

LMIによるロボットマニピュレータの 動力学パラメータの大域的最適設計

A global optimal design of dynamic parameters of robot manipulators

○ 小笠原 伸二*, 平元 和彦*, 土岐 仁*

Shinji Ogasawara*, Kazuhiko Hiramoto*, Hitoshi Doki*

* 秋田大学

* Akita University

キーワード: 線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality), 基底パラメータ (Base Parameter), 機構設計 (Mechanical design), 計算トルク法 (computed torque method)

連絡先: 〒010-8502 秋田市手形学園町1番1号 秋田大学工学資源学部機械工学科平元研究室 小笠原 伸二,
Tel.: (018)889-2972, Fax.: (018)837-0405, E-mail: oga@mech.akita-u.ac.jp

1. 緒言

ロボットマニピュレータは、一般に強い非線形性を持っている。ロボットマニピュレータを線形モデルとした場合、非線形項は外乱とみなされる。しかし、高速動作を実現しようとした場合には、高速動作によって生じる遠心力やコリオリ力の影響により、モデルは妥当では無くなる。これに対して、非線形項を外乱とみなさず、逆動力学計算を行って非線形項を推定し、これを打ち消すような補償を行って線形化することで、より高精度な制御を行う計算トルク法¹⁾²⁾を本論文では取り扱う。計算トルク法は、ロボットマニピュレータの動的挙動を、ロボットマニピュレータの持つ物理パラメータと無関係に指定することができる。本論文では、計算トルク法において、ロボットマニピュレータを動作させるために必要なトルク (線形化

するのに必要なトルクと目標角加速度と軌道誤差によって決定されるトルク) を最小化する設計問題を考える。

動特性モデルは、マニピュレータの機構パラメータ (リンク長等)、各リンクに固有の慣性パラメータ (質量、質量中心の位置等) 及び駆動系パラメータ (粘性摩擦係数等) の非線形関数となる。そのため、マニピュレータの機構パラメータ等を設計パラメータとした場合、大域的に最適なパラメータを効率的に求めることは、非常に困難である。ここで、ロボットマニピュレータの同定問題について考える。動特性モデルを一意に決定するために必要最小個数のパラメータは、基底パラメータ³⁾⁴⁾と呼ばれている。基底パラメータは、マニピュレータの機構パラメータ等の関数となる。また、動特性モデルは基底パラメータに関する線形関数となる。そこで、本論文では、基底パラメータを

設計パラメータとした設計問題を考える．基底パラメータを設計パラメータとすることにより，動特性モデルは線形関数となり，機構パラメータ等を設計パラメータとした場合よりも，最適なパラメータを求めることは容易になる．ロボットマニピュレータの設計問題を取り扱った研究⁵⁾⁶⁾では，機構パラメータ等が設計パラメータとして取り扱われ，基底パラメータを設計パラメータとして取り扱った例は見当たらない．

本論文では，計算トルク法において，運動データが与えられた場合に，ロボットマニピュレータを動作させるために必要なトルクを最小化する設計問題を考え，LMI (Linear Matrix Inequality : 線形行列不等式) を用いて，大域的に最適な基底パラメータを求める方法を提案する．LMIに基づく設計法は，制御理論において，フィードバックコントローラの設計法として確立された手法であり，その計算を行うためのツールも利用可能である．また，一般に運動方程式は，基底パラメータに関する線形代数方程式になる．従来までに，ロボットマニピュレータの基底パラメータを，設計パラメータとして取り扱った例は見当たらず，提案する手法は，基底パラメータを設計パラメータと考えた新しいアプローチである．

本論文の構成を以下に示す．第二章ではLMIを用いた基底パラメータの設計法について述べる．第三章では2リンクマニピュレータを対象としたシミュレーションを行い，その結果について考察する．第四章で結言を述べる．

