

FDTD 法を用いた薄板中の弾性波動伝搬解析

Analysis of elastic wave propagation in thin plate using FDTD method

○高村周平*, 今野和彦*

Takamura Shuhei*, Kazuhiko Imano*

*秋田大学 工学資源学部

*Faculty of Engineering and Resource Science, Akita University

キーワード: Lamb 波(Lamb wave), FDTD 法(FDTD method), 超音波探傷(Ultrasonic flaw detection)

連絡先: 〒010-8502 秋田市手形学園町 1-1 秋田大学 工学資源学部 電気電子工学科

高村周平, Tel. : (018)889-2494, Fax : (018)837-0406, E-mail : m9008098@wm.akita-u.ac.jp

1. はじめに

近年, 超音波は様々な分野に用いられている. なかでも工業製品や工業材料内部の欠陥検出には垂直探傷法が用いられてきた¹⁾. しかし垂直探傷法は, 測定範囲が狭いため検査領域が広大となる場合においては時間・労力が膨大となり, また測定部位の厚さによっては送波信号と受波信号が重畳してしまうなどの問題を持つ. 従って, 広大な検査領域を持つ化学プラントなどの探傷において高速かつ網羅的に検査できる検査技術が求められている. そのため近年,

伝搬時の拡散減衰が少なく平板に沿って伝搬する Lamb 波が大型施設に対する有望な検査技術としてその応用が期待されている.

Lamb 波は板波の一種であり, 平板に対して斜角入射された超音波が平板の上面と下面でモード変換を起こしながら結合していくことで形成される²⁻³⁾. Lamb 波として形成された後の伝搬挙動は, Rayleigh-Lamb 方程式と呼ばれる周波数方程式で記述することができるため理論的に把握することが可能である. ただし, Lamb 波として形成されるまでに音源からの伝搬距離をある程度

必要とすることがその発生原理から推測され、Lamb 波として形成されていない領域においては、伝搬挙動の理論的な把握は困難と考えられる。

実際に平板に対して超音波を入射する場合、その波面はある程度の面積を持った平面波として入射されるために入射点の決定は困難であり、それにより Lamb 波として形成されるまでの伝搬距離を厳密に特定することはできない。このため、Lamb 波が形成されてからの伝搬距離を明確に示すことはできず、伝搬距離を用いて伝搬モード判別を行う際に速度分散特性との間に誤差が生じる。よって、Lamb 波の形成過程を把握することが可能となれば、伝搬距離を正確に把握することができ、伝搬距離に基づいた伝搬モード判別の精度向上が期待できる。

本研究では FDTD 法を用いた数値解析およびレーザドップラ振動計を用いた測定実験を行い Lamb 波の形成過程についての検討を行う。

2. Lamb 波の伝搬特性

Lamb 波は平板の材質やその厚さ、超音波の周波数に依存して伝搬特性が大きく変化する。その伝搬特性は、音速が既知であれば(1), (2)

式に示す Rayleigh-Lamb 方程式から Lamb 波の位相速度 c の速度分散曲線(理論値)を算出することができる。本研究では、Lamb 波の伝搬媒質としてアルミニウム($c_L=6400$ m/s, $c_T=3040$ m/s)を用いる。その速度分散曲線を Fig. 1(a), (b)に示す。一般に、Lamb 波を効率よく発生させるためにはスネルの法則を変形した(1)式を用いて算出される臨界角によって弾性波を斜角入射する必要があるといわれている。すなわち、 $fd = 1.0$ MHz mm における S0 モードを励起するためには、弾性波の入射角を 28° に設定する必要があると考えられる。

$$\theta_c = \sin^{-1}(c_w / c) \quad (1)$$

本研究ではアルミニウム平板の厚さ d を 1.0mm, 周波数 f を 1.0MHz, 入射角を 28° に設定し、 $fd = 1.0$ MHz mm における S0 モードを励起し数値解析および測定実験を行う。

