

## 有限要素法による擬定常押し込みクリープに関する コンピューターシミュレーション

### Computer Simulation of Pseudo-Steady Indentation Creep by Finite Element Method

○池村圭司<sup>\*</sup>, 高木秀有<sup>\*\*</sup>, 藤原雅美<sup>\*\*</sup>, 小林義和<sup>\*\*</sup>, 白井健二<sup>\*\*</sup>

○Keiji Ikemura<sup>\*</sup>, Hidenari Takagi<sup>\*\*</sup>, Masami Fujiwara<sup>\*\*</sup>,  
Toshikazu Kobayashi<sup>\*\*</sup> and Kenji Shirai<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>日本大学大学院, <sup>\*\*</sup>日本大学

<sup>\*</sup>Graduate School at Nihon University, <sup>\*\*</sup>Nihon University

キーワード: インデンテーション (Indentation), 自己相似形圧子 (Self-similar indenter),  
擬定常クリープ (Pseudo-steady creep)

連絡先: 〒963-8642 福島県郡山市田村町徳定字中河原 1 番地

日本大学大学院 工学研究科 情報工学専攻 生産システム工学研究室 池村圭司,

Tel: (024)956-8824, Fax: (024)956-8863, E-mail: g19601@cc.ce.nihon-u.ac.jp

#### 1. 緒言

計装化押し込み試験は、小さな試験片における特定領域の高温力学特性を評価することのできる試験法として注目されている<sup>1)</sup>。しかしながら、ナノインデントではサーマルドリフトなどの理由により、ほとんどの報告は室温付近における実験結果に限定されている。著者の一人とアルバック理工(株)は、1000 K 以上の高温において押し込み試験を行うことのできるマイクロインデントを共同開発し<sup>2)</sup>、これを用いて一定荷重押し込み試験や押し込み荷重急変試験を行い、種々の先進材料における高温力学特性を評

価した。この方法から得られた結果は、従来の引張クリープ試験の結果とよい一致を示した<sup>(2-5)</sup>。円錐形圧子を用いた一定荷重押し込み試験では、圧子直下の領域における相当塑性歪み速度と相当応力は、押し込みクリープの進行と共に徐々に減少する。そのため、この方法ではある特定の応力または歪み速度による試験を実施することはできない。また、圧子直下の領域で動的回復が十分でない温度域においては、定常変形状態を実現することは困難と考えられる。このような問題点を解決した新たな試験法の開発が求められている。

本研究において、ある荷重条件下で押し込みクリープ試験を実施したとき、圧子直下の領域において擬定常変形状態が実現することを、理論解析と有限要素 (FE) シミュレーションによって提示する。具体的には、以下の事項について検討する。

- (1) 擬定常変形状態が実現するための一定比荷重速度試験に関する構成方程式を理論的に導く。
- (2) FE 解析によって、押し込みクリープ中、圧子直下の領域で相当塑性歪みの等高線が自己相似性を保ちながら広がることを示す。
- (3) 同様にして、相当塑性歪み速度および相当応力が自己相似性を保ちながら広がることを示し、圧子直下領域において擬定常変形状態が実現されることを提示する。
- (4) 押し込みクリープ領域における代表点を定義し、そこにおける相当塑性歪み速度と押し込み歪み速度の関係を明らかにする。
- (5) 圧子の押し込み速度を実質的に支配する領域：コントロールボリューム (CV) の大きさを明らかにする。

## 2. 擬定常押し込みクリープの構成方程式

相当塑性歪みの分布が自己相似性を保ちながら広がるとき、圧子による変形速度、つまり押し込み歪み速度  $\dot{\epsilon}$  は次式によって定義される；

$$\dot{\epsilon} = \dot{u} / u = d \ln u / dt \quad (1)$$

ここで、 $u$  は押し込み変位、 $\dot{u}$  は押し込み速度である。押し込みクリープ領域における代表点の応力  $\sigma_r$  を次式で定義する；

$$\sigma_r = C_1 p \cong \frac{F}{3\pi u^2 \tan^2 \theta} \propto \frac{F}{u^2} \quad (2)$$

