

**ステッピングモータの開ループ制御における目標値波形整形用前置補償要素**  
**Pre-Compensator for Adjustment of Waveform of Reference Signal**  
**Used for Open-Loop Control of a Stepping Motor**

○柴田真生\*, 松尾健史\*, 秋山宜万\*, 三浦 武\*, 谷口敏幸\*

○Masaki Shibata\*, Kenshi Matsuo\*, Yoshikazu Akiyama\*, Takeshi Miura\*, Toshiyuki Taniguchi\*

\*秋田大学

\*Akita University

キーワード：ステッピングモータ(steping motor), マイクロステップ駆動(microstep drive),  
前置補償要素(pre-compensator), 目標値波形(waveform of reference signal)

連絡先：〒010-0852 秋田県秋田市手形学園町 1-1 秋田大学工学資源学部 電気電子工学科  
三浦 武, TEL : (018)889-2329, FAX : (018)837-0406, E-mail : miura@ipc.akita-u.ac.jp

## 1. はじめに

ステッピングモータはセンサを必要としない開ループによって制御できるモータである。また、一つの入力パルスに対し一定の角度だけ回転するモータであるので、回転角度はパルスの総数に比例し、回転速度はパルス周波数に比例する<sup>1)</sup>。このように、入力信号であるパルス数とパルス周波数を調節することで回転角度と回転速度を制御できる。更に、その駆動がパルス信号によってなされることからデジタル制御装置との組合せが容易となる。

このような特徴からステッピングモータはコンピュータの周辺装置や OA 機器などに幅広く利用されている。

ステッピングモータを駆動させた場合、

回転子の停止位置であるトルク平衡点は励磁の切替毎にステップ状に移動する。この時、回転子は慣性の影響によってトルク平衡点付近で振動を生じる。この回転子振動が、脱調や整定時間の増大の要因となり、高精度な位置決め操作に大きな影響を及ぼしてしまう。

この回転子振動に対し、ステッピングモータの基本ステップ角を細分化させ、トルク平衡点の位置を微小な距離ずつ移動させることで振動抑制を図るマイクロステップ駆動<sup>2)</sup>が提案されている。この手法を用いることによって、特に定速回転時における回転子振動を抑制できることがよく知られている。しかし、マイクロステップ駆動を用いたとしても、速度変動を伴う過渡的な領域に対して有効であるとは言い切れない。

一方、文献 3)によると前置補償要素として IIR 形低域通過フィルタを用いて、入力信号である角度目標値から振動を誘起する周波数成分を除去した角度目標値を用いて駆動することにより、回転子振動を抑制できるとされている。しかし、この手法では低域通過フィルタを用いることによって新しく生成される角度目標値は入力である角度目標値に対し遅れを生じてしまい、目標値追従性に大きな影響を及ぼしてしまう。更にこの文献においては、ステッピングモータのマイクロステップ駆動に対する適用が示されていない。

そこで本研究では、ステッピングモータのマイクロステップ駆動に対し、回転子の立ち上がりには生じる遅れを解消する前置補償要素を構成し、回転子振動を抑制することを目的とする。

## 2. 実験装置

本章では、本研究で使用した実験システムについて説明する。使用したステッピングモータはオリエンタルモーター社製の PK244-02B で、2 相ハイブリッド形、定格電圧 6.0[V]、定格電流 0.8[A]のモデルである。このモータはバイファイラ巻線を持ち、ユニポーラ方式により駆動される。

本研究の実験システムを Fig.1 に示す。パーソナルコンピュータ (NEC 社製 PC9821Xa13)(以下 PC と記す)から、各相の励磁電流の指令値が D/A 変換器を介して駆動回路へ出力される。この指令に従って、ステッピングモータの各相に励磁電流が流れ、モータが駆動される。回転角度は 3600[pulses/rev.]のインクリメンタル形ロー

