計測自動制御学会東北支部 第238回研究集会 (2007.10.18)
資料番号 238-4

不変零点の安定配置を使った非線形ディスクリプタシステムのモデル追従形制御系の設計

A Design of Model Following Control System for Nonlinear Descriptor Systems Using Stable Assignment of Invariant Zeros

○趙 立華，大久保 重範，及川 一美，高橋 達也

○Lihua Zhao, Sigenori Okubo, Kazumi Oikawa, Tatsuya Takahashi

山形大学

*Yamagata University

キーワード： 不変零点 (invariant zero)，非線形モデル追従形制御系 (nonlinear model following control system)，非線形ディスクリプタシステム (nonlinear descriptor system)，内部状態 (internal state)

連絡先： 〒992-8510 米沢市城南4-3-16 山形大学工学部 大久保研究室
趙 立華，Tel.: (0238)26-3245，Fax.: (0238)26-3245，E-mail: dnh78815@dip.yz.yamagata-u.ac.jp

1. はじめに

デスクリプタシステム(DS)は制御対象システム内の物理変数や定数，物理的構造を変えることなく記述の数式表現できるので，広いクラスの物理システムを記述することができる[2, 3, 4, 5]。ダイナミカルシステム理論の一つの重要な課題である[4]から，今までの研究が数多くに行われている[?, 7, 8]。非線形モデル追従形制御系(MFCS)設計方法の提案は大久保によって制御対象を線形部+非線形部に分離して考える内部状態有界設計法である[10]。この設計法に基づき，デスクリプタシステムを直接扱う解析手法を確立することは文献[11]による非線形ディスクリプタシステムモデル追従形制御系(NDMFCS)の設計方法の提案がある。しかしながら，制御対象が非線形である場合，線形部の不変零点(線形部が可制御，可観測の場合は伝達零点と一致する)が安定か[10]，または可安定という制約条件[9]を満たさなければならない。この性質は状態方程式に基づくNDMFCSの場合でも同じである。本論文では制御対象を線形部+非線形部に分離して考えるモデル追従形制御系(MFCS)設計方法に基づき，不変零点を安定に配置させる非線形デスクリプタシステムの設計法を提案した。

2. 問題の設定

制御対象は次式のような非線形ディスクリプタシステムであるものとする。

$$E\dot{x}(t)=f(x(t))+Bu(t)+d(t) \tag{1}$$

$$y(t)=Cx(t)+d_0(t) \tag{2}$$

ここで，$x(t)\in R^n$はディスクリプタ変数，$u(t)\in R^l$は制御入力，$y(t)\in R^l$は制御対象の出力，$E\in R^{n\times n}$は一

般に正則とは限らず，$rank\ E=r(r \leqq n)$である。非線形部$f(x(t)) \in R^n$は次の条件を満たすものとする。

$$\|f(x(t))\| \leq \alpha+\beta\|x(t)\|^{\gamma} \quad (3)$$

ここで，$\alpha \geq 0$，$\beta \geq 0$，$\gamma > 1$とし，$\|\cdot\|$はユークリッドノルムである。外乱$d(t) \in R^n, d_0(t) \in R^l$は有界な線形外乱(線形自由系の出力)で，外乱の特性多項式$D_d(p)$とすれば，(4)式を満たす。$D_d(p)$は既知確定スカラー多項式である。

$$D_d(p)d(t)=0, D_d(p)d_0(t)=0 \quad (4)$$

モデルは(5)式で与える。

$$D_m(p)y_m(t)=N_m(p)r_m(t) \quad (5)$$

ここで，$y_m(t) \in R^l, r_m(t) \in R^{l_m}$である。$D_m(p)$は安定モニックな対角行列であり，(6)式で与えられるものとする。

$$D_m(p)=diag[D_{mk}(p)]; (l \times l), \partial D_{mk}(p)=n_{mk} \quad (6)$$

$N_m(p)$は$l \times l_m$の一般多項式行列であり，各行次数は$\partial_{rk}\{N_m(p)\}=\sigma_{m_k}$である。ここで$\partial\{\cdot\}$は多項式$\{\cdot\}$の次数を表し，$\partial_{rk}\{\cdot\}$は多項式行列$\{\cdot\}$の$k$番目の行次数を表す。対角行列にとるのは設計を容易にするためであり，現実的な制約にはならない。出力誤差は(7)式で与える。

$$e(t)=y(t)-y_m(t) \quad (7)$$

3. 不変零点の安定配置

(8)式を満たす正則行列M, Nを使い，定数行列$\overline{K}_I$よりKを次のように定める。ここでλは定数である。

$$\overline{E}_I=MEN=\begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \overline{K}_I=MKN=\begin{bmatrix} -\lambda I_r & 0 \\ 0 & -K_\lambda \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$K=M^{-1}\overline{K}_I N^{-1}=M^{-1}\begin{bmatrix} -\lambda I_r & 0 \\ 0 & -K_\lambda \end{bmatrix}N^{-1} \quad (9)$$

このKを使い，$g(x(t))$を(10)式のようにおき，制御対象(1)は(11)式に書き換える。

$$g(x(t))=-Kx(t)+f(x(t)) \quad (10)$$

$$E\dot{x}(t)=Kx(t)+g(x(t))+Bu(t)+d(t) \quad (11)$$

座標変換$x(t)=Nv(t)$及び正則変換行列Mを用いて(11)式は次式に変換される。

$$\overline{E}_I\dot{v}(t)=\overline{K}_I v(t)+Mg(Nv(t))+\overline{B}_I u(t)+Md(t) \quad (12)$$

$$y(t)=\overline{C}_I v(t)+d_0(t) \quad (13)$$

ただし

$$\overline{B}_I=MB=\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}\begin{matrix} \} \ r \\ \} \ n-r \end{matrix}, \overline{C}_I=CN=\begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$C_1 \in R^{l \times r}, C_2 \in R^{l \times (n-r)}$である。この場合，システム(11)，(13)式は次の条件(i) $r \geq l$, (ii) C_1B_1は正則を満たす場合，K_λ, λは次のようにおく。

$$K_\lambda=N_2^{-1}M_2^{-1}=(N_2M_2)^{-1}, \lambda>0 \quad (15)$$

ディスクリプタシステム(11)，(13)式の線形部分のシステム極と不変零点は安定に配置できる。ただし，M_2, N_2は

$$M_2[B_2(C_1B_1)^{-1}C_2]N_2=\begin{bmatrix} I_{r_2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