ここで、 $C_1$  はテイバー係数 ( $\sim 1/3$ )<sup>6)</sup>、 $p$  は押し込み圧力、 $F$  は押し込み荷重、 $\theta$  は円錐形圧子の半頂角である。また、代表点における相当応力  $\bar{\sigma}$  は上記の代表応力によって表せるとする；

$$\bar{\sigma} \equiv \sigma_r \quad (3)$$

この点の相当塑性歪み速度  $\dot{\bar{\epsilon}}$  は、歪みの適合条件から次のように書ける；

$$\dot{\bar{\epsilon}} = C_2 \dot{\epsilon} \quad (4)$$

ここで、 $C_2$  は本報告で明らかにする比例定数である。押し込み試験において、 $\bar{\sigma}$  と  $\dot{\bar{\epsilon}}$  はよく知られた次のべき乗則クリープの式に従うと仮定する；

$$\dot{\bar{\epsilon}} = A_1 (\bar{\sigma} / E)^n \quad (5)$$

ここで、 $A_1$  は温度などによって決まる定数、 $E$  はヤング率である。式 (1) ~ 式 (5) より、次の押し込みクリープに関する構成式を得る；

$$\dot{\epsilon} = A_2 \left( \frac{F}{Eu^2} \right)^n = A_3 \left( \frac{\sigma_r}{E} \right)^n \quad (6)$$

ここで、 $A_2$  および  $A_3$  は温度などによって決まる定数である。

圧子下の領域で擬定常変形状態を実現するために、 $\dot{F} / F = \lambda$  (一定) とすることを考える。この式は次のようにも書ける；

$$F = F_0 \exp(\lambda t) \quad (7)$$

ここで、 $F_0$  は初期荷重、 $t$  は負荷時間である。式 (7) を式 (6) に代入し、積分することで次式を得る；

$$u(t) = \sqrt{\frac{F_0}{E} \left[ \frac{2A_2}{\lambda} \{ \exp(\lambda nt) - 1 \} \right]^{1/n}} \quad (8)$$

押し込み歪み速度 $\dot{\epsilon}$ は、式(8)を用いて次のように表せる；

$$\left( \dot{\epsilon} = \frac{d \ln u}{dt} = \frac{\lambda}{2} \left[ \frac{1}{1 - \exp(-\lambda n t)} \right] \right) \quad (9)$$

式(2)、式(7)及び式(8)より、代表応力 $\sigma_r$ は次式で表すことができる；

$$\left( \sigma_r = E \left[ \frac{\lambda}{2A_3} \{1 - \exp(-\lambda n t)\}^{-1} \right]^{1/n} \right) \quad (10)$$

式(9)と式(10)において $t \gg 1/\lambda n$ のとき、各々は一定値をとることになる；

$$\dot{\epsilon} \cong \lambda / 2 \equiv \dot{\epsilon}_s = \text{const} \quad (11)$$

$$\sigma / E \cong (\lambda / 2A_3)^{1/n} \equiv \sigma_s / E = \text{const} \quad (12)$$

この結果は、式(7)のように荷重を制御するとき、押し込み歪み速度と代表応力はある時間が経過すると一定となることを示している。この一定値( $\dot{\epsilon}_s$ 及び $\sigma_s$ )を用いると、式(6)から定常クリープに関する応力指数 $n$ を求めることができる。

$$n = \left[ \frac{\partial \ln \dot{\epsilon}_s}{\partial \ln (\sigma_s / E)} \right]_T \quad (13)$$

### 3. 有限要素シミュレーション

図1にFEモデルの模式図を示す。図中、圧子は頂角136°の円錐形剛体圧子、試料は4節点軸対称低減積分要素による弾塑性体とした。各有限要素は、べき乗則クリープの式： $\dot{\epsilon} = A_1 (\bar{\sigma} / E)^{n'}$ に従うように設定されており、ここで $A_1 = 54.0 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ 、 $E = 37.8 \times 10^3 \text{ MPa}$ 、 $n' = 3.0$ とした。なお、これらの値はAl-5.3mol%Mg固溶体合金の773Kにおける測定値である。押し込みクリープの計算機シミュレ