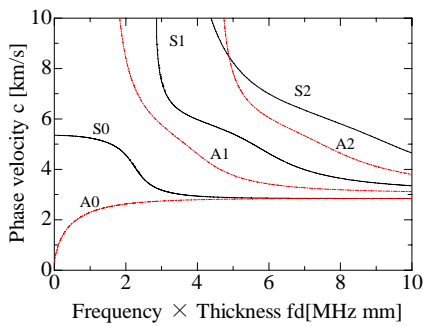
3. FDTD 法による数値解析

3.1. 解析モデル

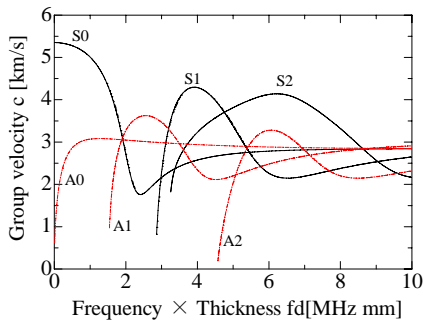
FDTD 法では、1 階の微分方程式を差分化することで定式化を行う^{4,6)}。定式化にあたって、Rayleigh-Lamb 方程式と同様に y 軸方向への応力およびひずみを零とすれば、解析領域を x - z 平面に限定することができる。

解析モデルを Fig. 2 に示す.

入力信号は後述する伝送線路モデルを用いて生成し, Input surface 上の応力節点に印加する. 解析領域の寸法はモデル化された探触子の後端を $x = 0 \text{ mm}$ として, 前端を $x = 25.5 \text{ mm}$, 解析領域の端部を 100 mm とした. また時間分解能は $0.01 \mu\text{s}$, 距離方向の分解能は $0.1 \mu\text{m}$ とした.



(a) 位相速度



(b) 群速度

Fig. 1 アルミニウムにおける分散曲線

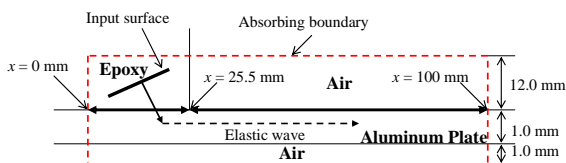


Fig. 2 解析モデル

3.2. 入力信号の生成

入力信号の生成は伝送線路モデルを用いて行う⁷⁾. Fig. 3 に駆動電源内部抵抗, 圧電振動子, バッキング, 音場媒質を考慮した伝送線路モデルを示す. 伝送線路モデルの作成にあたり, バッキング, 音場媒質は無限量を持つ等方性媒質とした.

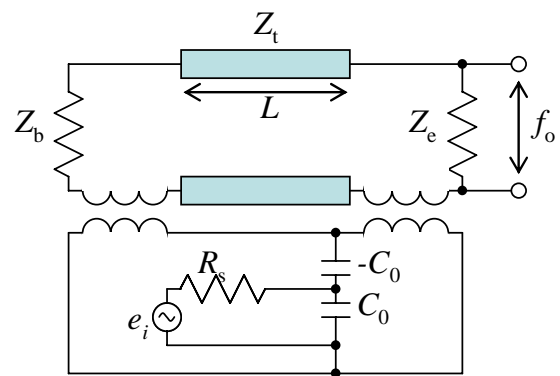


Fig. 3 伝送線路モデル

Fig. 3 において, Z_t , Z_b , Z_e はそれぞれ圧電振動子, バッキング, 音場媒質の音響特性インピーダンス, L は圧電振動子の長さ, C_0 は圧電振動子の制動容量, R_s は駆動電源の内部インピーダンスであり, e_i は入力信号電圧, f_o は出力信号応力である.