となる正則変換行列であり，r_2は$r_2=rank\{B_2(C_1B_1)^{-1}C_2\}$である。(11)，(13)式の線形部分のシステム極と不変零点は次のように与えられる。(8)式より

$$D(p)=|pE-K|=|M^{-1}||N^{-1}||p\overline{E}_I-\overline{K}_I|$$

$$=|M^{-1}||N^{-1}||K_\lambda||(p+\lambda)I_r|=\alpha_\lambda(p+\lambda)^r \quad (17)$$

が得られる。ここでα_λは定数であり，λを$\lambda>0$と置けばシステム極は安定になる。システムの不変零点$\prod(p)$は次式により定義される。(8)，(14)式より

$$\prod(p)=\begin{bmatrix} K-pE & B \\ C & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} M^{-1}[\overline{K}_I-p\overline{E}_I]N^{-1} & M^{-1}\overline{B}_I \\ \overline{C}_I N^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$=\left|M^{-1}\right|\left|N^{-1}\right|\left|\begin{bmatrix}\overline{K}_I-p\overline{E}_I & \overline{B}_I\\ \overline{C}_I & 0\end{bmatrix}\right|=\alpha_{MN}\left|\overline{\prod}(p)\right| \tag{18}$$

が得られる。一方，(8)，(14)，(15)，(16)式より

$$\left|\overline{\prod}(p)\right|=\left|\begin{bmatrix}\overline{K}_I-p\overline{E}_I & \overline{B}_I\\ \overline{C}_I & 0\end{bmatrix}\right|=\begin{vmatrix}-(\lambda+p)I_r & 0 & B_1\\ 0 & -K_\lambda & B_2\\ C_1 & C_2 & 0\end{vmatrix}$$

$$=(-1)^n(\lambda+p)^{r-l}\left|C_1B_1\right|\left|K_\lambda+(\lambda+p)B_2(C_1B_1)^{-1}C_2\right|$$

$$=(-1)^n(\lambda+p+1)^{r_2}(\lambda+p)^{r-l}\left|C_1B_1\right|\left|K_\lambda\right|$$

$$=\alpha_r(\lambda+p)^{r-l}(\lambda+p+1)^{r_2} \tag{19}$$

が成り立つ。α_rは定数である。(18)，(19)式より

$$\prod(p)=\alpha_{MN}\left|\overline{\prod}(p)\right|=\alpha_{MN}\,\alpha_r(\lambda+p)^{r-l}(\lambda+p+1)^{r_2} \tag{20}$$

が得られる。(20)式で$\lambda>0$と置けば，不変零点多項式$\prod(p)$は安定に配置できる。

4.　制御系の設計

制御対象(11)，(2)に対して，一意解を持つための条件(付録1)及び線形システム(E,K,B,C)がインパルスフリーであることを仮定する。つまり次の条件$(i),(ii)$を満たす。

$$(i)\quad deg\begin{vmatrix}pE-K & -B\\ -C & 0\end{vmatrix}=deg\begin{vmatrix}pE-K-\frac{\partial g}{\partial x^T} & -B\\ -C & 0\end{vmatrix}\quad (as\ \ \forall x)$$

$$(ii)\quad deg\left|pE-K\right|=rank\ E$$

$p=d/dt$として，(11)，(2)式から制御対象の入出力関係は(21)式になる。

$$y(t)=C(pE-K)^{-1}Bu(t)+C(pE-K)^{-1}g(x(t))$$
$$+C(pE-K)^{-1}d(t)+d_0(t) \tag{21}$$

ここで(8)，(14)，(16)，(17)より

$$C(pE-K)^{-1}B=\overline{C}_IN^{-1}\{M^{-1}(p\overline{E}_I-\overline{K}_I)N^{-1}\}^{-1}M^{-1}\overline{B}I$$

$$=\frac{C_1B_1}{p+\lambda}+C_2K_\lambda^{-1}B_2=\frac{C_1B_1+(p+\lambda)N_r}{p+\lambda}=\frac{N(p)}{D(p)} \tag{22}$$

ここで，

$$N_r=C_2K_\lambda^{-1}B_2,\ D(p)=(p+\lambda),\ N(p)=(p+\lambda)N_r+C_1B_1$$

$$C(pE-K)^{-1}=\overline{C}_IN^{-1}\{M^{-1}(p\overline{E}_I-\overline{K}_I)N^{-1}\}$$

$$=\left[\frac{C_1}{(p+\lambda)}\quad C_2K_\lambda^{-1}\right]M \tag{23}$$

$N_g(p)=[C_1\quad C_2K_\lambda^{-1}(p+\lambda)]M$とおく。また

$$w(t)=N_g(p)d(t)+D(p)d_0(t) \tag{24}$$

である。(21)，(22)，(23)，(24)式より

$$D(p)y(t)=N_g(p)g(x(t))+N(p)u(t)+w(t) \tag{25}$$

となる。N_rは正則行列であるものとする。次に対角で安定な多項式行列$T(p)$を(26)式で与える。

$$T(p)=diag[T_k(p)];(l\times l),\partial T_k(p)=\rho_k \tag{26}$$

$\partial D_d(p)=n_d$とする場合，$\rho_k=n_d-n_{mk}+1\geq 0$を満たすものとし，$n_{mk}$は$\rho_k\geq 0$になるように選ぶものとする。この$T(p)$を使い，(27)式より$S(p)$を求める。

$$S(p)=T(p)D_m(p)-D(p)D_d(p) \tag{27}$$

(27)式で$T(p),D_m(p),D(p)$は対角な既知確定多項式行列であり，$D_d(p)$は既知確定スカラー多項式である。また$S(p)$は次数がn_dの多項式を要素にもつ対角行列として求める。つぎに制御入力を求める計算を行う。制御入力を構成する伝達関数がプロパーになるように(28)式のような安定モニックな対角行列$Q(p)$を使い，(5)，(7)，(25)，(27)式から(29)式のように$T(p)D_m(p)e(t)$を計算する。

