計測自動制御学会東北支部 第237回研究集会 (2007.7.20)
資料番号 237-2

アクティブゲインスケジューリング：LPVシステムとゲインスケジューリング制御の協調

Active gain scheduling: A Collaboration between LPV Plants and Gain Scheduling Controllers

○川村光貴*，三浦憲幸**，平元和彦†

○Mitsutaka Kawamura*, Noriyuki Miura**, Kazuhiko Hiramoto†

*秋田大学大学院，**東北フジクラ，†秋田大学

*Graduate School of Akita University, **Tohoku Fujikura Ltd., †Akita University

キーワード： アクティブゲインスケジューリング (Active gain scheduling), 構造系と制御系の統合化設計 (Integrated design of structural and control systems), 線形行列不等式 (Linear Matrix Inequalities)

連絡先： 〒010-8502 秋田市手形学園町1–1 秋田大学工学資源学部機械工学科
平元和彦，Tel.: (018)889-2348，Fax.: (018)837-0405，E-mail: hira@ipc.akita-u.ac.jp

---

1. はじめに

本報告では，一般化プラント中に時変の設計パラメータが存在する場合に，この時変パラメータとフィードバックコントローラによる協調的な制御を行うための統合的制御系設計手法を提案する．

制御対象中に含まれる設計パラメータと，フィードバックコントローラを同時に最適設計する構造系と制御系の統合化設計手法に関する研究が，主として機械系を対象としてこの約20年間行われている[1]．統合化設計は，その設計自由度の高さから，従来行われている制御対象の設計の後にコントローラを設計する2段階の設計手法と比較して高い制御性能が達成可能である．

しかし，統合化設計問題は，制御対象またはコントローラ単独の最適設計問題とは異なり，最も簡単な場合でもBMI問題として定式化されるため，大域的最適解を実用的な計算量で求めることは非常に困難である[2]．この統合化設計問題のもつ本質的な問題に対して，文献[3, 4]では，制御しやすい制御対象の特徴付けに基いた制御対象の設計手法が提案されているが，これらの手法では，制御対象の零点（制御対象のセンサ・アクチュエータ配置，個数の関数となる）のみが調整可能で，剛性や減衰等の制御対象の極に関わる設計パラメータの調整は不可能である．このため，一般的な統合化設計問題では，制御対象に存在する調整可能な設計パラメータ（質量，剛性，減衰，センサ・アクチュエータ配置等）と，制御を行うフィードバックコントローラを，設定された評価関数の局所的な収束性を満足するような繰り返しアルゴリズムを用いて同時に最適設計してきた[2, 5, 6, 7]．

従来，統合化設計は，線形時不変系のみを対象としており，時変系への拡張は，近年，著者らに

よって始まったばかりである[8, 9]．これらの研究では，制御対象をLPVシステムで表現し，近年急速に設計手法が整備されたLMIベースのゲインスケジューリング制御手法[10, 11]の適用を前提に，閉ループ系の性能指標を局所的に最適化するような制御対象の（時不変な）構造パラメータと，ゲインスケジューリングコントローラを同時に求めている．しかし，設計パラメータが時変な場合についての研究報告例は存在しない．

本報告では，一般化プラント中に時変な設計パラメータが存在する場合を考え，この時変パラメータと，制御を行うコントローラとが協調的に制御を行うような制御系設計を行う．コントローラは，制御対象の時変設計パラメータの変動に対して閉ループ系の制御性能を確保するように，LMIに基づくゲインスケジューリング制御手法[10, 11]を用いる．この制御により，制御対象の時変設計パラメータを規定された範囲で変化させても，閉ループ系の$\mathcal{L}_2$ゲインの意味で制御性能が保証される．従来，ゲインスケジューリング制御手法は，動作点の変化や制御対象の（外的要因による）スケジューリングパラメータの変動を想定したものであった．これに対し，本報告の制御系は，ゲインスケジューリングコントローラを用いていはいるものの，スケジューリングパラメータを調整可能なパラメータとして積極的に調整する．この意味で，本制御系は従来のゲインスケジューリング制御問題とは異なっている．以下，本報告で提案する制御対象中の時変パラメータとゲインスケジューリングコントローラの協調制御手法を，**アクティブゲインスケジューリング制御（AGSC）**手法と呼ぶことにする．