タリーエンコーダの 2 相の信号をアップダウンカウンタにおいて 4 通倍されることで 14400[pulses/rev.]の精度で検出され PC へ入力される。なお、本システムの入出力データのサンプリング時間は 0.1[ms]である。

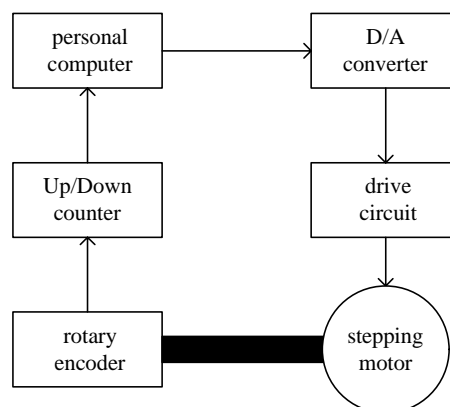


図1 実験システム  
Fig.1 Experimental system.

## 3. 目標値波形整形用前置補償要素

### 3.1 ステッピングモータのモデリング<sup>4)</sup>

前章で示したように、本研究で使用したステッピングモータは 2 相ハイブリッド形である。前置補償要素を設計するにあたって、このモータの周波数特性を知る必要があるために、まずはステッピングモータのモデリングを行う。このモータにおいて、発生トルク  $\tau$  を各相の励磁電流および回転子角度の関数として以下のような正弦波状の分布として表すことができる。

$$\tau = -K_T(i_A - i_{\bar{A}})\sin(N_r\theta) + K_T(i_B - i_{\bar{B}})\cos(N_r\theta) \quad (1)$$

ただし、 $K_T$ : トルク定数、 $N_r$ : 回転子の歯数、 $\theta$ : 回転子角度、 $i_A \sim i_{\bar{B}}$ : 各相励磁電流値とする。ステッピングモータのマイ

クロスステップ駆動において、(1)式中の励磁電流を微小量ずつ変化させることによってトルク平衡点の位置を微小な距離ずつ移動させることができる。なお、(1)式のようにトルク分布が正弦波状である場合には、励磁電流も正弦波状とすることにより後述のようにトルクリプルを防ぐことができる。バイファイラ巻線を用いる場合、各相の励磁電流の値を定格電流  $I_m$ 、トルク平衡点の位置  $\theta_e$  を用いて、

$$\begin{aligned} i_A &= \begin{cases} I_m \cos(N_r \theta_e), & \cos(N_r \theta_e) \geq 0 \\ 0, & \cos(N_r \theta_e) < 0 \end{cases} \\ i_B &= \begin{cases} I_m \sin(N_r \theta_e), & \sin(N_r \theta_e) \geq 0 \\ 0, & \sin(N_r \theta_e) < 0 \end{cases} \\ i_{\bar{A}} &= \begin{cases} 0, & \cos(N_r \theta_e) \geq 0 \\ -I_m \cos(N_r \theta_e), & \cos(N_r \theta_e) < 0 \end{cases} \\ i_{\bar{B}} &= \begin{cases} 0, & \sin(N_r \theta_e) \geq 0 \\ -I_m \sin(N_r \theta_e), & \sin(N_r \theta_e) < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

として表すことができる。従って、(2)式中の  $\theta_e$  を微小量ずつ変化させることにより各相の励磁電流の値を求めることができる。このときの発生トルクは(1)および(2)式を用いて

$$\tau = -K_T I_m \sin\{N_r(\theta - \theta_e)\} \quad (3)$$

となり、Fig.2の実線で表されたように  $\theta_e$  がトルク平衡点となる正弦波状の分布を持つ角度-トルク特性となる。この場合、 $\theta_e$  を変化させてもトルク平衡点に対するトルク曲線の相対的な位置関係および形状は変化しないので、トルクリプルの無い駆動が可能となる。以下では、トルク平衡点  $\theta_e$  に任意の値を与えられるものとし、上記のトルク特性と機械系の運動方程式を合わせシステムの伝達関数を求め、その周波数特性を解析する。

