

# ロボットアームの運動制御における軌道生成

## Trajectory Generation for Dynamic Control of Robot Manipulator

○須藤明美\*, 渡部慶二\*\*, 村松鋭一\*\*, 有我祐一\*\*, 遠藤茂\*\*

○SUDOU Akemi\* WATANABE Keiji\*\* MURAMATSU Eiichi\*\* ARIGA Yuichi\*\* ENDO Shigeru\*\*

\*山形大学大学院理工学研究科,\*\*山形大学工学部

\*\*Yamagata University

キーワード:多関節ロボット(Articulated robots), 終端状態制御(Final-State Control),  
フィードフォワード制御(Feed-forward Control)

連絡先: 〒992-0037 米沢市城南 4-3-16 山形大学 工学部 応用生命システム工学科 渡部研究室  
須藤明美 E-mail:ewe86634@dip.yz.yamagata-u.ac.jp

### 1. はじめに

近年、工場内のラインの自動化が一般的となり、ロボットアームは多く使用されるようになった。だが、それらのロボットアームは PtoP (Point to Point) での制御が主流である。

しかし、将来的には工場外でもロボットアームが使用されることになると考えられる。そこで PtoP よりも柔軟な動き、すなわち軌道制御をおこなう必要性が出てくると思われる。

本研究では、今まで PD 制御によるフィードバック制御を用いていた。だが、フィードバック制御のみでは目標値に収束はするものの応答性が悪い。(図 1.1)

そこで、応答性の向上をはかるためにフィードフォワード制御を導入することにした。そしてフィードフォワード制御の方法として、目標値に対する負荷のかからない最適な軌道の生成をおこなう終端状態制御を選択し、応答性の向上をはかることにした。

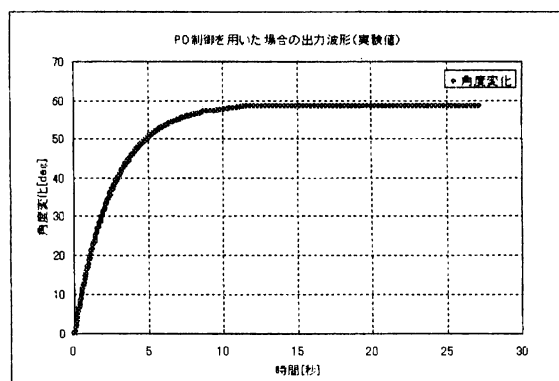


図 1.1.フィードバック制御(PD 制御)を用いた場合の  
応答波形

## 2. 問題設定

### 2.1. システムの説明

本研究では水平スカラ型 3 リンクロボットアームを使用する。(図 2.1)

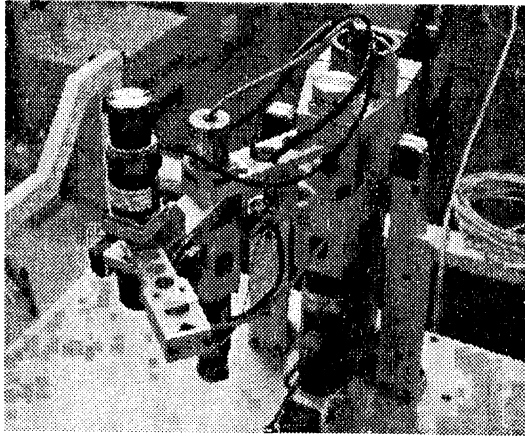


図 2.1. 水平スカラ型 3 リンクロボットアーム

### 2.2. 制御方法

制御方法は終端状態制御理論を用いる。終端状態制御とは、先に初期状態と最終状態を設定し、その間で一番負荷のかからない制御入力をサンプリング周期ごとに計算する。そして、サンプリング周期ごとに計算した制御入力をフィードフォワード入力することによって、制御対象を最適な状態に制御する方法である。