$$Q(p)=diag[Q_k(p)];(l\times l),\partial Q_k(p)=n_d \tag{28}$$

$$T(p)D_m(p)e(t)=D_d(p)D(p)y(t)$$

$$-T(p)N_m(p)r_m(t)+S(p)y(t)$$

$$=D_d(p)N(p)u(t)+D_d(p)N_g(p)g(x(t))$$

$$-T(p)N_m(p)r_m(t)+S(p)y(t)$$

$$=\{D_d(p)N(p)-Q(p)N_r+Q(p)N_r\}u(t)$$

$$+D_d(p)N_g(p)g(x(t))+S(p)y(t)$$

$$-T(p)N_m(p)r_m(t) \tag{29}$$

右辺をゼロにするように制御則$u(t)$を求める。

$$u(t)=-N_r^{-1}Q(p)^{-1}\{D_d(p)N(p)-Q(p)N_r\}u(t)$$

$$-N_r^{-1}Q(p)^{-1}S(p)y(t)-N_r^{-1}Q(p)^{-1}D_d(p)N_g(p)$$

$$g(x(t))+N_r^{-1}Q(p)^{-1}T(p)N_m(p)r_m(t) \tag{30}$$

$u(t)$を構成する伝達関数がプロパーになるように，モデルの次数について次の条件が満たされているものとする。

$$n_{mk}\geq\sigma_{mk} \tag{31}$$

σ_{mk}は(31)式を満たすように選ぶものとする。(30)式の制御入力は(29)式の右辺をゼロにする。

$$T(p)D_m(p)e(t)=0 \tag{32}$$

$T(p),D_m(p)$が安定な多項式行列であるから$e(t)$はゼロに収束する。

$$e(t)\to 0,(t\to\infty) \tag{33}$$

5. 内部状態有界性の証明

制御入力$u(t)$は状態空間を使って次に表せる。

$$u(t)=-H_1\xi_1(t)-H_2\xi_2(t)$$

$$-\{E_2g(x(t))+H_3\xi_3(t)\}+u_m(t) \tag{34}$$

$\dot{\xi}_1(t),\dot{\xi}_2(t),\dot{\xi}_3(t)$はつぎの状態変数フィルタである。

$$\dot{\xi}_1(t)=F_1\xi_1(t)+G_1u(t) \tag{35}$$

$$\dot{\xi}_2(t)=F_2\xi_2(t)+G_2y(t) \tag{36}$$

$$\dot{\xi}_3(t)=F_3\xi_3(t)+G_3g(x(t)) \tag{37}$$

多項式とシステム行列の間にはつぎの関係がある。

$$H_1(pI-F_1)^{-1}G_1=N_r^{-1}Q(p)^{-1}\{D_d(p)N(p)-Q(p)N_r\} \tag{38}$$

$$H_2(pI-F_2)^{-1}G_2=N_r^{-1}Q(p)^{-1}S(p) \tag{39}$$

$$H_3(pI-F_3)^{-1}G_3+E_3=N_r^{-1}Q(p)^{-1}D_d(p)N_g(p) \tag{40}$$

ここで，$|pI-F_i|=|Q(p)|,(i=1,2,3,4)$である。さらに外部信号$u_m(t)$は(41)式で与えられる。

$$u_m(t)=N_r^{-1}Q(p)^{-1}T(p)N_m(p)r_m(t) \tag{41}$$

制御系に対し外部から入る信号は$r_m(t),d(t),d_0(t)$である。全部有界なものである。$D_d(p)$は一般に右半平面に根を有するが，有限区間では$D_d(p)$が成立するものであり，$d(t),d_0(t)$が有界となる。内部状態の有界性を証明するために$u(t)$を消去すると制御系全体の状態空間表示はつぎのようになる。

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}E&0&0&0\\0&I&0&0\\0&0&I&0\\0&0&0&I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\\dot{\xi}_1(t)\\\dot{\xi}_2(t)\\\dot{\xi}_3(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}K&-BH_1&-BH_2&-BH_3\\0&(F_1-G_1H_1)&-G_1H_2&-G_1H_3\\G_2C&0&F_2&0\\0&0&0&F_3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x(t)\\\xi_1(t)\\\xi_2(t)\\\xi_3(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}(I-BE_3)\\-G_1E_3\\0\\G_3\end{bmatrix}g(x(t))+\begin{bmatrix}Bu_m(t)+d(t)\\G_1u_m(t)\\G_2d_0(t)\\0\end{bmatrix} \tag{42}$$

$$y(t)=Cx(t)+d_0(t) \tag{43}$$

制御系全体の状態ベクトルを$z(t)^T=[x(t)^T,\xi_1(t)^T,\xi_2(t)^T,\xi_3(t)^T]$とすれば(42)式はまとめて(44)～(46)式に書ける。

$$\tilde{E}\dot{z}(t)=A_sz(t)+B_sg(x(t))+d_s(t) \tag{44}$$

$$x(t)=[I\ 0\ 0\ 0]z(t)=C_s z(t) \tag{45}$$

$$y(t)=C_s z(t)+d_0(t) \tag{46}$$

$A_s, B_s, d_s(t)$の内容は(42)式と(44)式を対応させることにより明らかである。まずA_sの特性方程式を計算する。行列式のブロック分解法を使えば，(47)式の結果を得る。

$$|p\tilde{E}-A_s|=|K_\lambda||M|^{-1}|N|^{-1}\|Q(p)|^2$$

$$\cdot|T(p)||D_m(p)||(p+\lambda)I+B_1N_r^{-1}C_1| \tag{47}$$

ここで，$K_\lambda=\delta I$とおく。δは十分小さい値をとれば，$rank(C_2B_2)=l, l+r\leqq n$の場合，

$$N_r=C_2K_\lambda^{-1}B_2=C_2(\delta I)^{-1}B_2,\ N_r^{-1}=\delta(C_2B_2)^{-1} \tag{48}$$