伝達関数を得るためには、システムは線

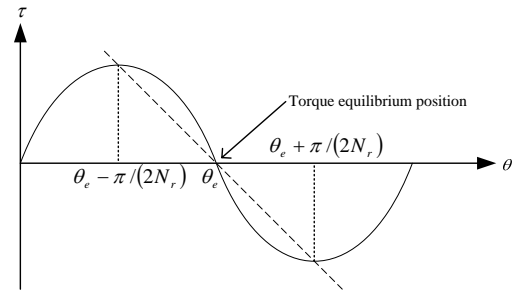


図2 角度-トルク特性の線形化  
Fig.2 Linearization of  $\theta$ - $\tau$  characteristic.

形でなければならない。ここでは、文献4)に従い、(3)式として得られたトルク分布をFig.2の破線で表されたように正負のピークを通る直線で近似して線形化を行う。この近似によるとトルク平衡点付近での発生トルクは

$$\tau = -\frac{K_T I_m}{\pi/(2N_r)}(\theta - \theta_e) = -c(\theta - \theta_e) \quad (4)$$

となる。ただし、 $c$ は定数で

$$c = \frac{K_T I_m}{\pi/(2N_r)}$$

である。

一方、ステッピングモータの無負荷時における機械系の運動方程式は次式で表される。

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} = \tau \quad (5)$$

ただし、 $J$ :回転子の慣性モーメント、 $D$ :制動係数である。(4)式の発生トルクを(5)式に代入すると次の微分方程式が得られる。

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + c\theta = c\theta_e \quad (6)$$

よって、外部より任意の値を与えることのできる量であるトルク平衡点  $\theta_e$  を入力、回転子角度  $\theta$  を出力とみなした場合の伝達関数  $P(s)$ は(6)式をラプラス変換して得られる2次系となる。

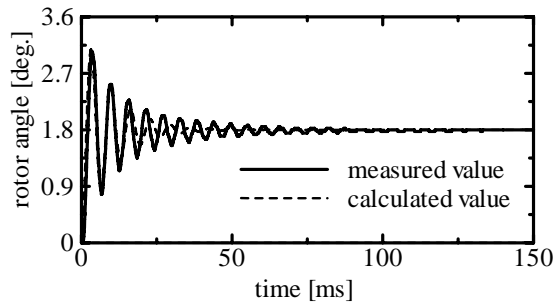


図3 制御対象のステップ応答  
Fig. 3 Step response of controlled system.

$$P(s) = \frac{c/J}{s^2 + (D/J)s + c/J} \quad (7)$$

なお、この系の固有周波数  $\omega_n$  は、

$$\omega_n = \sqrt{c/J} \quad (8)$$

となる。

実際の実験システムを用いてステップ応答波形を取得し、(7)式を用いた計算により得られた応答と比較することにより、モデルの妥当性を確認した。なお、モデルを用いた計算には、実際のシステムに合わせた以下のパラメータを代入した。

$$J = 63 \times 10^{-7} \text{ [N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2/\text{rad.}]$$

$$D = 0.0013 \text{ [N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad.}]$$

$$K_r = 0.23 \text{ [N} \cdot \text{m}/\text{A}]$$

$$I_m = 0.8 \text{ [A]}$$

$$N_r = 50$$

これらの値のなかで、機械系のパラメータ  $J$  および  $D$  は、回転軸に直結された測定系も含んだものである。入力  $\theta_e$  を 0 からモータの基本ステップ角までステップ状に変化させた場合の図を Fig.3 に示す。これによると、実験によって得られた応答とモデルの応答がほぼ一致しており、上記のモデルの妥当性を確認することができる。Fig.4 に  $P$  のゲイン特性を求めた結果を示す。回転子の固有振動は、この特性においてピークを与える固有周波数付近の周波数成分が入力