このロボットアームに終端状態制御を用いることで、負荷のかからない最適な軌道を生成する。

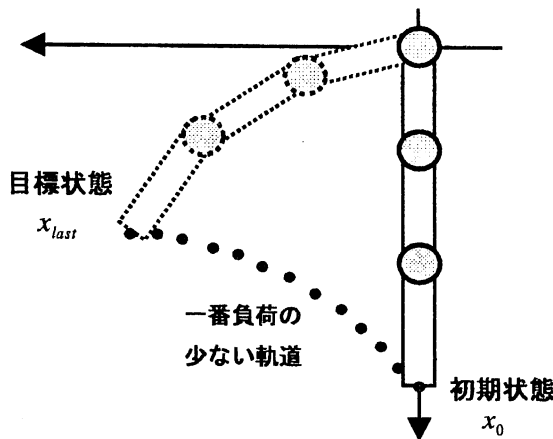


図 2.2. 終端状態制御の概要図

ロボットアームの運動方程式は以下の式で表される。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + N(\dot{\theta}, \theta) + D\theta = Cu \quad \dots (2.1)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \theta &= \text{全軸分の角度} \\ \dot{\theta} &= \text{全軸分の角速度} \\ x &= [\dot{\theta}, \theta]^T \end{aligned} \quad \dots (2.2)$$

とおくと、ロボットアームの状態方程式は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -M(\theta)^{-1} \cdot \{N(\dot{\theta}, \theta) + D\} & 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} x \\ &+ \begin{bmatrix} M(\theta)^{-1} C \\ 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} u \end{aligned} \quad \dots (2.3)$$

次に、終端状態制御をロボットアームに適用させるため、式(2.3)の中に含まれる非線形項  $\dot{\theta}, \theta$  を 0 とおいて線形化をおこなった。線形化をおこなった後のロボットアームの状態方程式は以下の式になる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -M^{-1} \cdot \{N + D\} & 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} x \\ &+ \begin{bmatrix} M^{-1} C \\ 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} u \end{aligned} \quad \dots (2.4)$$

式(2.4)内の行列を以下のようにおく。

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -M^{-1} \cdot \{N + D\} & 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} M^{-1} C \\ 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots (2.5)$$

ここで、上記の状態方程式に対してオイラー法を用いた刻み時間  $\Delta t$  での離散化をおこなう。離散化した状態方程式は以下の式になる。

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N) \quad \dots (2.6)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_d &= A \cdot \Delta t + I \\ B_d &= B \cdot \Delta t \end{aligned} \quad \dots (2.7)$$

このときの  $A_d, B_d$  は可制御行列である。

式(2.6)に対して、以降で示す終端状態制御を適用させていく。

### 3. 終端状態制御理論

本研究に用いる終端状態制御理論について説明する。一般に線形時不変系の状態方程式は以下の式で表される。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \dots (3.1)$$

上記の状態方程式にオイラー法を用いて、刻み時間  $\Delta t$  で離散化すると以下の式になる。

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N) \quad \dots (3.2)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_d &= A \cdot \Delta t + I \\ B_d &= B \cdot \Delta t \end{aligned} \quad \dots (3.3)$$

である。ここで、初期状態を  $x_0$ 、サンプリング周期  $T$  とおくと、目標時間  $NT$  ( $N \geq 6$ ) における状態  $x_N$  は以下の式になる。

$$\begin{aligned} x_1 &= A_d x_0 + B_d u_0 \\ x_2 &= A_d x_1 + B_d u_1 \\ &= A_d (A_d x_0 + B_d u_0) + B_d u_1 \\ &= A_d^2 x_0 + A_d B_d u_0 + B_d u_1 \\ &\vdots \\ x_N &= A_d^N x_0 + U_L v_L \end{aligned} \quad \dots (3.4)$$

ただし、

$$\begin{aligned} U_L &= [A_d^{N-1} B_d, A_d^{N-2} B_d, \dots, A_d B_d, B_d] \\ v_L &= [u_0, u_1, \dots, u_{N-2}, u_{N-1}]^T \end{aligned} \quad \dots (3.5)$$

である。ここで、目標状態を  $x_{last}$  とすると、 $x_{last}$  が  $x_N = x_{last}$  となるとき、終端状態が実現する。式(3.4)より、

$$x_{last} = A_d^N x_0 + U_L v_L \quad \dots (3.6)$$

と表現される。そこから、

$$U_L v_L = x_{last} - A_d^N x_0 \quad \dots (3.7)$$

である。ここで、式(3.7)を満足するようなフィードフォワード入力をシステムに与えたとき、 $N$  ステップ目で目標状態  $x_{last}$  に到達する。式(3.6)を満たす制御入力のうち、2乗ノルムで最小となる制御入力は以下の式で求められる。

$$v_L = U_L^T (U_L U_L^T)^{-1} \cdot (x_{last} - A_d^N x_0) \quad \dots (3.8)$$

このとき、 $v_L$  は各周期の制御入力  $u_0 \dots u_n$  からなる  $N \times 1$  行列である。

### 4. シミュレーション

サンプリング周期  $T = 0.01$ [sec]、目標透徹時間

$NT = 5$ [sec] と設定し、シミュレーションをおこなった。

今回は3つのシミュレーション条件を設定した。

#### 条件 1.

初期状態:

$$x_0 = [\dot{\theta}, \theta]^T = [0, 0]^T$$

目標状態:

$$x_0 = [\dot{\theta}, \theta]^T = [0, 10]^T$$

条件 2.