AGSC手法では，設計されたゲインスケジューリングコントローラの想定した範囲内で，制御対象中（一般化プラント）中の時変設計変数を調整する自由度がある．本報告では，設計例として，機械系の位置決め制御系を考え，一般化プラント中の重みを偏差の絶対値の関数として調整することを考える．調整法には遺伝的アルゴリズム[12] (GA)を用いる．

本報告の構成を述べる．第2節では，アクティブゲインスケジューリング制御問題の問題設定を行う．第3節では，制御則として用いるLMIベースのゲインスケジューリングコントローラの設計法[10, 11]について説明した後，GAによる時変設計パラメータの調整法を提案する．第4節に設計例を示し，AGSC手法の有効性を示す．結論は第5節で述べる．

記号の定義は以下のとおりである．t: 時刻，A^T: 行列Aの転置，$\|a(t)\|_2 := \left(\int_0^\infty a^T(t)a(t)dt\right)^{\frac{1}{2}}$: 信号$a(t)$の$\mathcal{L}_2$ノルム，$\mathcal{L}(a(t))$: $a(t)$のLaplace変換，$\mathcal{R}^m$: m次元実ベクトルの集合，$\mathcal{R}^{m\times n}$: $m\times n$の実行列の集合，$\mathcal{S}^n$: n次元実対称行列の集合，I: 適当な次元の単位行列，$0_{m\times n}$: $m\times n$の零行列

2. 問題設定

調整可能な時変パラメータを持つ制御対象が，式(1)のようなLPVシステムとして定義される．

$$\Sigma_P := \begin{cases} \dot{x}(t) = A(p(t))x(t) + B_1(p(t))w(t) + B_2u(t) \\ z(t) = C_1(p(t))x(t) + D_{11}(p(t))w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) \end{cases} \tag{1}$$

ここで，$x(t)\in\mathcal{R}^{n_x}$, $w(t)\in\mathcal{R}^{n_w}$, $u(t)\in\mathcal{R}^{n_u}$, $z(t)\in\mathcal{R}^{n_z}$, $y(t)\in\mathcal{R}^{n_y}$は，それぞれ状態，外乱，操作量，制御出力および観測出力ベクトルである．$p(t) := \begin{bmatrix} p_1(t) & \ldots & p_{n_p}(t) \end{bmatrix}^T$は，次式で定義される集合$\mathcal{C}_p$に属する時変パラメータベクトルである．

$$\mathcal{C}_p := \{p(t)\in\mathcal{R}^{n_p} \mid p_{\min}\le p(t)\le p_{\max}\}, \tag{2}$$
$$p_{\min} := \begin{bmatrix} (p_{\min})_1 & \ldots & (p_{\min})_{n_p} \end{bmatrix}^T \in\mathcal{R}^{n_p}$$
$$p_{\max} := \begin{bmatrix} (p_{\max})_1 & \ldots & (p_{\max})_{n_p} \end{bmatrix}^T \in\mathcal{R}^{n_p}$$

ここで，式(1)の係数行列について，以下が成立していると仮定する．

仮定 1 式*(1)*の$p(t)$に依存するすべての係数行列は，次式のような時変パラメータ$p(t)$の線形関数である．

$$\mathsf{M} := (\mathsf{M})_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(\mathsf{M})_i,\ (\mathsf{M})_0 := \mathsf{M}(p_{\min}), \tag{3}$$
$$(\mathsf{M})_i := \frac{\partial \mathsf{M}(p(t))}{\partial p_i(t)}$$

ここで，行列Mは，式*(1)*の$p(t)$に依存する係数行列のいずれかである．

式(1)で与えられるLPVプラント表現は，従来多くのゲインスケジューリング制御系設計[10, 11)]でも用いられている．多くの場合，式(1)中の時変パラメータ$p(t) \in \mathcal{C}_p$は，制御対象の平衡点の変化や，外部からの要因によって発生する制御対象の動特性の変動を表現するものであった．それに対し，本報告では，時変パラメータ$p(t)$は，設計者が自由に調整できる設計パラメータであると考えられており，従来のゲインスケジューリング制御系設計問題とは状況が異なっていることに注意する．