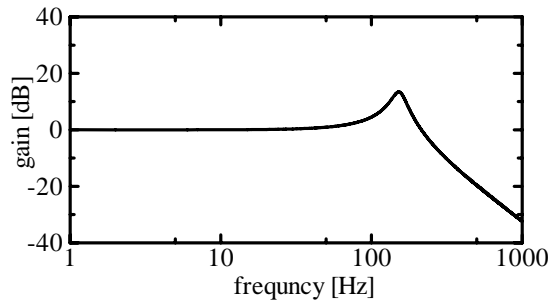


図4 制御対象のゲイン特性  
Fig. 4 Gain characteristic of controlled system.

信号に含まれている場合に誘起されると考えられるので、振動を抑制するにはこの領域の周波数成分を入力信号からカットすればよい。

### 3.2 前置補償要素の設計

従来までの前置補償要素は、角度目標値  $\theta_r(t)$  を低域通過フィルタに入力し、不要な周波数成分を除去した角度目標値  $\theta'_r(t)$  を生成するものである。ここで  $\theta'_r(t)$  は通常の低域通過フィルタを用いることによって  $\theta_r(t)$  に比べ立ち上がりが遅れてしまう。従って、回転子の振動を抑制することは可能になるが、目標値追従性を悪化させてしまう。

ステップモータの回転子振動は、速度変動を生じる起動時や停止時といった過渡的な領域において生じる。すなわち、これまでに提案されてきたような通常の低域通過フィルタとは異なり、速度変動を生じる過渡領域においてのみカットオフ周波数を下げる低域通過フィルタを前置補償要素として使用すれば回転子振動を抑制できるばかりか、前述した目標値追従性の問題点も改善できると考えられる。

上記の要求を満たすため、本研究では Fig.5 に示されるシステムを構成した。最初

に入力である角度情報  $\theta_r(t)$  を速度情報  $\omega_r(t)$  へ変換する．ここで，速度変動を検出するために  $\omega_r(t)$  を 1 次遅れ系を離散的に近似した次のようなフィルタに入力することで  $\omega'_r(t)$  が生成される．

$$\omega_o(t) = \frac{1}{1+T/\Delta t} \left\{ \omega_i(t) + \frac{T}{\Delta t} \omega_o(t - \Delta t) \right\} \quad (9)$$

ここで， $\omega_i(t)$  は時刻  $t$  におけるフィルタへの入力であり， $\omega_o(t)$  はフィルタの出力， $T$  はフィルタの時定数であり，速度変動を生じさせるため，試行錯誤により  $T=10.0[\text{ms}]$  と決定した．また， $\Delta t$  はサンプリング時間である． $\omega_r(t)$  および  $\omega'_r(t)$  の 2 つの速度情報間に生じる差を利用して速度変動を検出し， $\theta_r(t)$  を通過させるバターースフィルタのカットオフ周波数  $f_c(t)$  を決定する．なお， $f_c(t)$  の決定には(10)式を用いた．

$$f_c(t) = A \cdot \exp \left\{ B \left| \omega_r(t) - \omega'_r(t) \right|^n \right\} \quad (10)$$

ここで， $A$  および  $B$  は定数であり，後述する評価に基づいて試行錯誤により決定した．また，速度の誤差の取り方によってカットオフ周波数の変化に大きな違いが現れると考えられるので，本研究において(10)式中の  $n$  を  $n=1$  とした場合と  $n=2$  とした場合に関して実験を行った．

本研究では，低域通過フィルタとして IIR 形デジタルフィルタを用いた．また，フィルタの種類は最大平坦特性を持つことで知られているバターースフィルタ<sup>5)</sup>を用いた．デジタルフィルタを設計する手法としては，アナログフィルタを設計し，双 1 次変換<sup>6)</sup>を行う手法を用いる．