Fig. 3 の伝送線路モデルの伝達関数 $H(\omega)$ を求め, 入力信号電圧の周波数スペクトル $F(\omega)$ との積を逆 FFT することによって圧電振動子の音響放射面より放射される波形を求める. 今回, 圧電振動子として 1.0 MHz

に共振を持つ富士セラミックス製振動子を用いる。バックングには空気 ($Z_b = 0.0004 \times 10^3 \text{kg} / \text{m}^3 \text{s}$)、音場媒質にはエポキシ樹脂 ($Z_b = 2.9 \times 10^3 \text{kg} / \text{m}^3 \text{s}$) を想定し、入力波形の計算を行った。Fig. 4 に入力信号電圧として 1.0 MHz バースト正弦波 10 波を印加した場合の出力信号応力波形を示す。Fig. 4 において、振幅は最大値で正規化している。

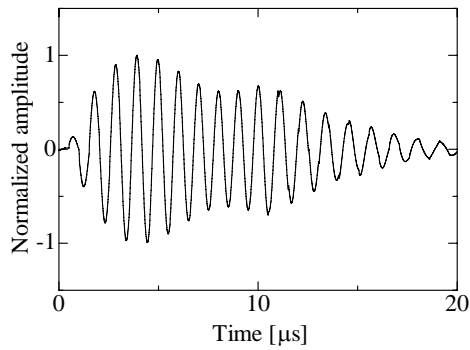


Fig. 4 出力信号応力波形

3.3. 解析結果

Fig. 4 の波形を Fig. 2 の解析モデルの Input surface 上の応力節点に印加し解析を行う。解析により得られたアルミニウム平板の表面振動速度分布を Fig. 5 に示す。またフーリエ変換により波数スペクトルに変換したものを Fig. 6 に示す。同図より、4 μs から現れ始めた約 190m^{-1} の成分は 10 μs で最も大きくなっている。また 10 μs において 390m^{-1} の成分が発生していることがわかる。

