

# 車両の速度制御に関する研究

## Reserch on Speed Control of Trains

宮腰弘幸\*, 大久保重範\*

Hiroyuki Miyakoshi\*, Shigenori Okubo\*

\*山形大学

\*Yamagata University

キーワード：速度制御 (speed control),  $H_\infty$  制御 ( $H_\infty$  control), 混合感度問題 (mixed sensitivity problem)

連絡先：〒992-8510 米沢市城南4-3-16 山形大学 工学部 機械システム工学科 大久保研究室  
宮腰弘幸, Tel.: (0238)26-3245, Fax.: (0238)26-3245, E-mail: sokubo@yz.yamagata-u.ac.jp

### 1. 緒言

本研究では, 鉄道システムの車両を制御対象とし, 自動運転制御により, 主に正確性, 安全性の向上を目指してきた. これまでサーボ系による制御系を設計して速度制御を行い, ほぼ所望の結果が得られた. しかし, 実際の車両モデルを考慮した場合とでは, たとえ正確にモデリングできたとしてもモデル誤差が少なからず存在する. また乗客数, 車両の編成, モータの個体差, 環境の変化による各種パラメータの変動等を考慮すると, モデルのロバスト性は重要な要素であると考えられる.

そこで本発表では, モデル誤差についてロバスト制御系である  $H_\infty$  制御理論を適用し, 制御対象である車両システムのロバスト安定化を図った制御系の設計について発表する.

### 2. 制御対象

直流電動機搭載車両を制御対象とする. 車両の運動方程式と回路方程式を以下に示す.

$$F_e = K_T I \gamma_g \frac{2}{d} N_m \mu \quad (1)$$

$$\left( \begin{array}{ll} F_e : \text{駆動力} [N] & K_T : \text{トルク定数} [N \cdot m/A] \\ I : \text{電気子電流} [A] & \gamma_g : \text{歯数比} \\ d : \text{動輪直径} [m] & N_m : \text{電動機個数} \\ \mu : \text{動力伝達効率} & \end{array} \right)$$

$$V = L \dot{I} + RI + K_E \frac{2\dot{x}\gamma_g}{d} \quad (2)$$

$$\left( \begin{array}{ll} V : \text{電動機の端子電圧} [V] & L : \text{インダクタンス} [H] \\ R : \text{電気子導線の抵抗} [\Omega] & K_E : \text{逆起電力定数} [V \cdot s] \\ \dot{x} : \text{速度} [m/s] & \end{array} \right)$$

$$(1+k)M\ddot{x} = -M \left( 1.60 + 3.50 \times 10^{-2} \dot{x} + \frac{(1.97 \times 10^{-2} + 2.41 \times 10^{-3} N_C)}{M} \dot{x}^2 \right) + K_T I \gamma_g \frac{2}{d} N_m \mu \quad (3)$$

$\left( \begin{array}{l} k: \text{慣性係数} \quad M: \text{車輻質量}[kg] \quad \ddot{x}: \text{加速度}[m/s^2] \\ N_C: \text{車輻数} \end{array} \right)$

以上をまとめ、テーラー展開を行い線形化した状態方程式と車両に関する各種パラメータを以下に示す。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{a}{p} - \frac{2b}{p}x_{01} & \frac{c}{p} \\ -\frac{h}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u \quad (4)$$

$$\left( \begin{array}{l} x_1 = \dot{x} \quad x_2 = I \quad u = V \\ \text{出発時走行時} \quad : a = -0.005292M \quad b = 0.011812M \\ \text{加速, 定速, 減速走行時} : a = 0.035M \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad b = \frac{(1.97 \times 10^{-2} + 2.41 \times 10^{-3} N_C)}{M} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad c = K_T \gamma \frac{2}{d} N \mu \\ p = (1+k)m \quad h = K_E \frac{2\gamma}{d} \quad x_{01}: \text{動作点における速度}(m/s) \end{array} \right)$$

Table 1 Parameters

車輻質量 $M[kg]$	340000	インダクタンス $L[H]$	0.1
車輻数 $N_C$	7	トルク定数 $K_T[N \cdot m/A]$	4.65
動輪直径 $d[m]$	0.86	逆起電力定数 $K_e[Vs]$	4.65
歯数比 $\gamma$	2.7	導線の内部抵抗 $R[\ ]$	1.45
電動機個数 $N_C$	24	ブレーキ倍率 $L_b$	3.5
慣性係数 $k$	0.3	ブレーキ伝達効率 $\eta$	0.79
動力伝達効率 $\mu$	0.9	天候によって変化する定数 $C_w$	0.32

公称プラント  $P$  は以下になる。

$$P = \frac{0.0142578}{s^2 + 14.500272s + 0.4202342} \quad (5)$$

### 3. $H_\infty$ 制御

制御系設計では、制御対象を微分方程式で記述したモデルを取り扱い、そこにコントローラを設計する。制御系を理論上だけで表したノミナルシステムと、実際のシステムを表したブロック線図を以下に示す。