より，(47)式に代入すると，

$$|p\tilde{E}-A_s|=|K_\lambda||M|^{-1}|N|^{-1}\|Q(p)|^2|T(p)|$$

$$\cdot|D_m(p)||(p+\lambda)I+\delta B_1C_2^{-1}B_2^{-1}C_1| \tag{49}$$

が得られる。(49)式で$|T(p)|, |D_m(p)|, |Q(p)|, |N|, |M|$が安定な定多項式である。$\delta$を十分小さくとれば，この固有多項式は必ず安定になる。よって，$|p\tilde{E}-A_s|$は安定多項式である。(12)，(2)式を連立された制御対象の線形部の行列は(C, KI, B)である。この線形部の不変零点多項式は必ず安定に配置される。モデル追従形制御系の内部状態が有界になるためには閉ループ系の特性多項式$|p\tilde{E}-A_s|$が安定でなければならない。したがってもとの系の線形部の不変零点を安定に配置しておかなければならない。$(\tilde{E}, A_s)$がレギュラー及び$rank\tilde{E}=deg|p\tilde{E}-A_s|$である場合，(49)式は座標変換

$$z(t)=Qw(t)=Q\begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} \tag{50}$$

より次式に変換できる。

$$P\tilde{E}Q\dot{w}(t)=PA_sQw(t)+PB_sg(x(t))+Pd_s(t) \tag{51}$$

すなわち

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\dot{w}(t)=\begin{bmatrix} A_{s_1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}w(t)+\begin{bmatrix} B_{s_1} \\ B_{s_2} \end{bmatrix}g(x(t))+\begin{bmatrix} d_{s_1}(t) \\ d_{s_2}(t) \end{bmatrix} \tag{52}$$

である。(52)式は(53)，(54)式のように書き分けることができる。

$$\dot{w}_1(t)=A_{s_1}w_1(t)+B_{s_1}g(x(t))+d_{s_1}(t) \tag{53}$$

$$0=w_2(t)+B_{s_2}g(x(t))+d_{s_2}(t) \tag{54}$$

$$x(t)=C_sz(t)=C_sQw(t) \tag{55}$$

ここで

$$w(t)=\begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix}, PB_s=\begin{bmatrix} B_{s_1} \\ B_{s_2} \end{bmatrix}, Pd_s=\begin{bmatrix} d_{s_1}(t) \\ d_{s_2}(t) \end{bmatrix}$$

であり，P, Qは適当な正則変換行列である。(51)，(52)式より

$$|P||p\tilde{E}-A_s||Q|=\alpha_{PQ}\left|\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}p-\begin{bmatrix} A_{s_1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\right|$$

$$=\alpha_{PQ}\left|\begin{bmatrix} pI-A_{s_1} & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}\right|=\alpha_I|pI-A_{s_1}| \tag{56}$$

が得られる。ただしα_{PQ}, α_Iは定数である。これより，$|\tilde{E}p-A_s|$が安定な特性多項式であることより，A_{s_1}も安定なは安定なシステム行列であることが分かる。よって次のようなLyapunov安定方程式

$$A_{s_1}^TP_{s_1}+P_{s_1}A_{s_1}=-Q_{s_1} \tag{57}$$

が成立する。ここで，P_{s_1}, Q_{s_1}は正定対称行列である。(52)式に対して適当な正則変換

$$w(t)=\begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \overline{w}_1(t) \\ \overline{w}_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \overline{w}_{11}(t) \\ \overline{w}_{12}(t) \\ \overline{w}_{13}(t) \\ \overline{w}_{14}(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} \tag{58}$$

を使えば，Kalman正準構造定理及び(50)式から，(51)，(55)式が(59)，(60)式に変換できる。

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \overline{w}_{11}(t) \\ \overline{w}_{12}(t) \\ \overline{w}_{13}(t) \\ \overline{w}_{14}(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \overline{A}_{11} & \overline{A}_{12} & \overline{A}_{13} & \overline{A}_{14} & 0 \\ 0 & \overline{A}_{22} & 0 & \overline{A}_{24} & 0 \\ 0 & 0 & \overline{A}_{33} & \overline{A}_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{A}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\overline{w}_{11}(t)\\\overline{w}_{12}(t)\\\overline{w}_{13}(t)\\\overline{w}_{14}(t)\\w_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\overline{B}_1\\\overline{B}_2\\0\\0\\B_{s_2}\end{bmatrix}g(x(t))+\begin{bmatrix}\overline{d}_{s_1}(t)\\\overline{d}_{s_2}(t)\\\overline{d}_{s_3}(t)\\\overline{d}_{s_4}(t)\\d_{s_2}(t)\end{bmatrix} \tag{59}$$

$$x(t)=C_s z(t)=C_s Qw(t)=C_s Q\begin{bmatrix}T&0\\0&I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\overline{w}_1(t)\\w_2(t)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}0&\overline{C}_2&0&\overline{C}_4&C_5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\overline{w}_{11}(t)\\\overline{w}_{12}(t)\\\overline{w}_{13}(t)\\\overline{w}_{14}(t)\\w_2(t)\end{bmatrix}$$

$$=\overline{C}_2\overline{w}_{12}(t)+\overline{C}_4\overline{w}_{14}(t)+C_5 w_2(t) \tag{60}$$

(51)式のA_{s_1}が安定なシステム行列であるから，$\overline{A}_{11}$，$\overline{A}_{22}$,$\overline{A}_{33}$,$\overline{A}_{44}$は安定なシステム行列である。従って，$\overline{w}_{13}(t)$,$\overline{w}_{14}(t)$が有界であることは明らかである。$\overline{w}_{12}(t)$についてまとめれば(61)，(62)式になる。

$$\dot{\overline{w}}_{12}(t)=\overline{A}_{22}\overline{w}_{12}(t)+\overline{A}_{24}\overline{w}_{14}(t)+\overline{B}_2 g(x(t))+\overline{d}_{s_2}(t)$$

$$=\overline{A}_{22}\overline{w}_{12}(t)+\overline{B}_2 g(x(t))+\overline{d}_2(t) \tag{61}$$

$$x(t)=\overline{C}_2\overline{w}_{12}(t)+\overline{C}_4\overline{w}_{14}(t)+C_5 w_2(t)$$

$$=\overline{C}_2\overline{w}_{12}(t)+\overline{C}_4\overline{w}_{14}(t)-C_5B_{s_2}g(x(t))-C_5 d_{s_2} \tag{62}$$

$$\overline{w}_{12}(t)=(pI-\overline{A}_{22})^{-1}\overline{B}_2 g(x(t))+(pI-\overline{A}_{22})^{-1}\overline{d}_2(t) \tag{63}$$

