{l=0}^{L-1} \frac{1}{S_l} (f_l(n) * h_l(n)) \quad (9)$$

ここで,  $*$ はたたみ込みを示す. 行列表現では, 全体のインパルス応答は(10)式で表される.

$$t = \begin{bmatrix} \frac{1}{S_0} \mathbf{H}_0 & \frac{1}{S_1} \mathbf{H}_1 & \dots & \frac{1}{S_{L-1}} \mathbf{H}_{L-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{L-1} \end{bmatrix} = \mathbf{H} \mathbf{f} \quad (10)$$

ここで, 行列 $\mathbf{H}_l$ とベクトル $f_l$ はそれぞれ以下で与えられる.

$$\mathbf{H}_l = \begin{bmatrix} h_l(0) & 0 & \dots & 0 \\ h_l(1) & h_l(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h_l(N) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_l = \begin{bmatrix} f_l(0) \\ f_l(1) \\ \vdots \\ f_l(N) \end{bmatrix}$$

よって, 再構成誤差は(11)式で与えられる.

$$E_1 = \|\mathbf{H} \mathbf{f} - v\|^2 \quad (11)$$

本論文では, 文献 6)におけるフィルタバンクの設計と同様に, 合成フィルタ $f$ は分析フィルタ $h$ と同じであるとする.

#### 4.1.2 阻止域エネルギー

分析バンクの阻止域エネルギーは, 分析フィルタ $h_l(n)$ の阻止域エネルギーの和として(12)式で表される.

$$E_2 = \sum_{l=0}^{L-1} \int_{\omega_{SB}} \left| \frac{H_l(e^{j\omega})}{\sqrt{S_l}} \right|^2 d\omega \quad (12)$$

ここで,  $\omega_{SB}$ は阻止域の周波数範囲を示す. 分析フィルタ $h_l(n)$ の阻止域エネルギーは行列表現によ

り(13)式で表される．

$$E_{2,l} = \left\| \frac{1}{\sqrt{S_l}} \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\omega_{l,0}} & \dots & e^{-j\omega_{l,0}N} \\ 1 & e^{-j\omega_{l,1}} & \dots & e^{-j\omega_{l,1}N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j\omega_{l,m}} & \dots & e^{-j\omega_{l,m}N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_l(0) \\ h_l(1) \\ \vdots \\ h_l(N) \end{bmatrix} \right\|^2$$

$$= \left\| \frac{1}{\sqrt{S_l}} \mathbf{P}_l \mathbf{h}_l \right\|^2 \quad (13)$$

ここで， $N$ はフィルタの次数を示す．また， $\omega_{l,m}$ は分析フィルタ $h_l(n)$ の阻止域全体を覆う周波数点を示し，それゆえ行列 $\mathbf{P}_l$ は分析フィルタ $h_l(n)$ の周波数仕様を表す．(13)式から，分析バンクの阻止域エネルギーは(14)式で表される．

$$E_2 = \|\mathbf{P}\mathbf{h}\|^2 \quad (14)$$

ここで，行列 $\mathbf{P}$ は，行列 $\mathbf{P}_l/\sqrt{S_l}$ を対角要素にもつ行列として以下で与えられる．

$$\mathbf{P} = \text{diag} \left[ \frac{\mathbf{P}_0}{\sqrt{S_0}} \quad \frac{\mathbf{P}_1}{\sqrt{S_1}} \quad \dots \quad \frac{\mathbf{P}_{L-1}}{\sqrt{S_{L-1}}} \right]$$

#### 4.1.3 隣接遷移域合成誤差

低遅延特性をもつフィルタバンクを設計する際，分析フィルタと合成フィルタの振幅応答にこぶ状の隆起が発生することが報告されている<sup>7)</sup>．著者らの実験でも，フィルタの遷移域において同様のこぶ状隆起の発生が確認された．以下では，このこぶ状隆起を遷移域誤差とよぶ．この問題を解決するために，(15)式で表される第3の項が目的関数に追加される．

$$E_3 = \sum_{l=0}^{L-2} \int_{\omega_{\text{TB}}} \left| \frac{H_l(e^{j\omega})}{\sqrt{S_l}} + \frac{H_{l+1}(e^{j\omega})}{\sqrt{S_{l+1}}} - e^{-j\omega k_d} \right|^2 d\omega \quad (15)$$