2 次バターースフィルタの伝達関数  $H(s)$  に希望のカットオフ周波数を用いると，

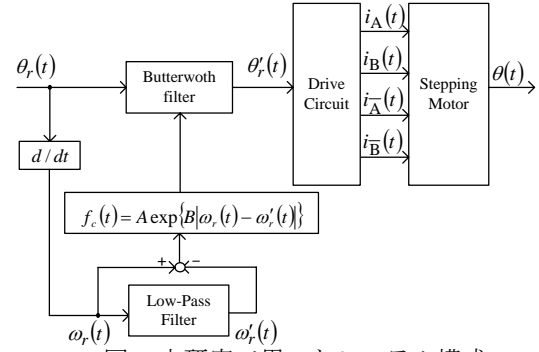


図5 本研究で用いたシステム構成  
Fig.5 Configuration of the system.

$$H(s) = \frac{1}{(s/\omega_a)^2 + 1.414(s/\omega_a) + 1} \quad (11)$$

となる．ここで， $\omega_a$  はアナログカットオフ周波数である．この式を双 1 次変換によってデジタルフィルタの伝達関数に変換することで，以下のようなアナログフィルタの周波数  $\omega_a$  とデジタルフィルタの周波数  $\omega_d$  との関係式を得られる．

$$\omega_a = (2/\Delta) \tan(\omega_d \Delta / 2) \quad (12)$$

ここで， $\Delta$  はサンプリング時間である．カットオフ周波数  $f_c = \omega_d / (2\pi)$  としたとき，デジタルフィルタの伝達関数  $H(z)$  は，

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}} \quad (13)$$

となる．ここで，フィルタ係数  $a_1$ ， $a_2$ ， $b_0$ ， $b_1$ ， $b_2$  は，以下の値を持つ．

$$a_1 = \frac{2 - 2.828 \{ \tan(\pi f_c \Delta) \}^2}{1.414 \{ \tan(\pi f_c \Delta) \}^2 + \tan(\pi f_c \Delta) + 1}$$

$$a_2 = -\frac{1.414 \{ \tan(\pi f_c \Delta) \}^2 + \tan(\pi f_c \Delta) - 1}{1.414 \{ \tan(\pi f_c \Delta) \}^2 + \tan(\pi f_c \Delta) + 1}$$

$$b_0 = b_2 = \frac{1}{2} b_1$$

$$= \frac{\{ \tan(\pi f_c \Delta) \}^2}{1.414 \{ \tan(\pi f_c \Delta) \}^2 + \tan(\pi f_c \Delta) + 1}$$