ここで，$\overline{A}_{24}\overline{w}_{14}(t)+\overline{d}_{s_2}(t)$，$\overline{C}_4(t)\overline{w}_{14}(t)$は有界な信号であり，$w_2=-B_{s_2}g(x(t))-d_{s_2}(t)$である。$g(x(t))$から$x(t)$までの伝達特性は(64)式になる。

$$x(t)=\overline{C}_2(pI-\overline{A}_{22})^{-1}\overline{B}_2 g(x(t))+\overline{C}_2(pI-\overline{A}_{22})^{-1}$$

$$\overline{d}_2(t)-C_5B_{s_2}g(x(t))-C_5d_{s_2}+\overline{C}_4\overline{w}_{14}(t)$$

$$=\{\overline{C}_2(pI-\overline{A}_{22})^{-1}\overline{B}_2-C_5B_{s_2}\}g(x(t))+\overline{\overline{d}}_x(t)$$

$$=H(p)g(x(t))+\overline{\overline{d}}_x(t) \tag{64}$$

ここで，$H(p)$は

$$H(p)=\{\overline{C}_2(pI-\overline{A}_{22})^{-1}\overline{B}_2-C_5B_{s_2}\}$$

$$=\begin{bmatrix}I&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}pE-K&-B\\-C&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I\\0\end{bmatrix} \tag{65}$$

となる。$H(p)$は正実であり，$\overline{\overline{d}}_x(t)$は有界である。つぎの定理により$x(t)$の有界性を示す。

[補題1]

次の不等式を満たす定数$\overline{\overline{\alpha}}\geq 0,\beta>0$が存在する。

$$q_1x^{\gamma_1}-q_2x^{\gamma_2}\leqq\overline{\overline{\alpha}}-\beta x^{\gamma_2}\quad \overline{\overline{\alpha}}+(q_2-\beta)x^{\gamma_2}-q_1x^{\gamma_1}$$

ただし$q_1\geq 0,q_2>0,\gamma_2>\gamma_1\geq 0$である。　(証明略)

[補題2]

次の不等式を満たす定数$\overline{\alpha}\geq 0,\overline{\beta}>0$が存在する。

$$(x+a)^{\gamma}\leqq\overline{\alpha}+\overline{\beta}x^{\gamma}\quad f(x(t))=\overline{\alpha}+\overline{\beta}x^{\gamma}-(x+a)^{\gamma}$$

ただし$x\geq 0,a\geq 0,\gamma\geq 0$である。

[証明] $x\leqq a$の場合, $(x+a)^{\gamma}\leqq(a+a)^{\gamma}=(2a)^{\gamma}\leqq(2a)^{\gamma}+(2x)^{\gamma}$

$x\geq a$の場合, $(x+a)^{\gamma}\leqq(x+x)^{\gamma}=(2x)^{\gamma}\leqq(2a)^{\gamma}+(2x)^{\gamma}$

(証明終)

[定理1]

$$x(t)=H(p)g(x(t))+\overline{\overline{d}}_x(t) \tag{66}$$

の系で，次の条件が満足される場合$x(t)$は有界である。

(i) $\|g(x(t))\|\leqq\alpha_1+\beta_1\|x(t)\|^{\gamma_1}$ $(\alpha_1\geq 0,\beta_1\geq 0,\gamma_1\geq 0)$

(ii) $x(t)^T g(x(t))\leqq\alpha_2-\beta_2\|x\|^{\gamma_2}$ $(\alpha_2\geq 0,\beta_2>0,\gamma_2>\gamma_1)$

(iii) $H(p)=\overline{C}(pI-\overline{A})^{-1}\overline{B}+\overline{D}$が正実

(iv) $\overline{\overline{d}}_x(t)$は有界である。

[証明] 条件(iii)の$H(p)$の形に注意して，(66)式を状態変数表示にすれば(67)，(68)式になる。

$$\dot{z}(t)=\overline{A}z(t)+\overline{B}g(x(t)) \tag{67}$$

$$x(t)=\overline{C}z(t)-\overline{D}g(x(t))+\overline{\overline{d}}_x(t) \tag{68}$$

$H(p)$が正実であるから

$$\overline{P}_2\overline{A}+\overline{A}^T\overline{P}_2=-\overline{Q}_2,\overline{B}^T\overline{P}_2=\overline{C},\overline{D}+\overline{D}^T=L^TL \tag{69}$$

が存在する。ここで$\overline{A}$は安定，$\overline{P}_2=\overline{P}_2^T>0$，$\overline{Q}_2=\overline{Q}_2^T\geq 0$である。

$$V(t)=\frac{1}{2}z(t)^T\overline{P}_2z(t) \tag{70}$$

とおく。

$$\dot{V}(t)=z(t)^T\overline{P}_2\dot{z}(t)=z(t)^T\overline{P}_2(\overline{A})z(t)+\overline{B}g(x(t))$$

$$=-\frac{1}{2}z(t)^T\overline{Q}_2z(t)+z(t)^T\overline{C}^Tg(x(t))$$

$$\leqq z(t)^T\overline{C}^Tg(x(t))=(x(t)-\overline{D}g(x(t))-\overline{\overline{d}}_x)^Tg(x(t))$$

$$=(x(t)^Tg(x(t))-\frac{1}{2}g(x(t))^T(\overline{D}+\overline{D}^T)g(x(t))$$

$$-\overline{\overline{d}}_x^Tg(x(t))\leqq x(t)^Tg(x(t))-\overline{\overline{d}}_x^Tg(x(t))$$