本論文では，(15)式で表される項を隣接遷移域合成誤差とよぶ．ここで， $\omega_{\text{TB}}$ は隣接するフィルタ間の遷移域の周波数範囲を示す．すなわち，もしチャンネル $l+1$ のフィルタがチャンネル $l$ のフィルタよりも高域側に通過域をもつならば， $\omega_{\text{TB}}$ の範囲は，チャンネル $l+1$ のフィルタの低域側阻止域端からチャンネル $l$ のフィルタの高域側阻止域端までである．

行列表現では，隣接遷移域合成誤差は(16)式で

表される．

$$E_3 = \left\| \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{Q}_0}{\sqrt{S_0}} & \frac{\mathbf{Q}_0}{\sqrt{S_1}} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\mathbf{Q}_1}{\sqrt{S_1}} & \frac{\mathbf{Q}_1}{\sqrt{S_2}} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \frac{\mathbf{Q}_{L-2}}{\sqrt{S_{L-2}}} & \frac{\mathbf{Q}_{L-2}}{\sqrt{S_{L-1}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_0 \\ \mathbf{h}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{L-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{u}_0 \\ \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{L-2} \end{bmatrix} \right\|^2$$

$$= \|\mathbf{Q}\mathbf{h} - \mathbf{u}\|^2 \quad (16)$$

ここで，行列 $\mathbf{Q}_l$ とベクトル $\mathbf{u}_l$ はそれぞれ以下で与えられる．

$$\mathbf{Q}_l = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\omega_{l,0}} & \dots & e^{-j\omega_{l,0}N} \\ 1 & e^{-j\omega_{l,1}} & \dots & e^{-j\omega_{l,1}N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j\omega_{l,m}} & \dots & e^{-j\omega_{l,m}N} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_l = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_{l,0}k_d} \\ e^{-j\omega_{l,1}k_d} \\ \vdots \\ e^{-j\omega_{l,m}k_d} \end{bmatrix}$$

また， $\omega_{l,m}$ は周波数範囲 $\omega_{\text{TB}}$ を覆う周波数点を示す．

## 4.2 最小化のための反復アルゴリズム

上記の定義を用いて(7)式を行列表現に書き直し，分析フィルタと合成フィルタが等しいとすると，目的関数は(17)式で表される．

$$E = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \sqrt{\alpha}\mathbf{P} \\ \sqrt{\beta}\mathbf{Q} \end{bmatrix} \mathbf{h} - \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{0} \\ \sqrt{\beta}\mathbf{u} \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (17)$$

目的関数 $E$ を最小化するために，表1に示された反復最小2乗法に基づく設計アルゴリズムが用いられる．表1において， $\varepsilon$ は許容誤差であり， $\tau$ は平滑化パラメータ( $0 < \tau < 1$ )である．Step 3において $E$ の最小点は(20)式で得られる．

$$\mathbf{h}_{\min} = \left( \mathbf{H}^T \mathbf{H} + \text{Re}(\alpha \mathbf{P}^H \mathbf{P} + \beta \mathbf{Q}^H \mathbf{Q}) \right)^{-1} \times \left( \mathbf{H}^T \mathbf{v} + \text{Re}(\beta \mathbf{Q}^H \mathbf{u}) \right) \quad (20)$$

表 1 反復アルゴリズムの手順

Table 1 Procedure of the iterative algorithm.