式(1)を制御するフルオーダのフィードバックコントローラを次式で定義する．

$$\Sigma_K := \begin{cases} \dot{x}_K(t) = A_K x_K(t) + B_K y(t) \\ u(t) = C_K x_K(t) + D_K y(t) \end{cases} \tag{4}$$

ここで，$x_K(t) \in \mathcal{R}^{n_x}$である．式(1)および(4)によって構成される閉ループ系を次式で定義する．

$$\Sigma_c := \begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c w(t) \\ z(t) = C_c x_c(t) + D_c w(t) \end{cases} \tag{5}$$

式(5)の係数行列A_c, B_c, C_cおよびD_cは，式(1)の係数行列と同様に，制御対象中の時変設計パラメータ$p(t) \in \mathcal{C}_p$の線形関数になっていることに注意する．

以上の定義の下で，本報告では，制御対象中に存在する時変設計パラメータとコントローラの同時設計問題を以下で記述する．

時変制御対象とコントローラの同時設計問題
設計者によって設定された閉ループ系の性能指標を最適化する制御対象中の時変設計パラメータ$p(t) \in \mathcal{C}_p$および制御を行うコントローラΣ_Kを同時に求めよ． □

本問題設定は，制御対象中の設計パラメータが時変であるという意味で，構造減衰，剛性等の時不変変数を制御対象の設計パラメータとしていた従来の統合化設計問題の拡張になっている．また，制御系を伴い，状況に応じてその構造や形態を適応的に変化する適応構造物の設計問題とも類似している．

3. アクティブゲインスケジューリング

3.1 ゲインスケジューリング制御

前節で設定された問題において，式(1)の制御対象は，より高い制御性能を達成するため，時変設計パラメータである$p(t) \in \mathcal{C}_p$を積極的に変化させる．本報告では，このような変動を有する制御対象に対する制御手法として，時変パラメータを設計者が決定できる条件を考慮し，LMIに基づくゲインスケジューリング手法[10, 11)]を採用する．ゲインスケジューリング制御では，式(4)のコントローラΣ_Kの係数行列A_K, B_K, C_KおよびD_Kが時変パラメータ$p(t)$の関数になる．閉ループ系(5)の性能を評価する指標は，次式で定義される$\mathcal{L}_2$ゲイン$\gamma > 0$である．

$$\gamma := \sup_{0<\|w(t)\|_2<\infty} \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} \tag{6}$$

式(6)の$\mathcal{L}_2$ゲインの意味で最適なゲインスケジューリングコントローラΣ_Kは，すべての$p(t) \in \mathcal{C}_p$に対して，以下のLMIを満足し，$\gamma > 0$を最小化する

ことによって求めることができる[11]．

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{21}^T & \Theta_{31}^T & \Theta_{41}^T \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \Theta_{32}^T & \Theta_{42}^T \\ \Theta_{31} & \Theta_{32} & -\gamma I & \Theta_{43}^T \\ \Theta_{41} & \Theta_{42} & \Theta_{43} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0 \tag{8}$$

$$\Theta_{11} := XA + A^T X + \hat{B}_K C_2 + C_2^T \hat{B}_K^T,$$

$$\Theta_{21} := \hat{A}_K^T + A + B_2 D_K C_2,$$

$$\Theta_{31} := (XB_1 + \hat{B}_K D_{21})^T,\ \Theta_{41} := C_1 + D_{12} D_K C_2,$$

$$\Theta_{22} := AY + YA^T + B_2 \hat{C}_K + \hat{C}_K^T B_2^T,$$

$$\Theta_{32} := (B_1 + B_2 D_K D_{21})^T,\ \Theta_{42} := C_1 Y + D_{12} \hat{C}_K,$$

$$\Theta_{43} := D_{11} + D_{12} D_K D_{21}, \forall p(t) \in \mathcal{C}_p$$

ここで，行列X，$Y \in \mathcal{S}^{n_x}$，$\hat{A}_K \in \mathcal{R}^{n_x \times n_x}$，$\hat{B}_K \in \mathcal{R}^{n_x \times n_y}$，$\hat{C}_K \in \mathcal{R}^{n_u \times n_x}$および$D_K \in \mathcal{R}^{n_u \times n_y}$は，未知パラメータベクトルであり，一般に$p(t) \in \mathcal{C}_p$の関数である．式(7)および(8)は，無限次元のLMI拘束条件となり，現時点で解くことはできない．