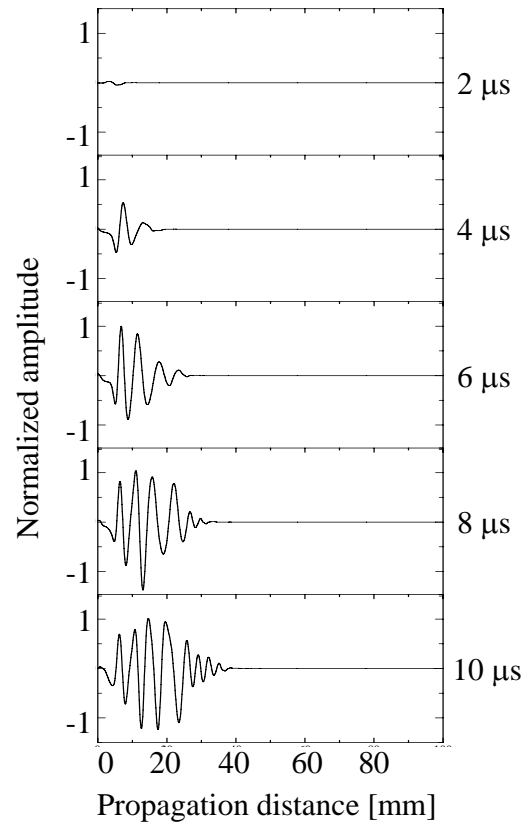


Fig. 5 数値解析による表面振動速度分布

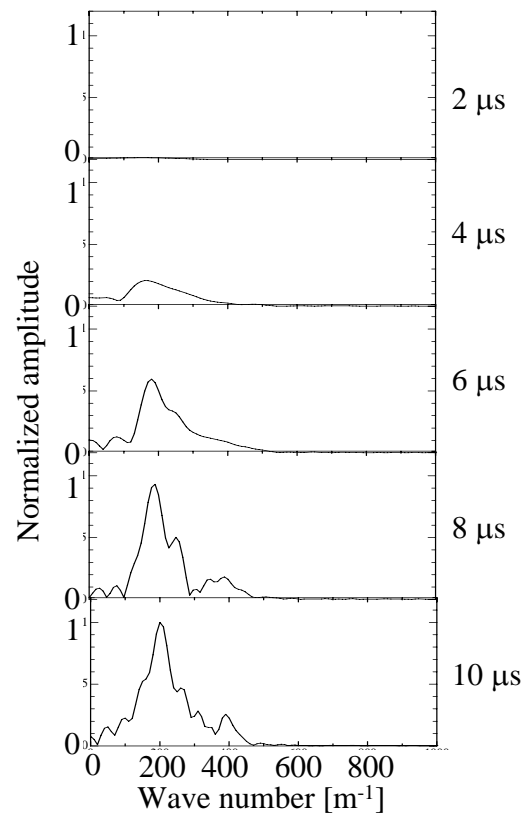


Fig. 6 解析結果のフーリエ変換結果

4. レーザドップラ振動計による測定実験

4.1. 測定システム

レーザドップラ振動計による Lamb 波計測システムを Fig. 7 に示す. 発振器より 1.0MHz のバースト正弦波 10 波を発生させ, 増幅器を介して斜角探触子に印加する. レーザの走査範囲は斜角探触子の後端を $x = 0$ mm として $x = 100$ mm まで 0.1 mm 間隔で走査し, 各々の測定点におけるアルミニウム平板の表面振動速度の時間変化をレーザ光により受波する. そして, 受波信号波形をオシロスコープに表示させ, 同時に PC に取り込む.

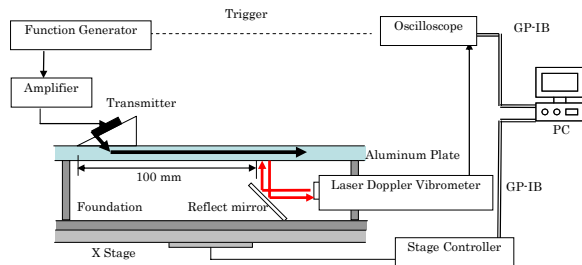


Fig. 7 測定システム

4.2. 実験結果

Fig. 7 の測定システムより得られたアルミニウム平板の表面振動速度分布を Fig. 8 に示す. また, フーリエ変換により波数スペクトルに変換したものを Fig. 9 に示す.

同図より, $4 \mu\text{s}$ から 190 m^{-1} の成分が大きくなり始め, $10 \mu\text{s}$ で最大値となっていることがわかる.