- Step 1: フィルタ係数の初期値を  $h^{(0)}$  とする ( $i = 0$ ).
- Step 2:  $h^{(i)}$  から  $H^{(i)}$  を形成する.
- Step 3:  $E^{(i)}$  の最小点  $h_{\min}^{(i)}$  を計算する.
- Step 4: (18) 式で終了条件を確認する.

$$\|h^{(i)} - h_{\min}^{(i)}\|^2 < \varepsilon \quad (18)$$

もし (18) 式が真なら結果として  $h^{(i)}$  を出力し終了する.

- Step 5: (19) 式によりフィルタ係数を更新する.

$$h^{(i+1)} = (1 - \tau)h_{\min}^{(i)} + \tau h^{(i)} \quad (19)$$

$i = i + 1$  として Step 2 へ.

ここで, T は転置を示し, H は共役転置を示す.  $h_{\min}$  の導出については文献 6) を参照されたい.

この反復アルゴリズムの収束性について, 厳密な証明はまだ示されていない. 著者らの実験において, フィルタ係数の初期値として遅延  $k_d$  をもつ単位インパルス信号を用いると, 多くの場合に対してこのアルゴリズムは収束することが確認された.

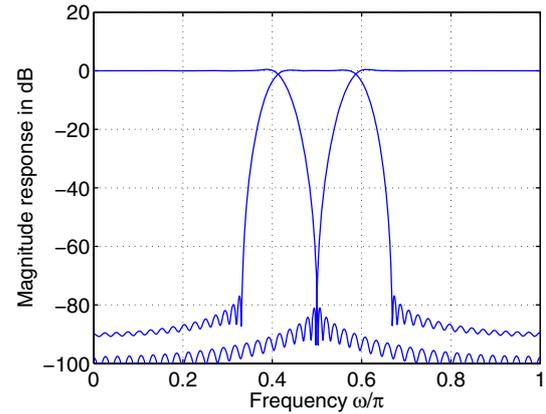
### 4.3 1/2オクターブバンドフィルタバンクの設計例

上記の反復アルゴリズムによる設計の例として, 図 3(a) に示された 3 チャンネル非最大間引きフィルタバンクを設計する. 更に, 図 3(b) と同様の木構造を用いて 1/2 オクターブバンドフィルタバンクの設計例を示す.

3 チャンネル非最大間引きフィルタバンクの設計に用いられたパラメータの設定は以下のとおりである.

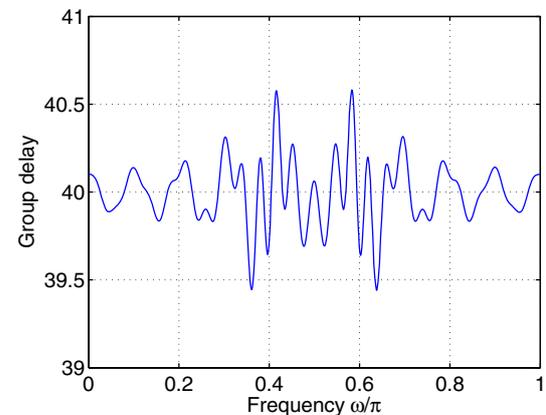
$$N = 70, \quad k_d = 20, \quad \alpha = 100, \quad \beta = 2.0 \times 10^{-5}, \\ \varepsilon = 1.0 \times 10^{-15}, \quad \tau = 0.5$$

フィルタバンクの設計は 40 回の反復計算を要した.



(a) 分析フィルタの振幅応答

(a) Magnitude responses of analysis filters.



(b) フィルタバンクの群遅延

(b) Group delay of the filter bank.

図 4 3チャンネル非最大間引きフィルタバンクの応答

Fig. 4 Responses of a three-channel oversampled filter bank.

設計されたフィルタバンクの周波数応答は図 4 に示される. 図 4(a) は分析フィルタの振幅応答を示す. この図において振幅応答は正規化されている. また, 図 4(b) はフィルタバンクの群遅延を示す. この結果から, 設計されたフィルタバンクは近似的に線形位相をもつことが分かる.