本報告では，文献[10]の手法を利用してゲインスケジューリングコントローラΣ_Kを求める．行列$\hat{A}_K(p(t))$，$\hat{B}_K(p(t))$，$\hat{C}_K(p(t))$および$D_K(p(t))$を，$p(t) \in \mathcal{C}_p$の関数として，以下のようにおく．

$$\hat{A}_K(p(t)) = (\hat{A}_K)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(\hat{A}_K)_i, \tag{9}$$

$$\hat{B}_K(p(t)) = (\hat{B}_K)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(\hat{B}_K)_i, \tag{10}$$

$$\hat{C}_K(p(t)) = (\hat{C}_K)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(\hat{C}_K)_i, \tag{11}$$

$$D_K(p(t)) = (D_K)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(D_K)_i, \tag{12}$$

ここで，$(\hat{A}_K)_j \in \mathcal{R}^{n_x \times n_x}$，$(\hat{B}_K)_j \in \mathcal{R}^{n_x \times n_y}$，$(\hat{C}_K)_j \in \mathcal{R}^{n_u \times n_x}$, $(D_K)_j \in \mathcal{R}^{n_u \times n_y}$ $(j = 0,\ \ldots\ n_p)$である．また，行列X，$Y \in \mathcal{S}^{n_x}$を$p(t)$に依存しない定数行列とする．

仮定1のように，制御対象(1)の$p(t)$依存の係数行列が，$p(t)$の線形関数で，さらに，$p(t)$の変化率$\dot{p}(t)$の大きさが任意に大きくなりうる場合，閉ループ系の$\mathcal{L}_2$ゲインをγ未満とするゲインスケジューリングコントローラΣ_Kが存在するための必要十分条件は，行列$p(t) \in \mathcal{C}_p$の端点p_j^v $(j = 1,\ \ldots,\ 2^{n_p})$において，式(7)および(8)が成立するような定数行列X，$Y \in \mathcal{S}^{n_x}$，$\hat{A}_K(p_j^v) \in \mathcal{R}^{n_x \times n_x}$，$\hat{B}_K(p_j^v) \in \mathcal{R}^{n_x \times n_y}$, $\hat{C}_K(p_j^v) \in \mathcal{R}^{n_u \times n_x}$および$D_K(p_j^v) \in \mathcal{R}^{n_u \times n_y}$ $(j = 1,\ \ldots,\ 2^{n_p})$が存在することである[10]． ゲインスケジューリングコントローラΣ_Kの係数行列$A_K(p(t))$，$B_K(p(t))$および$C_K(p(t))$は，次式となる．

$$\begin{aligned} A_K(p(t)) &= N^{-1}\{\hat{A}_K - X(A - B_2 D_K C_2) Y \\ &\quad - \hat{B}_K C_2 Y - X B_2 \hat{C}_K\} M^{-T} \\ &= (A_K)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(A_K)_i \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} B_K(p(t)) &= N^{-1}\left(\hat{B}_K - X B_2 D_K\right) \\ &= (B_K)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(B_K)_i \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} C_K(p(t)) &= \left(\hat{C}_K - D_K C_2 Y\right) M^{-T} \\ &= (C_K)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(C_K)_i \end{aligned} \tag{15}$$

ここで，行列$(A_K)_j \in \mathcal{R}^{n_x \times n_x}$，$(B_K)_j \in \mathcal{R}^{n_x \times n_y}$，$(C_K)_j \in \mathcal{R}^{n_u \times n_x}$, $(D_K)_j \in \mathcal{R}^{n_u \times n_y}$ $(j = 0,\ \ldots\ n_p)$であり，行列MおよびNは，$I - XY = NM^T$を満足する行列である．