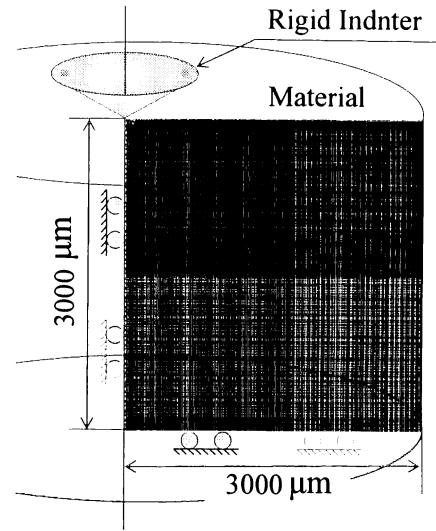


図1 有限要素解析モデル

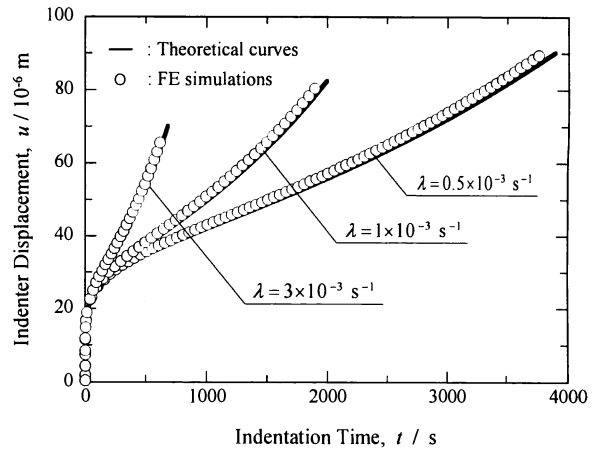


図2 押し込み変位の時間変化

ションは、汎用有限要素プログラム(ABAQUS)と自作のサブルーチンを用いて実行された。押し込み荷重は、 $F = F_0 \exp(\lambda t)$ の関数で与えられた。ここで、 $F_0 = 0.294 \text{ N}$ である。FEモデルの詳細については、すでに報告した論文に記載されている<sup>(3-5)</sup>。

## 4. 解析結果

### 4.1 押し込みクリープ曲線

図2に、押し込み変位 $u$ の時間変化、つまり押し込みクリープ曲線を示す。太い曲線は式(8)から得られたものであり、○印はFE解析による結果であり、

両者はよく一致することが示されている。

図3は押し込み歪み速度 $\dot{\epsilon}$ の時間変化を示す。何れの $\lambda$ においても、式(9)から得られた曲線とFE解析(○印)による結果はよく一致している。図から分かるように、ある時間経過すると $\dot{\epsilon}$ 値はほぼ一定となる。例えば、 $\lambda = 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ の場合、約1000sを超えると $\dot{\epsilon}_s \cong 0.5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ となっている。この値はこの場合の $\lambda/2$ に一致しており、式(11)と符合している。

図4に代表応力 $\sigma_r$ の時間変化を示す。太い曲線は式(10)から得られたものであり、○印はFE解析の結果である。両者はよく一致することが示されている。 $\sigma_r$ は $\dot{\epsilon}$ の時間依存性と同様に減少し、ある時間が経過すると一定値をとるようになる。例えば、 $\lambda = 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ の場合、約1000sを超えると $\sigma_s \cong 5.2 \text{ MPa}$ で一定となり、式(12)と符合している。上記の結果は、式(13)により応力指数が適切に導かれることを示唆する。

#### 4.2 擬定常変形

押し込みクリープ中、圧子直下の領域における相当応力と相当塑性歪み速度の等高線が自己相似性を保ちながら拡がるとき、試料表面に押しつけられた圧子は試料から常に一定の抵抗応力を受けることになる。このとき圧子は、ある一定の変形応力、ある一定の歪み速度における変形挙動を検知していることになる。今後、このような変形挙動を擬定常変形状態と呼ぶことにする。

図5に、 $\lambda = 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ の場合の擬定常変形状態における(a)相当塑性歪みの分布(b)相当応力の分布(c)相当塑性歪み速度の分布を示す。図5(a)において1400sの押し込み変位に対する1800sの押し込み変位の倍率を求め、その倍率だけ1400sの等高線