これらの式から，任意のカットオフ周波

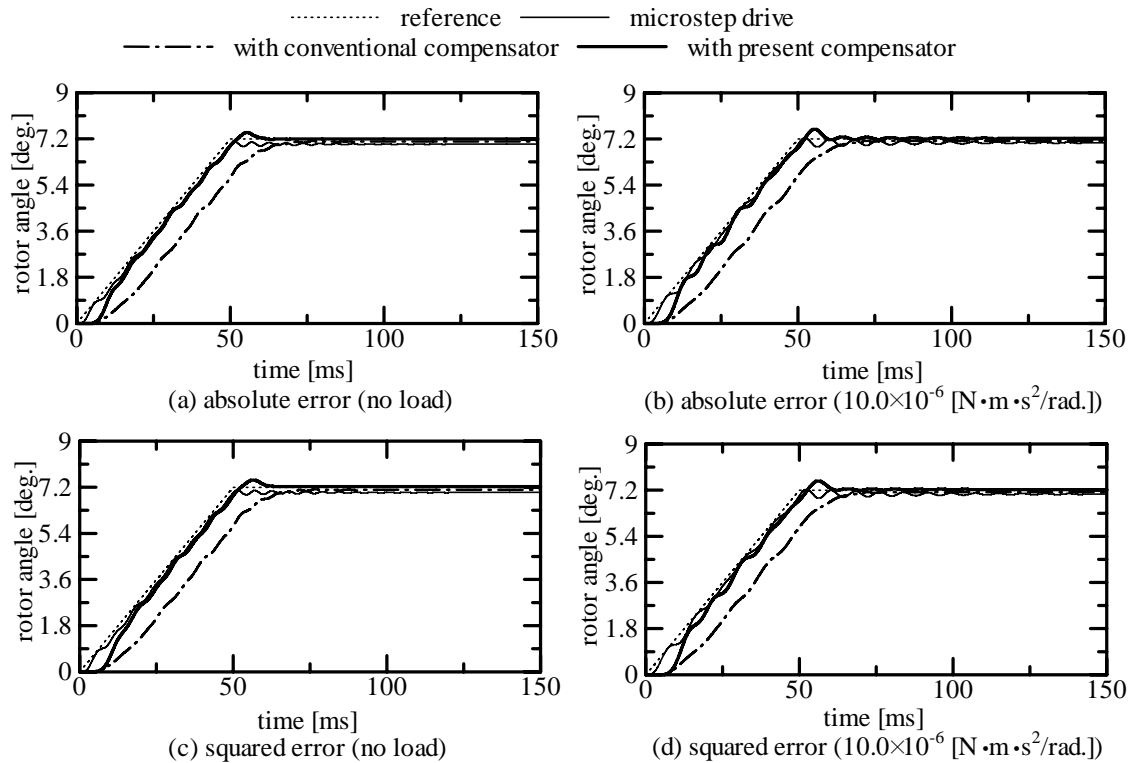


図6 回転子角度の時間変化(144[deg./s])  
Fig.6 temporal variation of rotor angle. (144[deg./s])

数に対する  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  を導出することが可能であり、制御対象に入力される角度目標値はこれらのフィルタ係数によって自動的に修正される。

#### 4. 実験結果

前章で提案された前置補償要素の効果を確認するため、第2章で紹介された実験システム中のPCのソフトウェア上で前置補償要素を実装し、モータを駆動した。ステップングモータの角度目標値は予めオフラインで与えられるので、目標値の修正は制御開始前に行われる。本章ではその結果を示す。本実験システムでは、モータの駆動方法としてマイクロステップ駆動を用いるが、ここでは基本ステップ角を64分割し

表1 実験で用いたパラメータ

reference	order	A	B
144[deg./s]	$n=1$	380	-0.022
144[deg./s]	$n=2$	200	-0.00015
72[deg./s]	$n=1$	380	-0.036
72[deg./s]	$n=2$	200	-0.00050

た  $0.002815[\text{deg.}]$  を単位としてトルク平衡点  $\theta_e$  を移動させている。なお、システムに与える角度目標値  $\theta_r$  は  $7.2[\text{deg.}]$  までランプ状に変化させ、静止させるものとする。この傾きは  $144[\text{deg./s}]$  と  $72[\text{deg./s}]$  の2種類に決定した。Fig.6 および Fig.7 に回転子の角度応答を示し、Fig.8 にそれらの評価を示す。なお、カットオフ周波数の決定に用いたパラメータの値を Table.1 に示す。Fig.6 およ