初期状態:

$$x_0 = [\dot{\theta}, \theta]^T = [0, 0]^T$$

目標状態:

$$x_0 = [\dot{\theta}, \theta]^T = [0, 30]^T$$

条件 3.

初期状態:

$$x_0 = [\dot{\theta}, \theta]^T = [0, 0]^T$$

目標状態:

$$x_0 = [\dot{\theta}, \theta]^T = [0, 60]^T$$

シミュレーション結果は以下のとおりである。

条件 1.

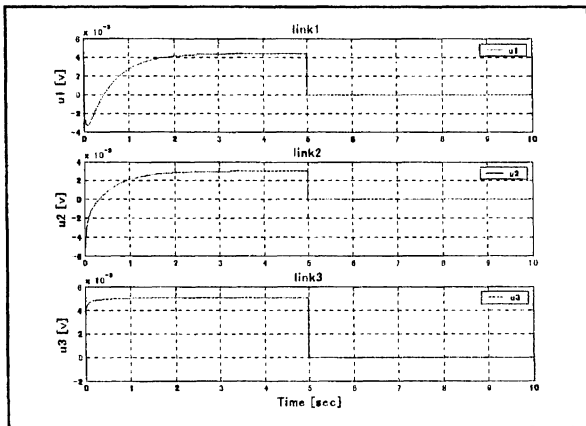


図 4.1.条件 1 での全軸の制御入力

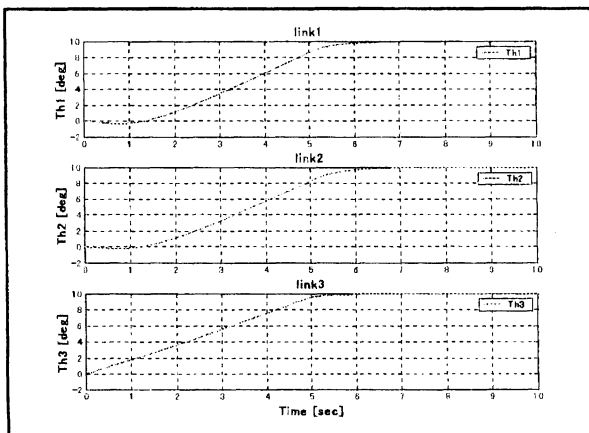


図 4.2.条件 1 での全軸の角度変化

条件 1 の場合のシミュレーション結果を図 4.1、4.2 で示す。図に示すとおり、全軸とも約 6 秒後には目標状態に収束した。

条件 2.