2. LMIによる基底パラメータの設計法

本章では，計算トルク法と基底パラメータについて述べ，基底パラメータの設計法を提案する．

2.1 計算トルク法

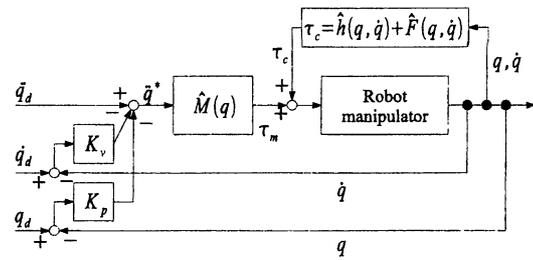


Fig. 1 Computed torque method

n 自由度のロボットマニピュレータの運動方程式は，一般的に次式で表される．

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + F(q, \dot{q}) = \tau \quad (1)$$

ここで， τ は関節トルク， q は関節角度， $M(q)$ はマニピュレータの慣性行列， $h(q, \dot{q})$ は遠心力とコリオリ力， $F(q, \dot{q})$ は摩擦力である．ロボットの動的モデル，すなわち式 (1) が事前に正確に求められている場合の制御法として計算トルク法がある．Fig. 1に，ブロック線図を示す．この制御法の制御則は次式で与えられる．

$$\tau = \hat{M}(q)\ddot{q}^* + \hat{h}(q, \dot{q}) + \hat{F}(q, \dot{q}) \quad (2)$$

$$\ddot{q}^* = \ddot{q}_d + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q) \quad (3)$$

ここで， $\hat{M}(q)$ はマニピュレータの慣性行列， $\hat{h}(q, \dot{q})$ は遠心力とコリオリ力， $\hat{F}(q, \dot{q})$ は摩擦力の動的モデルである．また， q_d は目標関節角度である．この制御法は，式 (2) の右辺第2項，第3項により系を線形化し，式 (3) により線形化した系に線形サーボ制御補償を施しているとみなすことができる．すなわち，モデルが正確である場合，次式が成り立つ．

$$\hat{M}(q) = M(q), \hat{h}(q, \dot{q}) = h(q, \dot{q}), \hat{F}(q, \dot{q}) = F(q, \dot{q}) \quad (4)$$

式 (2) ~ (4) を式 (1) に代入すると，非線形項がキャンセルでき次式を求められる．

$$\ddot{q}^* = \ddot{q} \quad (5)$$

ここで、軌道誤差を次のように定義する。

$$e = q_d - q \quad (6)$$

式 (5) に式 (6) を代入すると次式を得る。

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (7)$$

したがって、 K_v, K_p を対角正定行列とし適当な値に設定することにより、 e は零に収束する。

2.2 基底パラメータ

Fig. 2に示す2リンクマニピュレータを考える。本節の説明は簡単のため、全て2自由度水平マニピュレータについて行うが、一般の n 自由度マニピュレータでも議論の本質は変わらない。

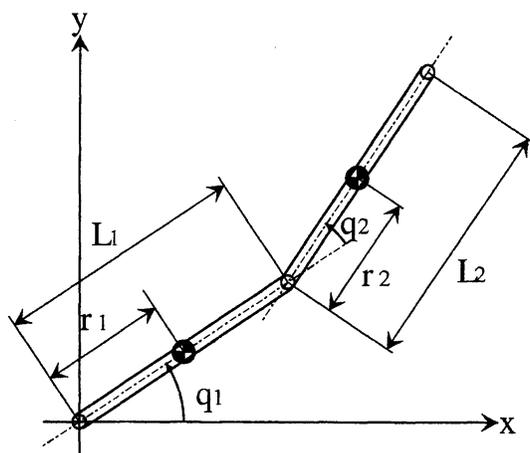


Fig. 2 2 link manipulators

ここで、 m_i, I_i ($i = 1, 2$) をそれぞれ、リンク i の質量、リンク i の重心まわりの慣性モーメント、 L_i, r_i ($i = 1, 2$) をそれぞれ、リンク i の長さ、第 i 関節の中心からリンク i の重心までの長さとする。また、 q_i ($i = 1, 2$) を第 i 関節の角度、 τ_i ($i = 1, 2$) を第 i 関節に加えられるトルクとする。さらに、Fig. 2のように、第1関節の中心から直角座標系(x, y)を考える。