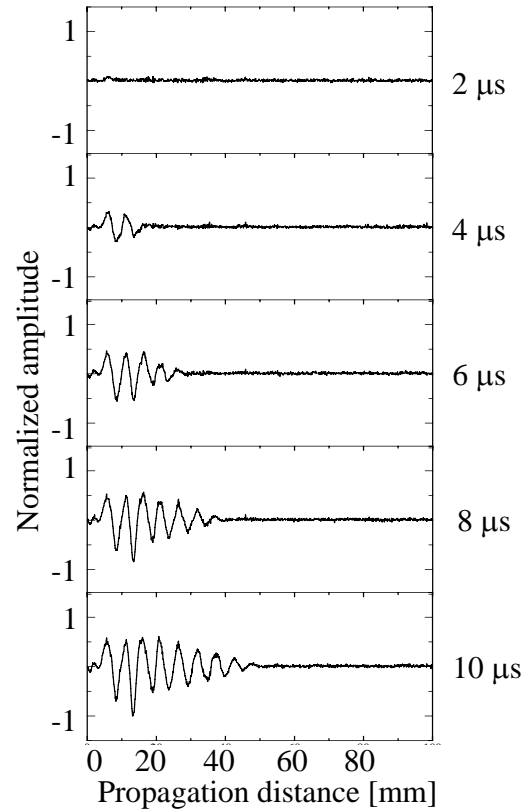


Fig. 8 測定実験による表面振動速度分布

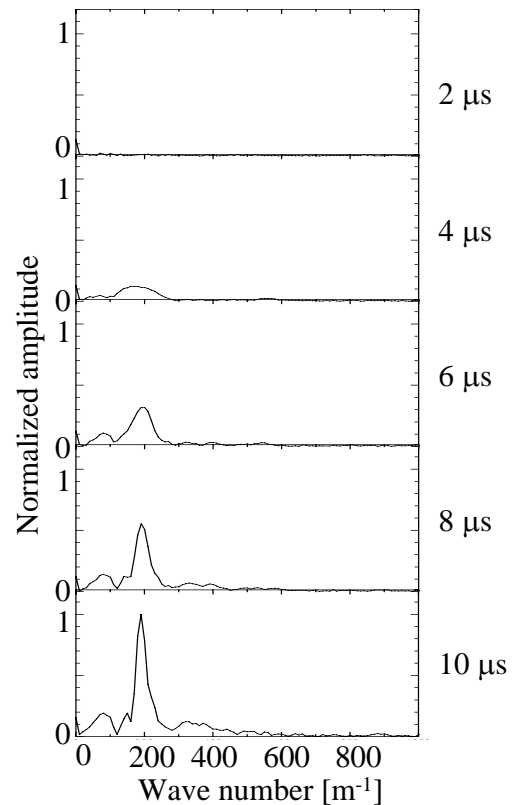


Fig. 9 実験結果のフーリエ変換結果

5. 形成過程についての考察

解析結果と実験結果の比較を行う。まず表面振動速度分布を比較すると、解析結果と実験結果において明らかに音速が異なっていることがわかる。また、それぞれのフーリエ変換結果より 190 m^{-1} の成分が主成分となっていることがわかる。これは波長で表すと 5.25 mm となり、 1 MHz mm における S0 モード Lamb 波の波長と一致する。このことから、この成分は S0 モード Lamb 波であると類推できる。また、同様に解析結果のフーリエ変換結果において生じている 390 m^{-1} の成分を波長で表すと、 2.55 mm となる。これは 1 MHz mm における A0 モード Lamb 波の音速に近い値となっているが、厳密には一致しない。

以上のことから 1 MHz mm における S0 モード Lamb 波の形成点について考察する。解析結果および実験結果より、 $4 \text{ }\mu\text{s}$ において S0 モード Lamb 波と思われる成分が発生し、その後 $10 \text{ }\mu\text{s}$ にかけて振幅が増加していくことがわかった。よって、 1 MHz mm における S0 モード Lamb 波は、斜角探触子に信号を印加した直後から約 $10 \text{ }\mu\text{s}$ 程度で形成されるといえる。ここで、弾性波が薄板に入射するまでの時間を考慮すれば、弾性

波が薄板に入射してから 1 MHz mm における S0 モード Lamb 波が形成されるまでには $7 \text{ }\mu\text{s}$ 程度の時間が必要だといえる。言い換えれば、7 波長程度の伝搬距離が必要となる。これは、これまで一般に言われてきた 10 波長程度という Lamb 波発生の目安よりも短い。

6. おわりに

本研究では、 1 MHz mm における S0 モード Lamb 波の形成過程の把握を目的として、薄板中に弾性波を入射した場合の表面振動速度分布を、FDTD 法を用いた数値解析とレーザドップラ振動計を用いた測定実験により求め考察を行った。その結果、 1 MHz mm における S0 モード Lamb 波の形成点について、7 波長程度と特定した。

今後、その他の伝搬モードについても同様の解析・実験を行い、形成点についての検討を行う。また、解析結果と実験結果との不一致についての検討を行う。

<<参考文献>>

- 1) 日本学術振興会，製鋼第 19 委員会：“超音波探傷法”，日刊工業新聞社，pp.173/190(1974)

- 2) 超音波便覧編集委員会：“超音波便覧”，丸善，pp.62/69(1999)
- 3) 日本学術振興会弾性波素子技術代 150 委員会：“弾性波素子技術ハンドブック”，オーム社，pp.61/64,148/154(1991)
- 4) Masahiro Sato：“Application of the finite-difference time-domain method and total field / scattered field formulation to scattering phenomena in solids”，The Acoustical Society of Japan, 28, 4, pp.260/270(2007)
- 5) Jean Virieux：“SH-wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method”，GEOPHYSICS, 49, 2, pp.193/1957(1984)
- 6) Jean Virieux：“P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method”，GEOPHYSICS, 51, 4, pp.889/901(1985)
- 7) 川西千広，奥山大太郎，菊池喜充：“任意の波形で励振される超音波トランスデューサの等価回路”，信学論(A), 56-A, pp.141/147(1973)