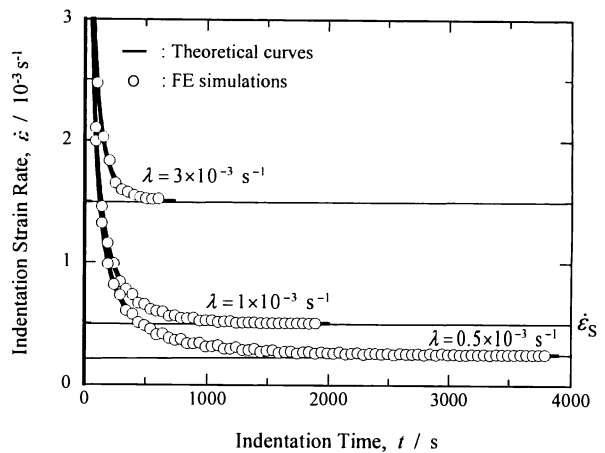


図3 押し込み歪み速度の時間変化

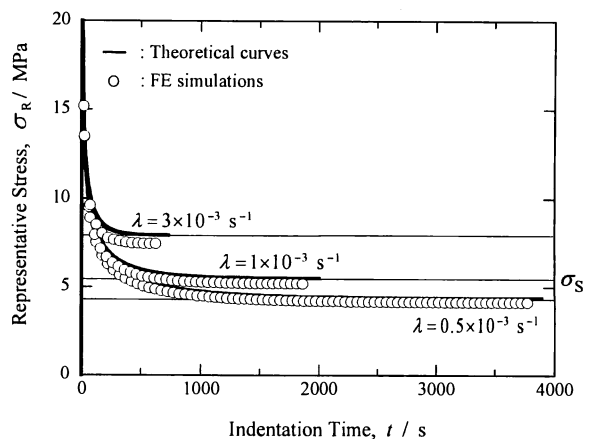


図4 代表応力の時間変化

を拡大して1800sの分布に重ねると、両方の等高線はよく一致する。このことは、円錐形圧子を押し込んだとき、圧子直下の領域における相当塑性歪み分布は自己相似性を保ちながら拡がることを示している。この結果は、このときの押し込み歪み速度を式(1)によって表せることを示している。図5(b)、(c)の相当応力の分布、相当塑性歪み速度の分布についても同様な操作を行うと、この場合も両者はよく一致する。この結果は、式(7)で荷重を加えるとき、ある時間経過すると圧子直下の領域において擬定常変形状態が実現することを示している。

図6は、擬定常変形状態における押し込み歪み速度 $\dot{\epsilon}_s$ と代表応力 $\sigma_s$ を用いて表した両対数グラフである。式(13)から、この直線の勾配はクリープの応

力指数  $n$  に相当する。得られた  $n$  値は 3.0 となり、この値は各有限要素に設定した  $n' = 3.0$  と完全に一致する。したがって、本試験法を用いることにより押込まれた試料のクリープに関する応力指数を正しく抽出できることを示している。

### 4.3 押し込み歪み速度と相当塑性歪み速度の関係

圧子の押し込み歪み速度  $\dot{\epsilon}$  と代表点における相当塑性歪み速度  $\dot{\epsilon}_p$  との関係について報告された例はない。本報告では、Tabor 係数を用いて導かれた  $\bar{\sigma} \equiv \sigma_r = p/3$  に該当する等高線上 (図 5 (b) 中の白線) を押し込みクリープ領域における代表点と定義する。この白線上における  $\dot{\epsilon}$  の平均値は  $1.43 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  である。図 3 において  $\dot{\epsilon}_s$  の平均値は  $5.06 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  なので、結果として  $\dot{\epsilon}_s \approx 3.5 \dot{\epsilon}$  という関係を得る。この関係は押し込み時間に依らずに成立していた。

### 4.4 コントロールボリューム (CV) の特定

圧子下において、圧子の押し込み歪み速度の 1/10 以下の相当塑性歪み速度が生じている領域は、押し込み歪み速度に対して実質上影響を与えていないと考えられる。そこで、 $\dot{\epsilon} \geq \dot{\epsilon}_s / (3.5 \times 10) = \lambda / 70$  の範囲を圧子の押し込み速度を実質上支配する領域 CV と定義する。図 5 (a) に CV の大きさを黒い点線で示した。CV 内に歪みが集中しているのが分かる。図 5 (c) に同様に示されるように、相当塑性歪み速度は CV 内で大きく、CV 外では小さい。実質上、CV 内で押し込みクリープが生じており、CV の大きさは圧痕の約 2.5 倍であることが分かる。また、CV 内における相当応力値は、特異点を除くと 2.4–7.8 MPa に分布しており、その平均値は 3.8 MPa である。