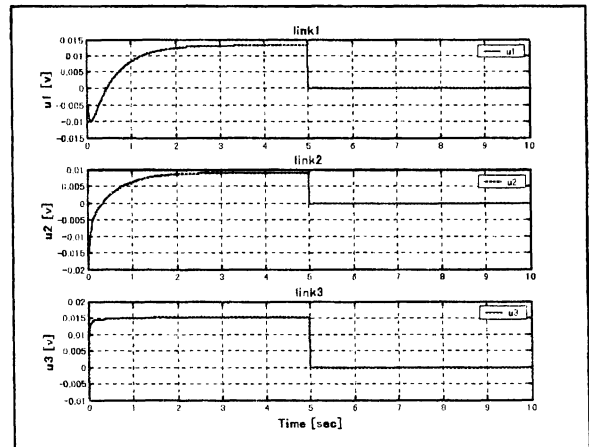


図 4.3.条件 2 での全軸の制御入力

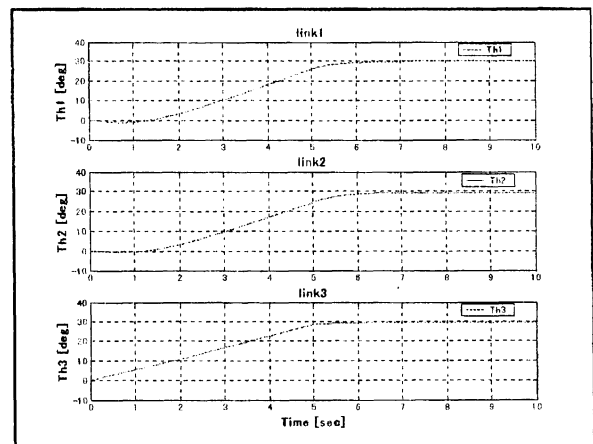


図 4.4.条件 2 での全軸の角度変化

条件 2 の場合のシミュレーション結果を図 4.3、4.4 で示す。図に示すとおり、全軸とも約 7 秒後には目標状態に収束した。

条件 3.

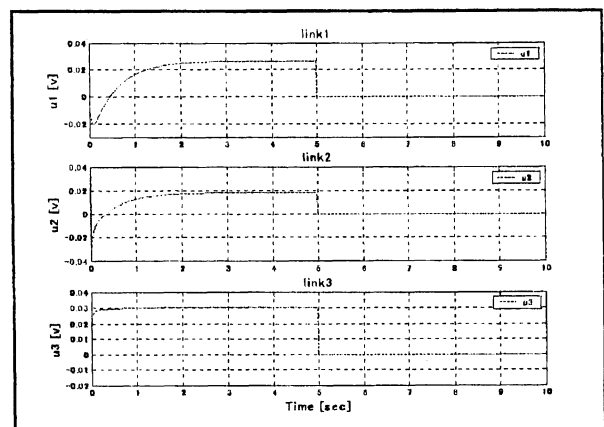


図 4.5.条件 3 での全軸の制御入力

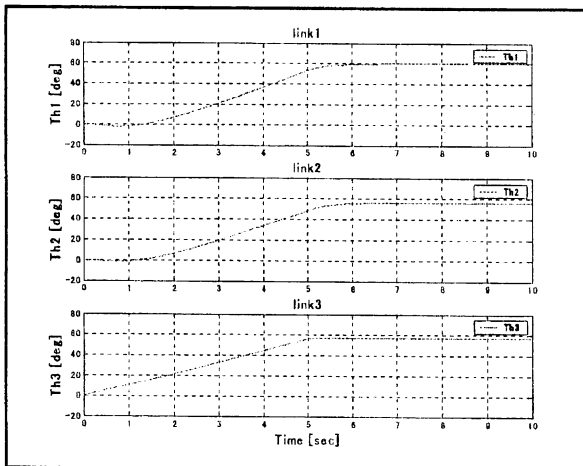


図 4.6.条件 3 での全軸の角度変化

条件 3 の場合のシミュレーション結果を図 4.5、4.6 で示す。図に示すとおり、全軸とも約 7 秒後には目標状態に収束した。また、収束後に約 5 度の目標状態との角度偏差が表れた。

## 5. おわりに

### 5.1 まとめ

今回は目標状態の角度を 10 度、30 度、60 度と変化させた場合でのシミュレーションをおこなったが、どの場合でも目標状態に収束した。また、フィードバック制御 (PD 制御) を用いたときと比較して、応答性の改善が見られた。

問題点として、最終到達時間である 5 [sec] では目標状態に収束しなかった。また、目標状態の角度が大きい場合は収束後、角度偏差が出た。このような問題点が出た理由として、今回はシステムを線形時不変系として線形化しているため、各周期での制御入力演算に誤差が生じたのではないかと考えられる。

### 5.2. 今後の課題

- ・ システムを線形時変系として考慮する  
 今回検証した線形時不変系での制御入力と比較し、誤差の改善が見られるか検証したい。
- ・ フィードバック制御への適用  
 今までのフィードバック制御に今回の終端状態制御を適用させることで、応答性の向上についての検証をおこないたい。

### 参考文献

- 1) 中野 道雄、美多 勉 共著:制御基礎理論[古典から現代まで] 141/143 昭晃堂(1998)
- 2) 西村、高崎、舟木、戸谷:誤差学習による終端状態制御を用いたブラキエーションロボットの運動制御 日本機械学会論文集(C編) 63 巻 605 号 182/189 (1997)
- 3) 山口 一郎:誤差学習による終端状態制御を用いた走行二重振子の運動制御 輪講資料 (1996)