この場合、運動方程式は次式で記述できる。

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + B\dot{q} + D(\dot{q}) = \tau \quad (8)$$

ただし、 $q = [q_1, q_2]^T, \tau = [\tau_1, \tau_2]^T$ であり、 $B\dot{q}$ は粘性摩擦項、 $D(\dot{q})$ は動摩擦項を表しており、 $B\dot{q}, D(\dot{q})$ は式 (1) の $F(q, \dot{q})$ にあたる。それぞれ、次式のように表すことができる。

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_1 + 2R \cos q_2 & M_2 + R \cos q_2 \\ M_2 + R \cos q_2 & M_2 \end{bmatrix}$$

$$h(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -2R\dot{q}_1\dot{q}_2 \sin q_2 - R\dot{q}_2^2 \sin q_2 \\ R\dot{q}_1^2 \sin q_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$D(\dot{q}) = \begin{bmatrix} D_1 \text{sgn}(\dot{q}_1) \\ D_2 \text{sgn}(\dot{q}_2) \end{bmatrix}$$

$$M_1 = I_1 + I_2 + m_1 r_1^2 + m_2 (L_1^2 + r_2^2)$$

$$M_2 = I_2 + m_2 r_2^2$$

$$R = m_2 r_2 L_1$$

次式に表す個々のリンクごとに属するパラメータの集合が既知であれば（長さ L_1, L_2 は既知とする）、運動方程式は一意に決定できる。

$$P = \{I_1, I_2, m_1, m_2, r_1, r_2, B_1, B_2, D_1, D_2\} \in R^{10} \quad (10)$$

これは、運動方程式を決定するための十分条件になっている。しかし、運動方程式 (8) を一意に決定することができる必要最小限のパラメータ集合は、次式で表される。

$$P_k = \{M_1, M_2, R, B_1, B_2, D_1, D_2\} \in R^7 \quad (11)$$

このように、運動方程式を一意に決定することができる必要最小限のパラメータ集合は、各リンクがもっているパラメータ (I_1 や m_1 など) そのものでなく、それらのいくつかが結合されたものになる。このような、与えられたマニピュレータの運動方程式を決定するのに必要かつ十分なパラメータの集合を基底パラメータと呼ぶ。

2.3 LMIによる基底パラメータの設計法

本論文では、基底パラメータを設計するにあたり、次の仮定が成り立っていることとする。

[仮定] 全ての作業時間に対して、運動データ ($q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)$) が既知である。

計算トルク法を用いた場合、ロボットマニピュレータの挙動は、動的モデルが正確である場合、制御系の設計のみに依存し、基底パラメータが変化した場合でも、運動データに影響を与えることは無い。

この時、線形化するのに必要なトルク τ_c と、目標角加速度と軌道誤差によって決定されるトルク τ_m の2つのトルクを最小化する基底パラメータを求める問題を考える。式(2)の、第1項が目標角加速度と軌道誤差によって決定されるトルク τ_m に、第2項と第3項が、線形化するのに必要なトルク τ_c にあたる。 τ_m は式(3)に依存する。動特性モデルとロボットマニピュレータが一致する場合、関節角度、角速度は目標関節角度、角速度と一致する。このことから、式(3)の第2項と第3項は、第1項の目標角加速度に比べて非常に小さいと考えることができる。よって本論文では、 τ_m を考慮する場合に、式(3)の目標角加速度のみを考えている。軌道誤差が大きく、式(3)の第2項と第3項が無視できない場合でも、運動データから軌道誤差を求めることにより、本設計手法を適用することは可能である。本論文では、目標角加速度と軌道誤差によって決定されるトルク τ_m と線形化するのに必要なトルク τ_c の和によって表されるトルク τ_p を最小化する問題を考える。