## 5. 結言

一定比荷重押し込みクリープ試験の理論解析と有限

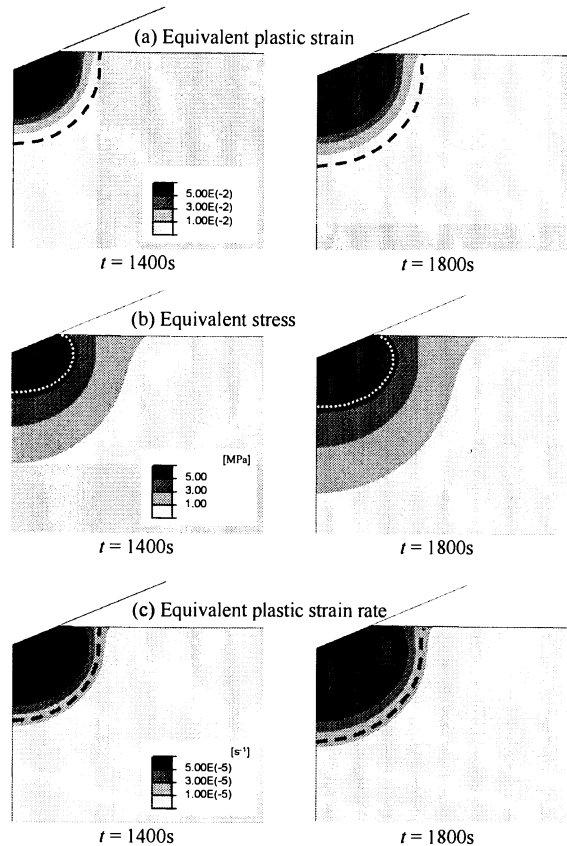


図 5 (a) 相当塑性歪み (b) 相当応力 (c) 相当塑性歪み速度分布の時間変化

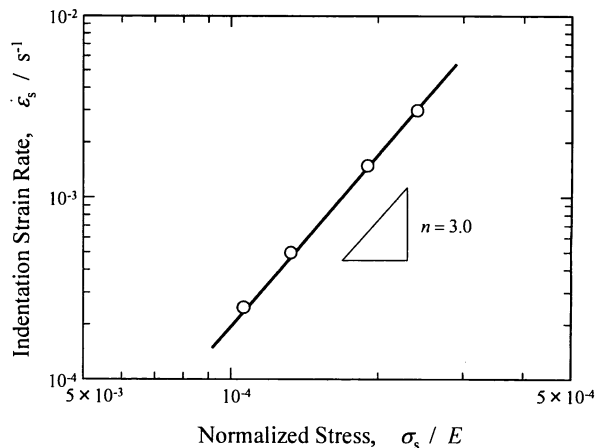


図 6 応力指数

要素シミュレーションを行い、以下の結論を得た。

- (1) べき乗則材料において擬定常変形状態が実現するときの構成方程式を導出した。
- (2) FEシミュレーションの結果は、構成式の結果とよく一致する。この結果は、導出した構成式が正しいことを明示している。

- (3) 相当塑性歪みの等高線図はある時間経過すると自己相似性を保ちながら広がっていく。この結果は、押し込み歪み速度によって圧子下の変形を記述できることを示している。
- (4) 圧子直下の領域における相当応力と相当塑性歪み速度の分布も自己相似性を保ちながら広がっていくことから、擬定常変形状態が実現していることが示された。
- (5) 圧子直下の変形領域の代表点を  $\bar{\sigma} \cong p/3$  の相当応力を持つ点によって定義した。この点において  $\dot{\epsilon}_s \cong 3.5 \dot{\epsilon}$  となることを見出した。
- (6) 圧子の押し込み速度を実質的に支配している領域（コントロールボリューム：CV）を明示した。
- (7) 上記の結果は、擬定常変形状態が実現される計装化押し込み試験法を用いて、クリープ特性値が正しく抽出できることを示している。
- solid-solution alloy through self-similar microindentation, Mater. Transact, Vol.47 (2006) 2006-2014.
- 5) H. Takagi and M. Fujiwara: Creep characterization of power-law materials through pseudo-steady indentation tests, Mater. Sci. Forum, Vol. 561-565 (2007) 2063-2066.
- 6) D.Tabor: *The Hardness of Metals*, Oxford University Press (1951).

#### 参考文献

- 1) C. Fischer-Cripps: *Nanoindentation*, Springer-Verlag, New York, (2004).
- 2) M. Fujiwara: インデンテーション法による材料の力学物性評価, J. Japan Inst. Light Metals, Vol.52 (2002) 282-290.
- 3) H. Takagi, M. Dao, M. Fujiwara and M. Otsuka: Experimental and computational creep characterization of Al-Mg solid-solution alloy through instrumented indentation, Phil. Mag., Vol.83 (2003) 3959-3976.
- 4) H. Takagi, M. Dao, M. Fujiwara and M. Otsuka: Creep characterization of aluminum-magnesium