このとき，式(5)の閉ループ系も，次式のような$p(t)$の線形関数で表すことができる．

$$A_c(p(t)) = (A_c)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(A_c)_i, \tag{16}$$

$$B_c(p(t)) = (B_c)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(B_c)_i, \tag{17}$$

$$C_c(p(t)) = (C_c)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(C_c)_i, \tag{18}$$

$$D_c(p(t)) = (D_c)_0 + \sum_{i=1}^{n_p} p_i(t)(D_c)_i, \tag{19}$$

ここで,

$$
\begin{aligned}
(A_c)_0 &:= \begin{bmatrix} (A)_0 & B_2(C_K)_0 \\ (B_K)_0 C_2 & (A_K)_0 \end{bmatrix}, \\
(A_c)_i &:= \begin{bmatrix} (A)_i & B_2(C_K)_i \\ (B_K)_i C_2 & (A_K)_i \end{bmatrix}, \\
(B_c)_0 &= \begin{bmatrix} (B_1)_0 + B_2(D_K)_0 D_{21} \\ (B_K)_0 D_{21} \end{bmatrix}, \\
(B_c)_i &:= \begin{bmatrix} (B_1)_i + B_2(D_K)_i D_{21} \\ (B_K)_i D_{21} \end{bmatrix},
\end{aligned}
$$

$$(C_c)_0 := \begin{bmatrix} (C_1)_0 + D_{12}(D_K)_0 C_2 & D_{12}(D_K)_0 D_{21} \end{bmatrix},$$

$$(C_c)_i := \begin{bmatrix} (C_1)_i + D_{12}(D_K)_i C_2 & D_{12}(D_K)_i D_{21} \end{bmatrix},$$

$$(D_c)_0 := D_{12}(D_K)_0 D_{21},\ (D_c)_i := D_{12}(D_K)_i D_{21},$$

$$i = 1.\ \ldots,\ n_p$$

である.

以上の閉ループ系は,スケジューリングパラメータ$p(t)$が,式(2)で定義される$\mathcal{C}_p$内に存在する限り,その安定性および閉ループ系の$\mathcal{L}_2$ゲインがγ未満となることが保証される.本報告では,この性質を利用して,スケジューリングパラメータ$p(t) \in \mathcal{C}_p$を積極的に変更して,制御性能の向上を図る.これがアクティブゲインスケジューリング(AGSC)制御手法である.

与えられた制御仕様に対して,スケジューリングパラメータ$p(t)$の決定法としては,様々なものが考えられる.本報告では,例として,次節で遺伝的アルゴリズム(GA)を利用した手法を示す.

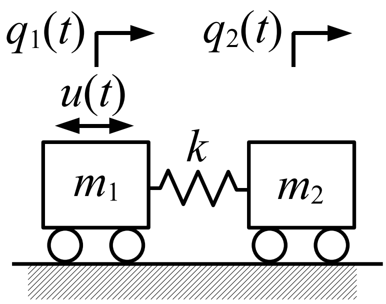

Fig. 1 2dof system

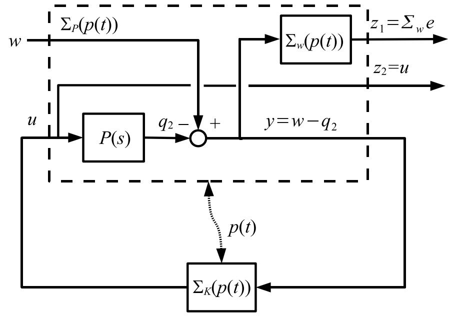

Fig. 2 Closed-loop control system Σ_c

4. 設計例

図1のような2自由度系[13]を例として,AGSC手法の有効性を検討する.質量m_1に操作力$u(t)$を与え,m_2の変位$q_2(t)$を目標値$w(t)$に追従させる問題を考える.状態ベクトルを$x_p(t) := [q_1(t)\ q_2(t)\ \dot{q}_1(t)\ \dot{q}_2(t)]^T$と定義すると,本制御対象の状態方程式表現は,次式で与えられる.

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u(t) \\ y_p(t) = C_p x_p(t) \end{cases}, \tag{20}$$

$$A_p := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k}{m_1} & \frac{k}{m_1} & 0 & 0 \\ \frac{k}{m_1} & -\frac{k}{m_2} & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B_p := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_1} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_p := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

物理パラメータ値を$m_1 = m_2 = 1$, $k = 1$とする.本設計例では,この位置決め制御を行うコントローラをAGSC手法を用いて設計する.一般化プラントΣ_Pとゲインスケジューリングコントローラからなる閉ループ系Σ_cを図2に示す.ここで,$P(s)$は,図1の$u(s) := \mathcal{L}(u(t))$から$q_2(s) := \mathcal{L}(q_w(t))$までの伝達関数である.本設計例では,$\Sigma_P$中の偏差にかかる重み$\Sigma_w$を,以下のようなスケジューリングパラメータ$p(t)$に依存したものとする.