$$\leqq\alpha_2-\beta_2\|x(t)\|^{\gamma_2}+\|\overline{\overline{d}}_x\|(\alpha_1+\beta_1\|x\|^{\gamma_1})$$

$$\leqq\alpha_3-\beta_3\|x(t)\|^{\gamma_2} \tag{71}$$

まず，有限発散時間を持たないことを示す。

$$V(t)\leqq V(0)+\int_0^t(\alpha_3-\beta_3\|\hat{x}(t)\|^{\gamma_2})dt\leqq V(0)+\alpha_3t \tag{72}$$

$$\alpha_4\|z(t)\|^2\leqq V(t)\leqq V(0)+\alpha_3t \tag{73}$$

$\alpha_4>0$の定数より

$$\|z(t)\|\leqq\sqrt{\frac{V(0)+\alpha_3t}{\alpha_4}} \tag{74}$$

$0\leqq t\leqq M_1<\infty$のtを考えた場合

$$\|z(t)\|\leqq\sqrt{\frac{V(0)+\alpha_3t}{\alpha_4}}<\infty \tag{75}$$

よって，$z(t)$は有限発散時間を持たない。

$$x(t)^Tg(x(t))=(\overline{C}z(t)+\overline{D}g(x(t))+\overline{\overline{d}}_x)^Tg(x(t))$$

$$=z(t)^T\overline{C}g(x(t))+\frac{1}{2}g(x(t))^T(\overline{D}+\overline{C}^T)g(x(t))$$

$$+\overline{\overline{d}}_x^Tg(x(t)) \tag{76}$$

$$z(t)^T\overline{C}g(x(t))=x(t)^Tg(x(t))-\frac{1}{2}g(x(t))^T$$

$$(\overline{D}+\overline{D}^T)g(x(t))-\overline{\overline{d}}_x^Tg(x(t))$$

$$\leqq\alpha_2-\beta_2\|x(t)\|^{\gamma_2}+\|\overline{\overline{d}}_x\|(\alpha_1+\beta_1)\|x(t)\|^{\gamma_1} \tag{77}$$

$$\beta_2\|x(t)\|^{\gamma_2}\leqq\alpha_2+\|\overline{\overline{d}}_x\|(\alpha_1+\beta_1\|x(t)\|^{\gamma_1})$$

$$-z(t)^T\overline{C}g(x(t))\leqq\alpha_2+\|\overline{\overline{d}}_x\|(\alpha_1+\beta_1\|x(t)\|^{\gamma_1})$$

$$+\|z(t)\|\|C\|\|g(x(t))\| \tag{78}$$

$0\leqq t\leqq M_1<\infty$で考えれば$\|z(t)\|\leqq M_2$より

$$\beta_2\|x(t)\|^{\gamma_2}\leqq\alpha_2+(\|\overline{\overline{d}}_x\|+M_2\|C\|)(\alpha_1+\beta_1\|x(t)\|^{\gamma_1})$$

$$=\alpha_4+\beta_4\|x(t)\|^{\gamma_1} \tag{79}$$

$$0\leqq\alpha_4+\beta_4\|x(t)\|^{\gamma_1}-\beta_2\|x(t)\|^{\gamma_2}\leqq\alpha_5-\beta_5\|x(t)\|^{\gamma_2} \tag{80}$$

となる。$\alpha_5\geq 0$，$\beta_5>0$が存在する。よって

$$\beta_5\|x(t)\|^{\gamma_2}\leqq\alpha_5,\|x(t)\|\leqq(\frac{\alpha_5}{\beta_5})^{\frac{1}{\gamma_2}}=M_3<\infty \tag{81}$$

よって，$0\leqq t\leqq M_1<\infty$で，$x(t)$は有界である。これより$x(t)$も有限発散時間を持たない。この準備のもとに，背理法により$t\to\infty$において，$x(t)$が有界であることを証明する。まず$x(t)$が$t\to\infty$で発散すると仮定する。有限発散時間を持たず$x(t)$が

発散するから$snp\|x(t)\|=\infty$となることであるが，下限を考えた場合

$$(A)\lim_{T\to\infty}\inf_{T\leqq t}\|x(t)\|=\infty,(B)\lim_{T\to\infty}\inf_{T\leqq t}\|x(t)\|<\infty$$

の場合が考えられる，通常は(A)の場合を考える。

$$\lim_{T\to\infty}\inf_{T\leqq t}\|x(t)\|=0$$

となる。この場合は(B)になる。まず(A)の場合について考察する。(A)の場合$t\to\infty$で$\|x(t)\|$の下限が発散するから

$$\dot{V}(t)\leqq z(t)^T\overline{C}g(x(t))\leqq(x(t)-\overline{\overline{d}}_x)^Tg(x(t))$$

$$=\hat{x}(t)^T_{}g(x(t))\leqq\alpha_3-\beta_3\|x(t)\|^{\gamma_2} \tag{82}$$

$$\hat{x}(t)=x(t)-\overline{\overline{d}}_x \tag{83}$$

とおく。$x(t)$が発散すれば$\hat{x}(t)$も発散することは明らかである。$t\geq T_1$に対して，

$$\alpha_3-\beta_3\|x(t)\|^{\gamma_2}<0 \tag{84}$$

とする。

$$\|x(t)\|>\|\overline{\overline{d}}_x\| \tag{85}$$

であるから

$$0>z(t)^T\overline{C}g(x(t)) \tag{86}$$

$$z(t)^T\overline{C}g(x(t))\leqq\hat{x}(t)g(x(t))<0 \tag{87}$$

すなわち$t\geq T_1$において，$z(t)^T\overline{C}g(x(t))$，$\hat{x}(t)g(x(t))$は負値関数である。

$$\|\hat{x}(t)^T_{}g(x(t))\|\leqq\|z(t)^T\overline{C}g(x(t))\|$$

$$\leqq\|z(t)\|\|\overline{C}\|\|g(x(t))\| \tag{88}$$

$$\theta=\frac{\|\hat{x}(t)^T_{}g(x(t))\|}{\|\hat{x}(t)\|\|g(x(t))\|} \tag{89}$$

を定義する。

$$\|\hat{x}(t)^T_{}g(x(t))\|=\theta\|\hat{x}(t)\|\|g(x(t))\| \tag{90}$$

$$\leqq\|z(t)\|\|\overline{C}\|g(x(t))\| \tag{91}$$

故に

$$\|\hat{x}(t)\|\leqq\frac{\|\overline{C}\|}{\theta}\|z(t)\| \tag{92}$$

つぎにθの性質について調べる。

$$1\geq\theta=\frac{\|\hat{x}(t)^T_{}g(x(t))\|}{\|\hat{x}(t)\|\|g(x(t))\|}\geq\frac{\|\hat{x}(t)^T_{}g(x(t))\|}{\|\hat{x}(t)-\overline{\overline{d}}_x\|\|g(x(t))\|}$$