基底パラメータを用いるとトルク τ_p は以下のよう示すことができる。

$$\begin{aligned} \hat{M}(q)\ddot{q}_d + \hat{h}(q, \dot{q}) + \hat{B}\dot{q} + \hat{D}(\dot{q}) \\ = TP_k = \tau_c + \tau_m = \tau_p \end{aligned} \quad (12)$$

$$T = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 & \ddot{q}_2 & T_{13} & \dot{q}_1 & 0 & \text{sgn}\dot{q}_1 & 0 \\ 0 & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & T_{23} & 0 & \dot{q}_2 & 0 & \text{sgn}\dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$T_{13} = 2\ddot{q}_1 \cos q_2 + \ddot{q}_2 \cos q_2 - 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 - \dot{q}_2^2 \sin q_2$$

$$T_{23} = \ddot{q}_1 \cos q_2 + \dot{q}_1^2 \sin q_2$$

$$P_k = [M_1 \quad M_2 \quad R \quad B_1 \quad B_2 \quad D_1 \quad D_2]^T$$

ここで、作業時間 $t = t_1, \dots, t_N$ におけるすべての運動データが次式のように与えられたとする。

$$\{q_i(t), \dot{q}_i(t), \ddot{q}_i(t)\} (i = 1, 2) \quad (13)$$

それぞれの時間に対して評価指標 $F_i > 0$ を考える。この時、次式が成り立つとする。

$$\tau_p(t_i)^T R_i \tau_p(t_i) < F_i (i = 1 \sim N) \quad (14)$$

R_i は各時間に対する重みである。 R_i の値を調整することによって、運動データのどの部分を重視するかを決定することができる。

評価指標 F_s を次式のように定義する。

$$F_s = \sum_{i=1}^N F_i \quad (15)$$

以上の定義を用いて、本論文では基底パラメータの最適設計問題を、以下のように定義する。

[基底パラメータの最適設計問題] 運動データが与えられた場合に、評価指標 F_s を最小化する基底パラメータベクトル P_k を求めよ。

基底パラメータの最適設計問題は、式(14)を基底パラメータを用いて変形することにより、次式の基底パラメータに関するLMI問題に帰着することができる。

$$\begin{bmatrix} R_i^{-1} & P_k^T T^T \\ TP_k & F_i I \end{bmatrix} > 0 \quad (16)$$

式(16)を全ての時間に関して、連立して解くことにより、 F_s を最小化するような基底パラメータ P_k を求めることができる。

2.4 作業領域に対する設計

前節では、ある作業の運動データが与えられた場合についての最適設計法について述べた。本節では、作業領域が x, y 平面上に与えられた場合の基底パラメータの設計法について述べる。 x, y 平面上に与えられた作業領域は、関節角度の上下限となり、次式で表すことができる。

$$q_i(t) \in [q_i, \bar{q}_i] (i = 1, 2), \forall t \geq 0 \quad (17)$$

また、関節角速度、角加速度の上下限が既知であるとする。

$$\dot{q}_i(t) \in [\underline{\dot{q}}_i, \bar{\dot{q}}_i] (i = 1, 2), \forall t \geq 0 \quad (18)$$

$$\ddot{q}_i(t) \in [\underline{\ddot{q}}_i, \bar{\ddot{q}}_i] (i = 1, 2), \forall t \geq 0 \quad (19)$$

ある作業領域を評価する場合に、最も単純な方法は、関節角度、角速度、角加速度の上下限の間を適当な数に分割し、その有限個の連立方程式を解くことによって、その作業領域内の最適な基底パラメータを求める方法である。この方法を用いる事により、ある作業領域における最適な基底パラメータを求めることができる。

2.5 トルク変化に関する制限

急激なトルクの変化は、モータに与える影響などを考えた場合には、望ましくない。本節では、急激なトルク変化を制限する設計法について述べる。

評価指標 $F_h > 0$ を考える。この時、次式が成り立つとする。

$$\tau_e^T \tau_e < F_h \quad (20)$$

$$\tau_e = \tau_p(t_{i+1}) - \tau_p(t_i) (i = 1 \sim N)$$

式 (20) は、次式のように変形できる。

$$\begin{bmatrix} I & \tau_e \\ \tau_e^T & F_h I \end{bmatrix} > 0 \quad (21)$$

式 (21) を用いることにより、トルクの急激な変化に対して、制限を与えた基底パラメータを設計することができる。

3. 設計例

本章では、Fig. 2で示す2リンクマニピュレータの基底パラメータの設計を行う。本設計例で取り扱う動特性モデルは、ロボットマニピュレータと完全に一致するものとする。