設計されたフィルタバンクを同一の帯域分離フィルタとし, 4 レベル木構造をもつ 1/2 オクターブバンドフィルタバンクが設計された. 木構造は, 図 3(b) と同様に, 最も低域のフィルタ出力信号だけを追

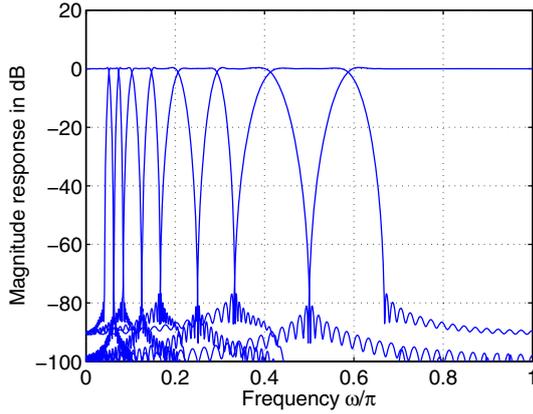


図 5 4レベル木構造をもつ1/2オクターブバンドフィルタバンクの振幅応答

Fig. 5 Magnitude responses of a half-octave-band filter bank with a four-level tree-structure.

加された帯域分離フィルタに入力する．結果として得られた分析フィルタの振幅応答は図 5 に示される．

## 5. 低遅延フィルタバンクの性能

フィルタ設計において，設計されたフィルタが規定された仕様を満たすことを保証することは重要である．4章の反復アルゴリズムでは，4つのパラメータ— $N$ と $k_d$ ， $\alpha$ ， $\beta$ —によりフィルタバンクの性能が決定される．しかしながら，設計されたフィルタバンクが規定された仕様を満たすことを保証するパラメータの組合せを見つけることは難しい．それゆえ，設計に用いられるパラメータとフィルタバンクの性能の関係を明らかにすることが要求される．

本章では，はじめに，フィルタバンクの性能を評価するための尺度を定義する．そして，この性能尺度を用いて重み $\alpha$ と $\beta$ の組合せと性能の関係を示す．次に，フィルタバンクの適切な設計仕様を与える．この仕様を満たすことを保証するパラメータの組合せを見つけるために，フィルタの次

数 $N$ と遅延 $k_d$ の様々な組合せに対して性能の限界を調べる．この結果から，反復アルゴリズムを用いて設計された分析システムについて，音響信号のための実用的な分析システムに対する適用可能性を検討する．

### 5.1 フィルタバンクの性能尺度

フィルタバンクの性能評価のために3つの尺度—最大再構成誤差と最小阻止域減衰量，最大遷移域誤差—を以下で定義する．

- 最大再構成誤差 ( maximum reconstruction error; MRE )

$$\text{MRE} = \max_{\omega} |20 \log_{10} |T(e^{j\omega})|| \quad (21)$$

- 最小阻止域減衰量 ( minimum stopband attenuation; MSA )

$$\text{MSA} = \min_l \left( \min_{\omega \in \omega_{\text{SB}}} \left| 20 \log_{10} \left| \frac{H_l(e^{j\omega})}{\sqrt{S_l}} \right| \right| \right) \quad (22)$$

- 最大遷移域誤差 ( maximum transition-band error; MTE )

$$\text{MTE} = \max_l \left\{ \max_{\omega} \left( 20 \log_{10} \left| \frac{H_l(e^{j\omega})}{\sqrt{S_l}} \right| \right) \right\} \quad (23)$$

ここで，3つの尺度の単位はdBである．

反復アルゴリズムは，再構成誤差と阻止域エネルギー，隣接遷移域合成誤差をそれぞれ重み1と $\alpha$ ， $\beta$ により最小化し，結果として対応する性能をもつフィルタバンクが設計される．もちろんこの性能はフィルタの次数 $N$ と遅延 $k_d$ にも依存する．もし次数と遅延に制限がある場合において厳しい仕様が与えられれば，すべての仕様が満足されるとは限らない．これは，3つの性能が互いにトレードオフの関係にあるためである．固定された次数と遅延をもつフィルタバンクにおける性能のトレードオフを調べるため，重み $\alpha$ と $\beta$ の組合せに対する