$$\geq\frac{\beta_3\|x(t)\|^{\gamma_2}-\alpha_3}{(\|x(t)\|+\|\overline{\overline{d}}_x\|)(\alpha_1+\beta_1\|x(t)\|^{\gamma_1})}\geq M_4>0 \tag{93}$$

すなわち

$$\frac{1}{M_4}\geq\frac{1}{\theta}>0 \tag{94}$$

これより

$$\|\hat{x}(t)\|\leqq\frac{\|\overline{C}\|}{\theta}\|z(t)\|\leqq\frac{\|\overline{C}\|}{M_4}\|z(t)\| \tag{95}$$

となる。$x(t)$が発散するとき，$\hat{x}(t)$も発散する。この場合$z(t)$も発散する。つまり

$$\|x(t)\|\to\infty,\|z(t)\|\to\infty\quad(t\to\infty) \tag{96}$$

ところが，$t\geq T_1$において$\dot{V}(t)<0$より，$V(t)$は非増加関数であるから

$$V(t)=\frac{1}{2}z(t)^T\overline{P}_2z(t)\leqq V(\pi)$$

$$=\frac{1}{2}z(t)^T(\pi)\overline{P}_2z(t)(\pi)<\infty \tag{97}$$

すなわち

$$\|z(t)\|\leqq M_5\|z(\pi)\|<\infty\quad(M_5>0) \tag{98}$$

である。これは$(\|z(t)\|\to\infty\ \ (t\to\infty)$と矛盾する。従って$t\to\infty$で$x(t)$は有界である。つぎに$(B)$の場合について考える。

$$(B)\lim_{T\to\infty}\inf_{T\leqq t}\|x(t)\|<\infty$$

$$\dot{V}(t) \leqq \alpha_3 - \beta_3 \| x(t) \|^{\gamma_2} \quad (99)$$

ここで，$x(t)$は連続であるものと仮定する。従って$\|x(t)\|^{\gamma_2}$は積分可能である。

$$V(t) - V(0) \leqq \alpha_3 t - \beta_3 \int_0^t \| x(t) \|^{\gamma_2} dt \quad (100)$$

十分大きなT_1と適当な大きさのh_1をとり,$t = T_1 + Nh_1$とする。

$$V(t) - V(0) \leqq \alpha_3 t - \beta_3 \int_0^{T_1+Nh_1} \| x(t) \|^{\gamma_2} dt$$

$$= \alpha_3 t - \beta_3 \int_0^{T_1} \| x(t) \|^{\gamma_2} dt - \beta_3 \int_{T_1}^{T_1+Nh_1} \| x(t) \|^{\gamma_2} dt$$

$$= \alpha_3 t - \beta_3 \int_0^{T_1} \| x(t) \|^{\gamma_2} dt - \beta_3 \sum_{k=0}^{N-1} \int_{T_1+kh_1}^{T_1+(k+1)h_1} \| x(t) \|^{\gamma_2} dt \quad (101)$$

$x(t)$が連続であるから積分に関する平均値の定理より

$$\int_{T_1+kh_1}^{T_1+(k+1)h_1} \| x(t) \|^{\gamma_2} dt$$

$$= \| x(t)(T_1 + kh_1 + Q_k h_1) \|^{\gamma_2} h_1 \quad (0 < Q_k < 1) \quad (102)$$

が成り立つ。$\|x(t)\|$が連続で有限発散時間をもたず発散するから，ある正定数ρ_1を選び，任意のkに対して

$$\| x(t)(T_1 + kh_1 + Q_k h_1) \|^{\gamma_2} \geq \rho_1 \quad (103)$$

とすることができる。$\| x(t)(T_1 + kh_1 + Q_k h_1) \|^{\gamma_2}$は$\|x(t)\|^{\gamma_2}$が$[T_1 + kh_1, T_1 + (k+1)h_1]$の区間でとる平均値であるから，$\|x(t)\|$単調に発散する場合や可付番無限回ゼロになりながら振動的に発散する場合でもkが大きくなるにつれ$\| x(t)(T_1 + kh_1 + Q_k h_1) \|^{\gamma_2}$が発散する場合，$T_1$を十分大きくとり初期区間での影響を除きかつ$h_1$を適当な大きさにとれば

$$\| x(t)(T_1 + kh_1 + Q_k h_1) \|^{\gamma_2} \geq \rho_1 \quad (104)$$

を満足させることができる。言い替えればある正定的ρ_1を決め，上式を満たすT_1とh_1を選ぶことができる。

$$V(t) - V(0) \leqq \alpha_3 t - \beta_3 \int_0^{T_1} \| x(t) \|^{\gamma_2} dt$$

$$- \beta_3 \sum_{k=0}^{N-1} \| x(t)(T_1 + kh_1 + Q_k h_1) \|^{\gamma_2} h_1$$

$$\leqq \alpha_3 t - \beta_3 \sum_{k=0}^{N-1} \geq \rho_1 h_1 = \alpha_3 t - \beta_3 \rho_1 h_1 N$$

$$= \alpha_3 t - \beta_3 \rho_1 (t - T_1) = -(\beta_3 \rho_1 - \alpha_3) t + \alpha_3 \rho_1 T_1 \quad (105)$$

$$V(t) \leqq -(\beta_3 \rho_1 - \alpha_3) t + \beta_3 \rho_1 T_1 + V(0) \quad (106)$$