3.1 運動データ

本節では、運動データを定義する。リンク長さ $L_1, L_2 = 1$ とし、 x, y 平面上を座標 $(0.2, 0.2)$ から座標 $(1.2, 1.2)$ に手先を移動させる作業を考える。運動データを定義するために、まず、 x 方向に対する手先の速度 v を定義する。作業時間は、 T_f とし、速度は時間により、分割した式を組み合わせ作成することとする。分割する時間は t_1, t_2, t_3, t_4 とする。また、最大速度を v_p とする。手先速度 v は次式で表される。

$$\begin{aligned} v &= k_1 t^2 (0 \leq t \leq t_1) \\ v &= -k_2 (t - t_2)^2 + v_p (t_1 \leq t \leq t_2) \\ v &= v_p (t_2 \leq t \leq t_3) \\ v &= -k_3 (t - t_3)^2 + v_p (t_3 \leq t \leq t_4) \\ v &= k_4 (t - T_f)^2 (t_4 \leq t \leq T_f) \end{aligned} \quad (22)$$

ここで、

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{v_p}{t_1 t_2} \\ k_2 &= \frac{-v_p}{t_2 (t_1 - t_2)} \\ k_3 &= \frac{(t_4 - t_3)(T_f - t_3)}{v_p} \\ k_4 &= \frac{v_p}{(t_3 - T_f)(t_4 - T_f)} \end{aligned}$$

とする。

最大速度 v_p と作業時間中に進む距離は比例することから、最大速度 v_p は、進む距離に依存することとする。本設計例では、 $x = 0.2[\text{m}] \sim 1.2[\text{m}]$ に手先を移動させる作業を考え、進む距離は $1[\text{m}]$ である。手先加速度は、式(22)を微分することにより、求めることができる。 y 方向も同様に、運動することとする。運動データは、Fig. 3に示す手先速度となる。作業時間は $T_f = 10[\text{sec}]$ 、分割時間は $t_1 = 2, t_2 = 4, t_3 = 6, t_4 = 8$ とした。関節角度、角速度、角加速度は、手先位置、速度、加速度から、ヤコビ行列を用いることにより、求めることができる。関節角度をFig. 4に示す。

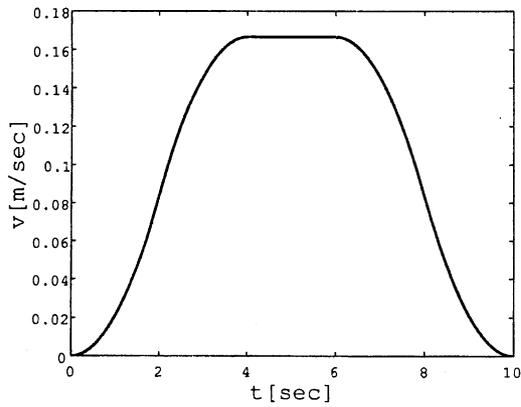


Fig. 3 end effector velocity

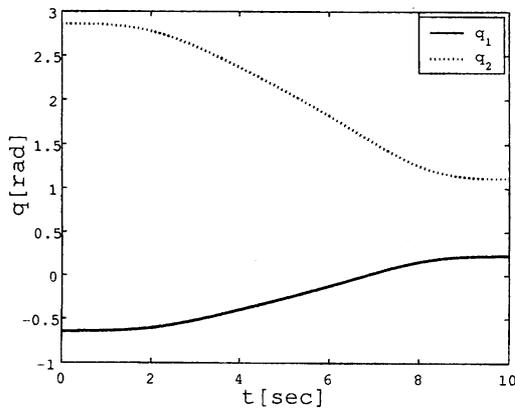


Fig. 4 Joint angle

3.2 基底パラメータの最適設計

前節の運動データに対して、提案した設計手法を用いることにより、最適な基底パラメータ P_k を求める。このとき、以下のような条件を与えることとする。

$$\begin{aligned} 1 &\leq M_1, M_2, R \leq 10 \\ 0.1 &\leq B_1, B_2, D_1, D_2 \leq 1 \\ R_i &= 1 (i = 1 \sim N) \end{aligned} \quad (23)$$