$$\Sigma_w := \begin{cases} \dot{x}_w(t) = A_w x_w(t) + B_w(p(t))e(t) \\ z_1(t) = C_w(t) \end{cases} \tag{21}$$

$$A_w = -0.01,\ B_w(p(t)) = p(t) \in \mathcal{R},\ C_w(t) = 1,$$

$$p_{\min} \le p(t) \le p_{\max},\ p_{\min} = 1,\ p_{\max} = 10^4 \tag{22}$$

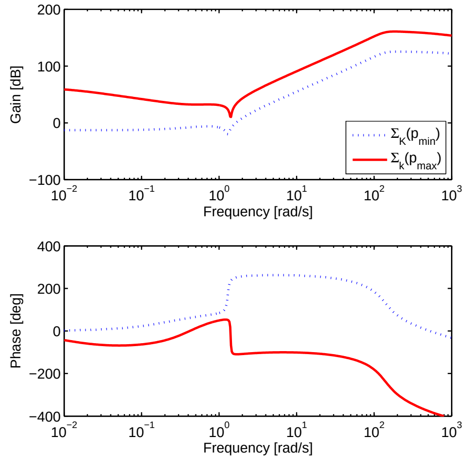

Fig. 3 Bode plots of two vertices of the gain scheduling controllers $\Sigma_K(p_{\min})$ and $\Sigma_K(p_{\max})$

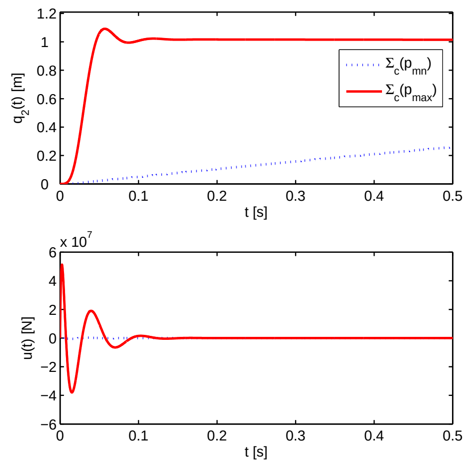

Fig. 4 Step responses of two vertices of the closed-loop systems

一般化プラントΣ_Pの係数行列は，次式のように与えられる．

$$x(t) := \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_w(t) \end{bmatrix},\ A := \begin{bmatrix} A_p & 0_{4\times 1} \\ -B_w(p(t))C_p & A_w \end{bmatrix},$$
$$B_1 := \begin{bmatrix} 0_{4\times 1} \\ B_w \end{bmatrix},\ B_2 := \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix},\ z(t) := \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix},$$
$$C_1 := \begin{bmatrix} 0_{1\times 4} & C_w \\ 0_{1\times 4} & 0 \end{bmatrix}, D_{11} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ D_{12} := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$
$$C_2 := \begin{bmatrix} -C_p & 0 \end{bmatrix},\ D_{21} := 1$$

前述した手法を用いて，ゲインスケジューリングコントローラ$\Sigma_K(p(t))$を求めた．スケジューリングパラメータ$p(t)$を変化させることによって，一般化プラント中の偏差にかかる重みのゲイン特性が変化する．例えば，$p(t) = p_{\max}$の場合は，応答特性を最も重視した制御仕様を表す一般化プラントとなり，$p(t) := p_{\min}$の場合は，操作量の低減を最も重視した一般化プラントとなる．$p(t) = p_{\max}$または$p(t) = p_{\min}$と固定した場合のゲインスケジューリングコントローラΣ_Kのボード線図およびそれぞれのコントローラを使用した場合の閉ループ系の単位ステップ応答を図3および4に示す．これより，$p(t)$を大きくすることによって，コントローラのゲインは大きくなっており，大きな制御入力を用いることによって，（オーバーシュートは見られるものの）応答性はより高くなっており，小さな$p(t)$では，応答性は悪いが，操作量の小さいコントローラが設計されていることがわかる．