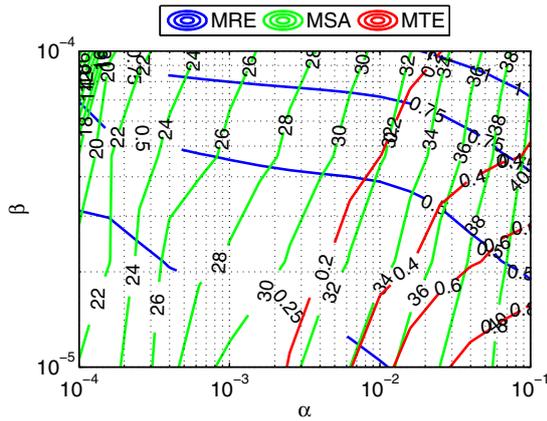


図 6 重みパラメータと性能の関係を示す等高線プロット

Fig. 6 Contour plots of relationships between weighting parameters and performance.

3つの性能の値が測定された．図 6は， $N = 70$ と  $k_d = 10$ をもつフィルタバンク（図 3(a)）の性能の等高線プロットを示す．ここで，MREとMSA，MTEはそれぞれ0.25 dBと2 dB，0.2 dBの間隔を置いて表示されている．この等高線プロットは3つの性能におけるトレードオフの関係を明示し，固定された次数と遅延をもつフィルタバンクの設計において重みパラメータの最良の組合せを決定するのに役立つ．

## 5.2 フィルタバンクシステムの設計仕様

音響信号のためのフィルタバンクシステムの設計仕様が表 2 に与えられる．対数的な周波数分解能をもつ分析システムとして1/2オクターブバンドフィルタバンクが設計される．図 3(b)と同様の  $S$ レベル木構造をもつ1/2オクターブバンドフィルタバンクの遅延時間は(24)式で表される．

$$t_{\text{delay}} = (2^{S+1} - 2)k_d/f_s \text{ [sec]} \quad (24)$$

ここで， $f_s$ は標準化周波数を示し，単位はHzである．分析システムにおいて最も低域から2番目のフィルタの中心周波数を500 Hzにするためには，4

表 2 音響信号のための分析システムの設計仕様

Table 2 Design specification of analysis systems for acoustic signals.

|        |   |
|--------|---|
| 遅延時間   | 20 ms以内                                 |
| 標準化周波数 | 16 kHz                                  |
| 周波数分析  | 対数的な周波数分解能，最も低域から2番目のフィルタの中心周波数= 500 Hz |
| MRE    | 1 dB以内                                  |
| MSA    | 40 dB以上                                 |
| MTE    | 2 dB以内                                  |

レベルの木構造が必要になる．(24)式から，4レベル木構造をもつ分析システムの遅延時間が20 ms以内であるためには， $k_d \leq 10$ を満足すればよいことが分かる．

## 5.3 フィルタバンクシステムの性能の限界

フィルタバンクシステムが表 2の仕様を満たすことを保証するパラメータの組合せを見つけるため，以下の手順で実験を行った．まず，次数 $N$ と遅延 $k_d$ の様々な組合せをもつ帯域分離フィルタを設計する．それぞれの組合せに対して，図 6と同様に，重み $\alpha$ と $\beta$ に対する3つの性能の等高線プロットを作成する．得られた等高線プロットを用いて，表 2におけるMREとMTEの両方の仕様を満たす範囲で，MSAの上限を測定する．結果として，様々な次数 $N$ をもつ帯域分離フィルタの遅延 $k_d$ とMSAの上限の関係が図 7に示される．この図において，破線は，全体の分析システムの仕様（表 2）に対応する帯域分離フィルタの仕様を示す．すなわち，設計された分析システムが表 2の仕様を満足するためには，図 7の破線で区分された左上の領域（破線上も含む）に帯域分離フィルタのMSAが存在しなければならない．この結果から，次数 $N \geq 40$ を