また、作業時間 $0 \sim 10[\text{sec}]$ を 0.1 刻みで変化させ、 $N = 101$ とする。

以上の条件の下で、式 (16) を解くことにより、最適な基底パラメータ P_k は、

$$P_k = [2 \quad 1 \quad 1 \quad 0.1 \quad 0.1 \quad 0.1 \quad 0.1]^T$$

となる。Fig. 5~Fig. 9に、与えられた運動データに対して、最適な基底パラメータと最小の基底パラメータを比較した結果を示す。それぞれの図は、目標角加速度と軌道誤差によって決まるトルクの2乗、線形化するのに必要なトルクの2乗、ロボットマニピュレータを動作させるために必要な第1関節のトルクと第2関節のトルク、その和の2乗を縦軸とし、横軸を時間とする。また、Table 1に最適な基底パラメータと最小の基底パラメータの評価指標 F_s の値を示す。Fig. 5より、最適化した基底パラメータのトルクが全ての時間において、基底パラメータを最小とした場合よりも小さくなっていることがわかる。Fig. 6では、最適な基底パラメータと基底パラメータを最小化した場合との差が、ほとんどない。これは、最適化した基底パラメータの1列目以外のパラメータが設計範囲内で最小の値になっているためであると考えられる。Fig. 7とFig. 8をみると、 τ_2 は、最適な基底パラメータと最小の基底パラメータの結果が一致している。しかし、 τ_1 をみると、作業時間の前半では、最適な基底パラメータのトルクが大きく、作業後半ではトルクが小さい。Fig. 9をみると、最適化した基底パラメータのトルクが2秒前後では、最小化した基底パラメータのトルクよりも大きくなっている。しかし、8秒前後では、最適化した基底パラメータの方が、最小化した基底パラメータよりも小さくなっている。これは、 τ_m と τ_c の相殺による現象であると考えられる。また、最適化した基底パラメータの方が、最小化した基底パラメータの場合と比べて、トルクの総量が小さくなっていることが、Table 1からもわかる。