本報告では，スケジューリングパラメータ$p(t)$を，偏差$e(t)$の関数として，$p_{\min} \le p(t) \le p_{\max}$の範囲で連続的に変化させ，制御性能の改善を図る．本報告では，$w(t) = r > 0$（ステップ入力）とし，$p(t)$が偏差の絶対値$|e(t)|$の関数として以下のように決定されるものとする．

$$p(t) := \begin{cases} p_1 \ (0 \le |e(t)| < 0.1r) \\ p_2 \ (0.1r \le |e(t)| < 0.2r) \\ p_3 \ (0.2r \le |e(t)| < 0.3r) \\ p_4 \ (0.3r \le |e(t)| < 0.4r) \\ p_5 \ (0.4r \le |e(t)| < 0.5r) \\ p_6 \ (0.5r \le |e(t)| < 0.6r) \\ p_7 \ (0.6r \le |e(t)| < 0.7r) \\ p_8 \ (0.7r \le |e(t)| < 0.8r) \\ p_9 \ (0.8r \le |e(t)| < 0.9r) \\ p_{10} \ (0.9r \le |e(t)|) \end{cases} \tag{23}$$
$$p_{\min} \le p_i \le p_{\max},\ i = 1, \ldots, 10$$

本報告では，p_i $(i = 1, \ldots, 10)$の決定に遺伝的アルゴリズム（GA）[12]を用いる．閉ループ性能を評価する適合度関数を次式と定義する．

$$J := \int_0^{t_f} |e(t)|\, dt + \rho \max_{0 \le t \le t_f} |u(t)| \tag{24}$$

ここで，t_fは終端時間，$\rho > 0$は重みである．本報告では，$w(t) = r = 1$（単位ステップ入力と定義

し，$t_f = 1$ [s], $\rho = 10^{-5}$とした．実際には，応答は数値積分によって得ているため，式(24)の積分の項は数値積分のステップ幅での離散近似値を用いている．

求められたp_i $(i = 1, \dots, 10)$の値を図5に示し，このp_iを用いて制御されたシステムのステップ応答を図6に示す．式(24)を最小にするようなアクティブなゲインスケジューリングを行うことにより，$p(t) = p_{\max}$と固定した場合よりも，より小さな操作量で，オーバーシュートなく目標値に追従していることが確認できる．

さらに，ゲインスケジューリングコントローラΣ_Kを使用して，Case I: $p(t) = p_{\min} = 1$, Case II: $p(t) = p_{\max} = 10^4$, Case III: AGSCの3種類の閉ループ系に対して，式(24)を計算したものを表1に示す．AGSC手法は，$p(t)$を固定した他の2つの場合よりもJは小さくなっており，本報告で提案するAGSC手法の有効性を示している．

以上の結果より，本報告で提案するAGSC制御手法の有効性が確認できる．

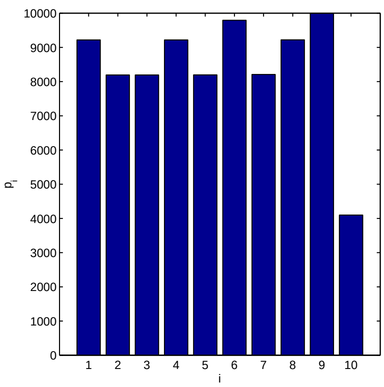

Fig. 5 Optimal scheduling parameter p_i $(i = 1, \dots, 10)$

Table 1 Performace index J

Case	J
I $(p(t) = p_{\min})$	7.5041×10^3
II $(p(t) = p_{\max})$	9.5514×10^2
III (AGSC)	$\mathbf{8.1182 \times 10^2}$

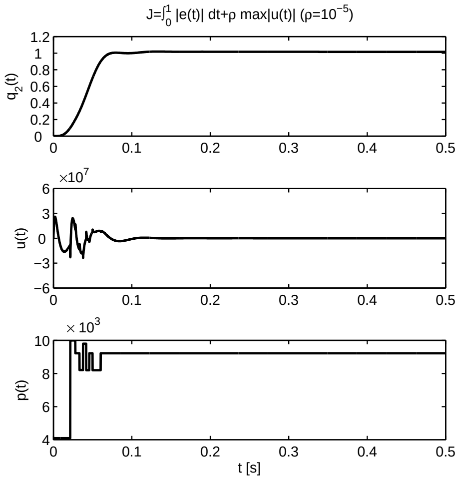

Fig. 6 Step response of the AGSC control system $(J = \int_0^1 |e(t)|dt + \rho \max_{0 \le t \le 1}(|u(t)|))$, $\rho = 10^{-5}$