ρ_1は$\rho_2 = \beta_3 \rho_1 - \alpha_3 > 0$となるように決める。又$\rho_3 = \beta_3 \rho_1 T_1$
$+ V(0) > 0$とおく。

$$V(t) \leqq -\rho_2 t + \rho_3 \quad V(T_2) \leqq -\rho_2 T_2 + \rho_3 < 0 \quad (107)$$

となる。有限な時間

$$T_2 > \frac{\rho_3}{\rho_2} = (1 + \frac{\alpha_3}{\rho_2}) T_1 + \frac{V(0)}{\rho_2} > T_1 \quad (108)$$

をとる。このとき$V(T_2) < 0$となる。ところが本来$V(t)$は任意の時間に対して$V(t) \geq 0$より$V(T_2) \geq 0$である。これは矛盾である。よって$x(t)$は有界である。$x(t)$が有界であれば$g(x(t))$も有界となり，$z(t)$も有界である。

本証明は$\|x(t)\|$の下限が発散する場合でも使える。本方法で有界性を証明する場合は$x(t)$が連続であるという条件が付く。

6. 数値例

次の非線形ディスクリプタシステムのモデル追従形制御系を設計し，応答を求める。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -x_1(t)^3 \\ -x_2(t)^3 \\ -x_3(t)^3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} d(t) \\ 0 \\ d(t) \end{bmatrix} \quad (109)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} d_0(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (110)$$

$$y_m(t)=1/(p+5)\begin{bmatrix} sin(0.5t)+1 \\ cos(0.5t)+2 \end{bmatrix} \tag{111}$$

この系では

$$\|f(x(t))\| \leq \|x(t)\|^3 \tag{112}$$

$$x(t)^T f(x(t)) \leq -1/3\|x(t)\|^4 \tag{113}$$

および$C=B^T$であるから定理3の条件$(i),(ii),(iii)$,(iv)を満たす。

$$\alpha=5, T(p)=diag[(p+5)],$$

$$Q(p)=diag[(p+5)], D_d(p)=p \tag{114}$$

ととれば

$$S(p)=T(p)D_m(p)-D(p)D_d(p)=diag[5(p+5)] \tag{115}$$

である。これより$u(t)$はつぎのように設計させる。

$$\begin{aligned} u(t)=5/(p+5)u(t)-&\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}/3g(x(t)) \\ +5/3&\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}/(p+5)g(x(t)) \\ -5/3\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}y(t)+&\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}/3r_m(t) \end{aligned} \tag{116}$$

$$g(x(t))=5x(t)+f(x(t)) \tag{117}$$

出力誤差$e(t)=y(t)y_m(t)$が安定にゼロに収束し，本方法の有効性を確認することができる。

7. おわりに

本手法は次の特徴を持っている。

1) 制御系を構成する全体の方程式から制御入力$u(t)$を消去し，非線形項$g(x(t))$から$x(t)$までの伝達関数を制御対象の元のパラメータで求めることにより，制御入力$u(t)$が代数拘束条件の中に含まれる場合の一意解を判別する条件を与えた。

2) 制御入力を構成するとき，座標変換を施す必要がないから，システムの物理変数や定数，物理的構造がありのまま保存される。

3) 入力の次元が出力の次元より大きい及び動的サブシステムのC_1B_1が正則の場合，(9)，(15)，(16)式のようにKを決めれば，制御対象の線形部の不変零点と極は安定に配置できる。

4) 非線形部を$\|f(x(t))\| \leq \alpha+\beta\|x(t)\|^{\gamma}$ ($\alpha \geq 0$,$\beta \geq 0, \gamma >1$)と特徴付けて，さらに非線形部$f(x(t))$が内積条件$x^T(t)f(x(t)) \leq \alpha_1+\beta_1\|x(t)\|^{\gamma_1}$，$\gamma_1>\gamma$を満くの非線形系を網羅できる。またこの条件は内部状態の有界性を示すためにだけ使われ，制御系の設計には何ら影響を与えない。

5) 外乱の影響を除去できるため，実システムに適用しやすい。

参考文献

1) Aplevich,J.D.:Minimal representation of implicit Linear systems,IEEE Trans.on Automatic Control,Vol.21,No.3,259/269(1985)

2) L.Dai:“Singular Control Systems”,Lecture Notes in Control and Information Sciences,Springer-Verlag,p.vnop7,pp.29-39(1989)

3) Lewis,F.L :“A survey of linear singular systems”,Circuit Systems signal process,Vo1.5,No.1,pp.3-36 (1986)

4) 池田:「Descriptor システムに基づくシステム理論」，計測と制御，Vol.24,No.7,pp.597-604 (1985)

5) 汐月:「ディスクリプタ・システムに基づく制御」，SICE講習会，Talk制御理論テキスト，pp.27-32 (1990)

6) 大久保 重範:「零点の安定配置を使った非線形モデル追従形制御系」,計測自動制御学会論文集,Vol.28,No.8,pp.939-946 (1992)

7) 伊藤：「なぜ構造に着目するか」,計測と制御,Vol.20,No.7,pp.641-654 (1981)

8) 張 再雄，池田 雅夫，汐月 哲夫:「ディスクリプタ方程式表現されたシステムの極指定」,計測自動制御学会論文集，Vol.23,No.3,pP.314－316 (1987)

9) 大久保 重範:「線形零点が不安定な場合の非線形モデル追従形制御」,計測自動制御学会論文集,Vol.24,No.9,pp.920-926 (1988)

10) 大久保 重範:「外乱を考慮した非線形モデル追従形制御系の設計」，計測自動制御学会論文集，Vol.21, No.8,pp.792-799 (1985)

11) 唐 厚君,大久保 重範:「非線形ディスクリプタシステムのモデル追従形制御系の設計」,電気学会論文誌,Vol.121,No.2,pp.323-332 (2001)

12) 金井，藤代：四輪操舵車の研究動向―モデル追従制御を中心として,計測と制御,Vol.28,No.3,pp.252-260 (1989)