Table 1 Value of F_s

Base Parameter	F_s
Optimal	2.978
Minimum	3.126

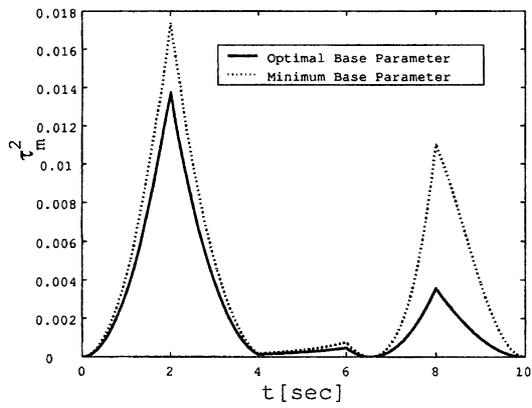


Fig. 5 τ_m torque

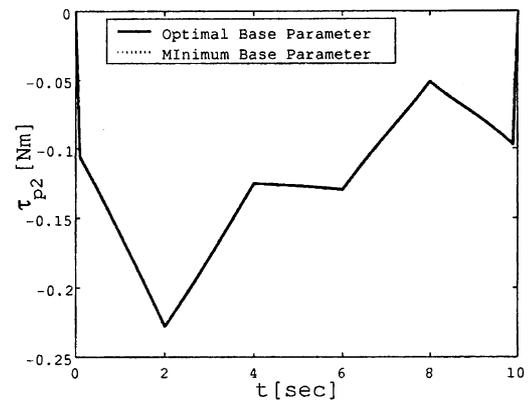


Fig. 8 τ_{p2} torque

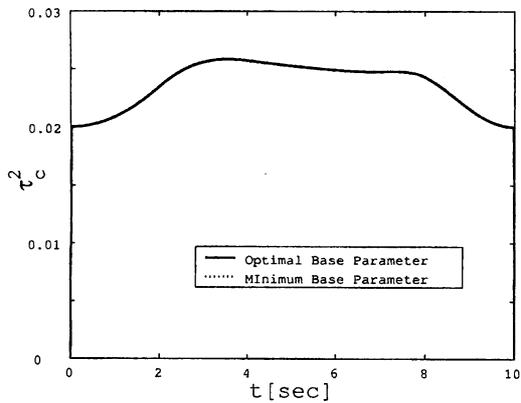


Fig. 6 τ_c torque

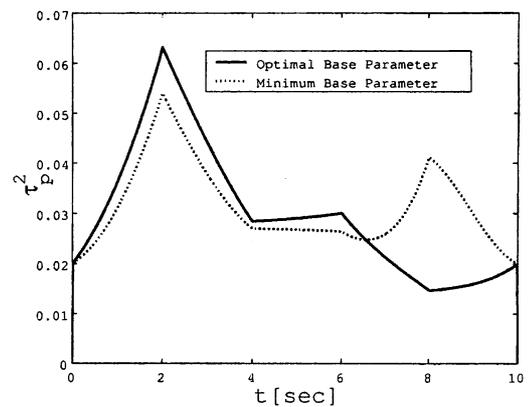


Fig. 9 τ_p torque

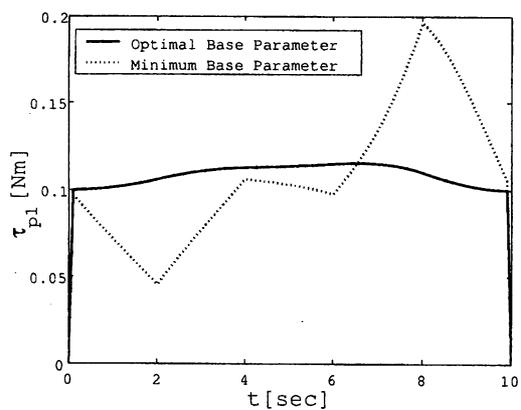


Fig. 7 τ_{p1} torque

4. 結言

本論文では、計算トルク法において、ロボットマニピュレータを動作させるために必要なトルクを最小化する設計問題を考えた。また、この問題が、基底パラメータに関して線形の方程式となることから、LMIによる設計法を提案した。これにより、大域的に最適な基底パラメータを求めた。本論文の内容を要約すると以下のようなになる。

- 基底パラメータを設計変数とする設計手法を提案した。
- 基底パラメータに関して運動方程式が線形代数方程式になることから、LMIによる設計

法を提案した。

- 2リンクマニピュレータを制御対象としたシミュレーションを行い、本設計手法の有効性を示した。

文 献

参考文献

- 1) 中村, ロボットの基礎工学, コロナ社, (2000), pp.165-170
- 2) 吉川, 計算トルク法によるデジタル制御, “日本ロボット学会誌”, 7,3, (1989), pp.237-242
- 3) 小林,増田,小森谷,神徳,大須賀,岩月,田所,宮崎,北垣,岩城,藤田,小野,熊谷,小菅,福田,荒川,松日楽, ロボット制御の実際, 計測自動制御学会, (1997), pp.64-71
- 4) 吉田,池田,前田, 6自由度マニピュレータに対するパラメータ同定法の実証的研究, “日本ロボット学会誌”, 11,4, (1993), pp.564-573
- 5) 甲斐,原,横川,横川, 精密はめ合い作業達成条件に基づくマニピュレータの運動学的機構設計, “日本機械学会論文集 (C編)”, 64,626, (1998), pp.3868-3873
- 6) 吉村,濱田,由良,野池,人見, 機械構造システムの多層最適設計, “日本機械学会論文集 (C編)”, 50,452, (1981), pp.724-732