5. おわりに

制御対象に調整可能な時変パラメータが存在する場合に，時変パラメータとゲインスケジューリングコントローラを協調的に調整するアクティブゲインスケジューリング制御(AGSC)手法について検討した．本手法は，制御対象中の調整可能な設計変数が時変となっているという点で，従来の構造系と制御系の統合化設計[1)−7)]の拡張となっている．ゲインスケジューリングコントローラは，閉ループ系の$\mathcal{L}_2$ゲインを最小化するLMIに基づく手法[10, 11)]を用いて設計した．

設計例では，GAを用いてスケジューリングパラメータの導出し，提案手法の有効性を示した．なお，本報告では，偏差の絶対値をいくつかのレベルに分けて，それぞれのレベルにスケジューリングパラメータ値を対応付けたが，必ずしもそのようにする必要はない．例えば[14)]では，AGSC手法におけるスケジューリングパラメータが解析的に求められる場合を示している．AGSC手法の枠組の中でのスケジューリングパラメータの決定法として，ファジィや遺伝的プログラミング（GP）などの手法も容易に導入可能であり，今後検討を行う．

参考文献

1) Onoda, J. and Haftka, R.T.: An Approach to Structure/Control Simultaneous Optimization for Large Flexible Spacecraft, AIAA Journal, **25-**8, 1133/1138 (1987).

2) 田中秀幸，杉江俊治：構造系と制御系の同時設計問題の一般的枠組みとBMIに基づく解法，計測自動制御学会論文集，**34-**1, 27/33 (1998).

3) Iwasaki, T., Hara, S. and Yamauchi, H., Dynamical System Design From a Control Perspectives: Finite Frequency Positive-Realness Approach, IEEE Transactions on Automatic Control, **48-**8, 1337/1354 (2003).

4) Hiramoto, K., Doki, H. and Obinata, G., Optimal Sensor/Actuator Placement for Active Vibration Control using Explicit Solution of Algebraic Riccati Equation, Journal of Sound and Vibration, **229**, 1057/1075 (2000).

5) Kajiwara, I., Tsujioka, K. and Nagamatsu, A.: Approach for Simultaneous Optimization of a Structure and Control System, AIAA Journal, **32-**4, 866/873 (1994).

6) Lu, J. and Skelton, R. E.,: Integrating Structure and Control Design to Achieve Mixed H_2/H_∞ Performance, International Journal of Control, **73-**16, 1449/1462 (2000).

7) Hiramoto, K. and Grigoriadis, K. M.: Integrated Design of Structural and Control Systems with a Homotopy Like Iterative Method, International Journal of Control, **79-**9, 1062/1073 (2006).

8) 平元和彦，中道健太，構造系とゲインスケジュールドコントローラの統合化設計，日本機械学会論文集（C編），**72-**718, 1785/1792 (2006).

9) 小笠原伸二，平元和彦，土岐　仁，ロボットマニピュレータのLMIによる機構設計法とゲインスケジューリング手法を用いた構造・制御系の同時最適設計，計測自動制御学会論文集，**42-**11, 1217/1226 (2006).

10) Apkarian, P., Gahinet, P. and Becker, G.: Self-scheduled $\mathcal{H}_\infty$ Control of Linear Parameter-varying Systems: a Design Example, Automatica, **31-**9, 1251/1261 (1995).

11) Apkarian, P. and Adams, R. J.: Advanced Gain-Scheduling Techniques for Uncertain Systems, IEEE Trans. on Control System Technology, **6-**1, 21/32 (1997).

12) 北野宏明，遺伝的アルゴリズム，産業図書 (1993).

13) Wie, B. and Bernstein, D. S.: Benchmark Problem for Robust Controller Design, Journal ofGuidance, Cotrol and Dynamics, **15**, 1057/1059 (1992).

14) Hiramoto, K., Active Gain Scheduling: A Collaborative Control Strategy between LPV Plants and Gain Scheduling Controllers, Proc. IEEE Multiconference on Systems and Control (MSC), (2007), Accepted.