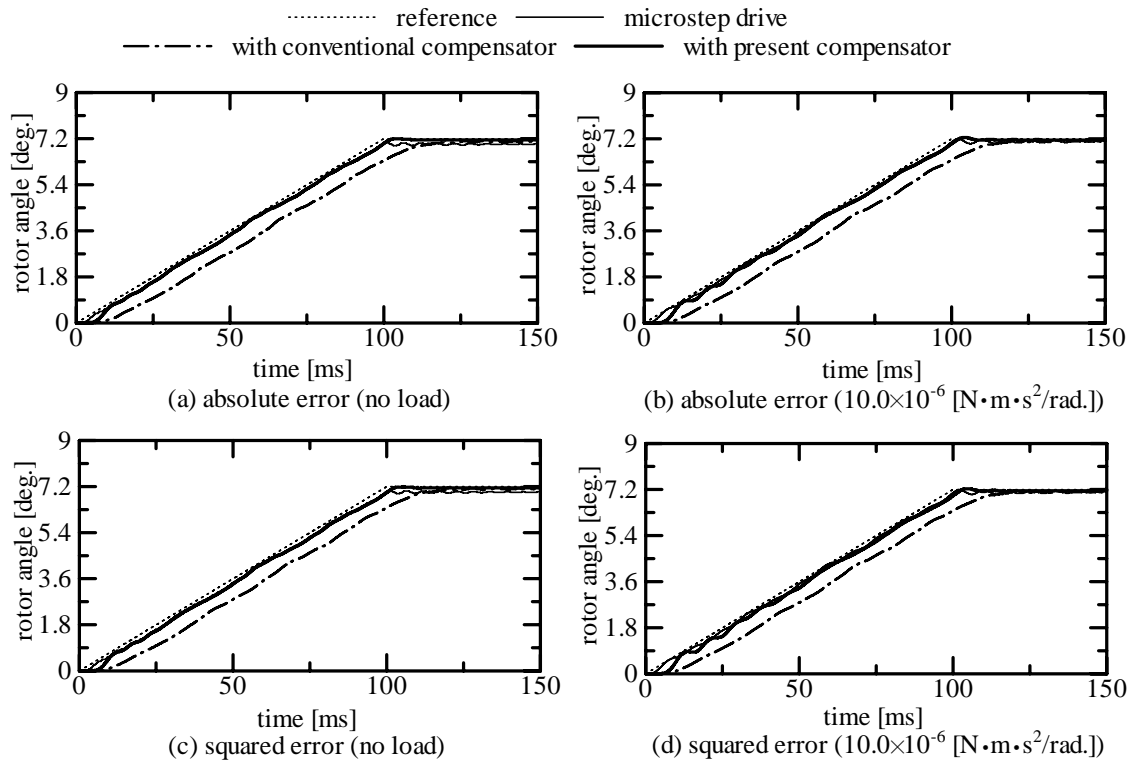


図7 回転子角度の時間変化(72[deg./s])

Fig.7 temporal variation of rotor angle. (72[deg./s])

び Fig.7 を見ると、通常のマイクロステップ駆動を用いた場合は最終停止位置付近において振動現象を生じている様子が示されている。また、文献 3)の手法にマイクロステップ駆動を用いた場合は立ち上がりに遅れを生じている様子を示している。これらに対し、本研究で新しく構成した前置補償要素を適用した場合は前述した問題点が改善されている様子を示している。更に、慣性負荷の装着による応答の変化が見られないために、慣性変動に対するロバスト性も見られる。以上の結果を定量的に評価するために、目標値が最終停止位置に到達した時間から角度応答のデータがその最終値の  $\pm 5\%$ 以内に入るまでの時間である整定時間と(14)式で表される誤差面積を求めた。

$$I_{ea} = \int_0^{t_r} |\theta_r(t) - \theta(t)| dt \quad (14)$$

ただし、 $t_r$ を角度目標値 $\theta_r$ が最終停止位置に到達する時間とする。Fig.8(a)および(b)より、本研究で構成した前置補償要素を適用した場合は、他の手法よりも整定時間が短くなっていることから振動抑制に有効である。また、Fig.6 および Fig.7 を見ると本研究で構成した前置補償要素を適用した場合は立ち上がりに若干の遅れを生じているが、Fig.8(c)および(d)より目標値追従性が著しく悪化しているとも言い切れない。