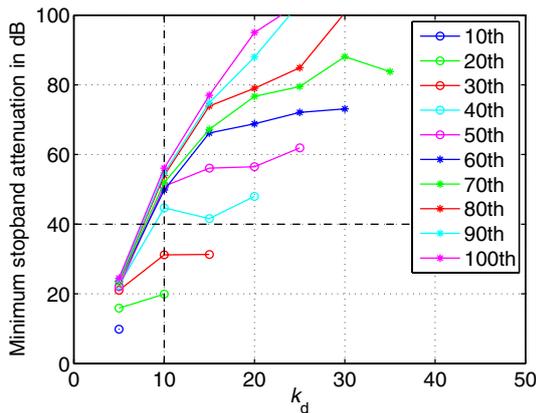


図 7 フィルタの遅延と最小阻止域減衰量の関係

Fig. 7 Relationship between filter delays and minimum stopband attenuations.

もつ帯域分離フィルタを設計すれば，全体の分析システムは表 2 の仕様を満足できることが分かる。

図 7 は，以下に示されるように分析システムの仕様の変更にも対応できる。もし遅延時間が 10 ms 以内に制限されれば，帯域分離フィルタの遅延の条件は  $k_d \leq 5$  となる。あるいは，もし分析システムにおいて最も低域から 2 番目のフィルタの中心周波数が 250 Hz であることが要求されれば，5 レベルの木構造が必要になり遅延の条件は  $k_d \leq 5$  となる。しかしながら，図 7 から，どちらの場合においても MSA の仕様は満足されないことが分かる。

## 6. むすび

反復最小 2 乗法に基づく設計アルゴリズムを用いて非最大間引きフィルタバンクを設計し，新たに定義された 3 つの尺度によりその性能を評価した。この結果により，フィルタバンクの性能と目的関数における重みパラメータの関係を示した。更に，フィルタバンクの規定された設計仕様に基づき，フィルタの次数と遅延の様々な組合せに対する性能の限界を明らかにした。この結果から，反復アルゴリズムを用いて設計された分析システム

について，音響信号のための実用的な分析システムに対する適用可能性を検討した。

## 参考文献

- 1) B. Gold and N. Morgan: SPEECH AND AUDIO SIGNAL PROCESSING—Processing and Perception of Speech and Music—, John Wiley & Sons, Inc. (2000)
- 2) R. E. Crochiere and L. R. Rabiner: Multirate Digital Signal Processing, Prentice-Hall (1983)
- 3) P. P. Vaidyanathan: Multirate Systems and Filter Banks, Prentice-Hall (1993)
- 4) 高沢剛史, 阿部正英, 川又政征: 低折り返し雑音で所望周波数特性を実現するフィルタバンク, 計測自動制御学会東北支部第 215 回研究会講演資料, 215-7 (2004)
- 5) 高沢剛史, 阿部正英, 川又政征: 非最大間引き木構造フィルタバンクに基づく 1/2 オクターブ分割マルチレベルフィルタの設計, 電子情報通信学会技術研究報告, EA2004-42 (2004)
- 6) 高沢剛史: 非最大間引きフィルタバンクを用いたマルチレベルフィルタに関する研究, 修士論文, 東北大学大学院工学研究科電子工学専攻 (2005)
- 7) H. Xu, W.-S. Lu and A. Antoniou: Efficient iterative design method for cosine-modulated QMF banks, IEEE Trans. Signal Processing, 44-7, 1657/1668 (1996)
- 8) M. Harteneck, S. Weiss and R. W. Stewart: Design of near perfect reconstruction oversampled filter banks for subband adaptive filters, IEEE Trans. Circuits Syst. II, 46-8, 1081/1085 (1999)