## 5. おわりに

本研究では回転子に生じる振動現象を抑制するための前置補償要素に対して、立ち上がりに生じる遅れを解消させる手法を提案した。4章で示した結果から、本研究で

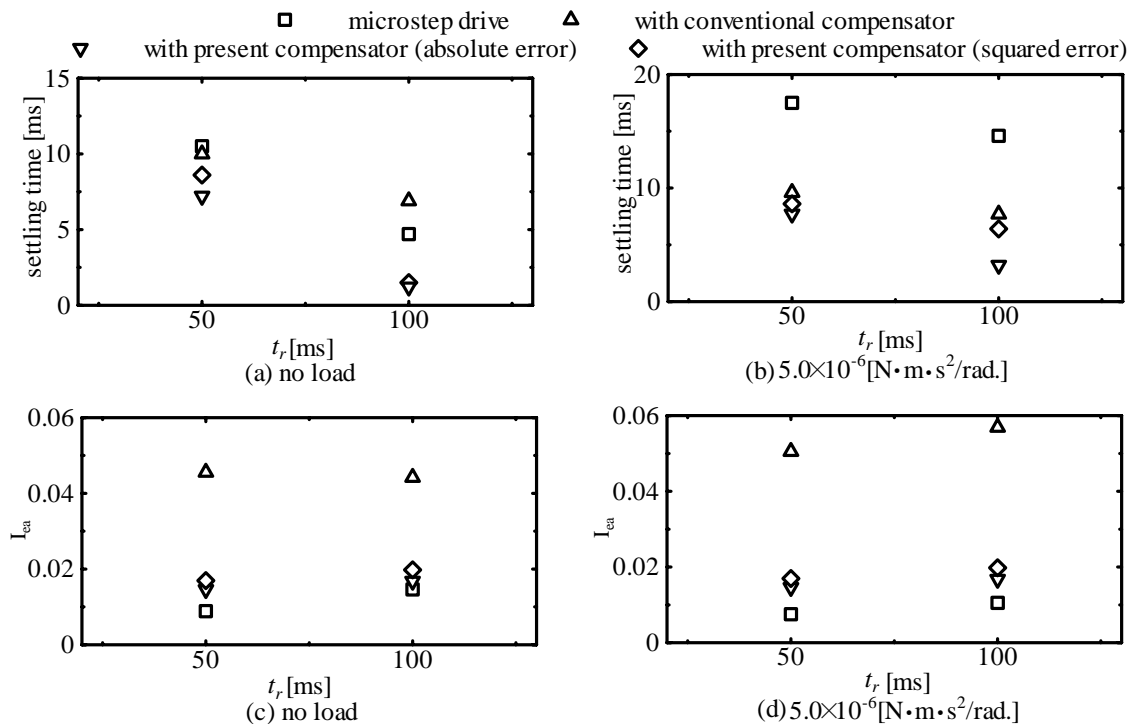


図8 実験結果の評価

Fig.8 Evaluation of experimental results.

構成した前置補償要素の適用は振動抑制に対して有効であり、目標値追従性に対して従来よりも遥かに精度を向上させる結果を得られた。さらに、慣性変動に対してロバストであることも分かった。

今後の課題として、フルステップ駆動への適用や(10)式に示された関数に指数関数以外のものを適用することが挙げられる。

### 参考文献

- 1) 武藤高義：アクチュエータの駆動と制御, 89, コロナ社(1992)
- 2) 百目鬼英雄：ステッピングモータの使い方, 95/108, 工業調査会(1993)
- 3) 三浦 武, 谷口敏幸：PWM形スイッチングシーケンスを用いたステッピングモータの回転子振動抑制, 電気学会論文誌 D121-10, 1093/1094(2001)

- 4) 三浦 武, 谷口敏幸, 百目鬼英雄：前置補償要素の適用によるステッピングモータのマイクロステップ駆動時の回転子振動の抑制, 電気学会論文誌 D120-12, 1462/1470(2000)
- 5) 谷口慶治：信号処理の基礎, 59/65, 共立出版株式会社(2001)
- 6) 中村尚吾：ビギナーズデジタルフィルタ, 88/132, 東京電機大学出版局(1989)