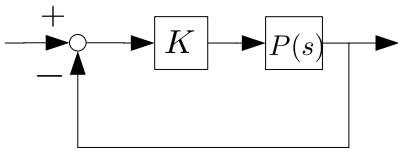


Fig. 1 Nominal system

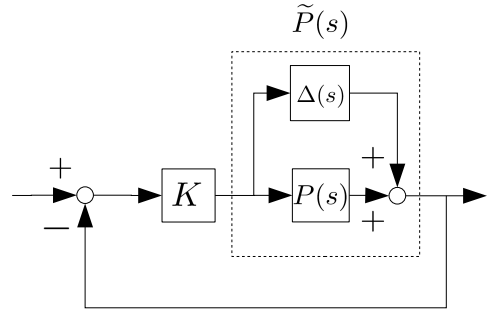


Fig. 2 Real system

Fig.1とFig.2からわかるとおり、制御対象を正確に記述したとしても、実在のモデルとは誤差が生じる場合があるので、モデル誤差が微小であっても高性能を追求する場合、いずれその誤差が性能に悪影響として現れる。そこで、あらかじめある程度の大きさの誤差があっても良好な制御性能が保てるようなロバスト性（頑健性）を考慮した理論を用いることで、現実と理論の差を埋めることが期待できる。これらのロバスト性を考慮した制御系をロバスト制御系と呼び、その理論的基礎が  $H_\infty$  制御理論として整理された。

### 4. $H_\infty$ ノルムと $H_\infty$ 制御器

#### $H_\infty$ ノルム

制御系の性能を評価する記述の一つは、ある特定の信号の大きさでそれを表す方法である。 $\infty$  ノルムとは、その絶対値の上限（最小上界）

$$\|u\|_\infty := \sup_t |u(t)| \quad (6)$$

を表す。

#### $H_\infty$ 制御器

$H_\infty$  制御問題とは外乱  $w$  と制御量  $z$  の間の閉ループ伝達関数  $G_{zw}(s)$  に対して

$$\|G_{zw}\|_\infty < \gamma \quad (7)$$

として且つ，閉ループ系を安定にする制御器  $K(s)$  を求める問題である．このような制御器を  $H_\infty$  制御器という． $H_\infty$  制御器を設計するためには，まず一般化プラントなるものを求めておかななくてはならない．

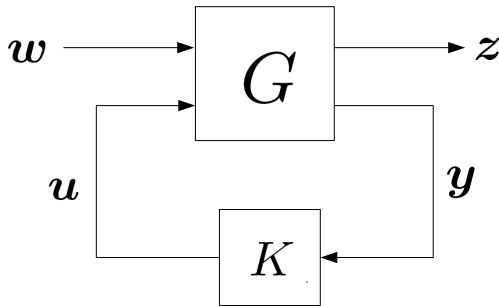


Fig. 3 Generalized plant and controller

Fig.3のように  $H_\infty$  ノルムを評価したい伝達関数の両端の信号を外乱  $w$ ，制御量  $z$  とし，操作量を  $u$ ，観測量を  $y$  としておく．そして， $K = 0$  とおいたときの入出力関係

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (9)$$

を求める．

$H_\infty$  制御では種々の制御問題に応じて，設計者のある程度意図する特性を持たせることが可能である．外乱  $w$  と制御量  $z$  を考慮し，一般化プラントを設計することにより制御系を  $H_\infty$  ノルムにおいて安定化が実現できる．

制御対象の車両システムは，その時々でパラメータの変動を繰り返す．乗客数による車体質量の変化，車両に取り付けられたモータの個体差，天候の変化に各種摩擦係数の増減等が現実問題として起こる．

そこでプラント  $P$  は乗法的モデル誤差について考慮する．また混合感度法を用いること

により，制御性能とロバスト性能について相互調整しながら設計する．コントローラを  $K$ ，感度関数  $S = (1 + PK)^{-1}$  に対する重みを  $W_S$ ，相補感度関数  $T = PK(1 + PK)^{-1}$  に対する重みを  $W_T$  とおき，任意に定めた  $\gamma$  について

$$\left\| \begin{bmatrix} W_S S \\ W_T T \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (10)$$

の条件を満たすことで  $H_\infty$  コントローラが求まる．

また一般化プラント  $G$  とおき，ブロック線図を以下に示す．

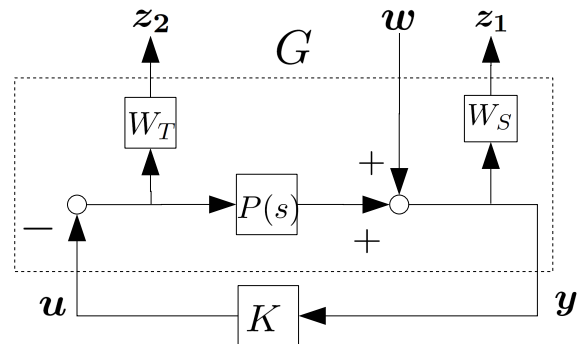


Fig. 4 Generalized Plant

また

$$G(s) = \begin{bmatrix} W_S & -W_S P \\ 0 & -W_T P \\ I_P & -P \end{bmatrix} \quad (11)$$

となる．

## 5. コントローラ的设计

混合感度問題では追値の性能向上及び，出力に混入する外乱（高周波ノイズ）の影響を低減するため， $S$  は低周波で  $T$  は高周波で小さくおさえるように周波数整形を行う．

試行錯誤の結果，重み  $W_S, W_T$  は次のように決定した．

## 6. シミュレーション結果

設計した制御系のステップ応答図，インパルス応答図を以下に示す．

$$W_S(s) = 0.1 \frac{s + 10000}{s + 1} \quad (12)$$

$$W_T(s) = 0.1 \frac{s^3 + 100}{s + 10000} \quad (13)$$

以下に重みの周波数応答を示す．

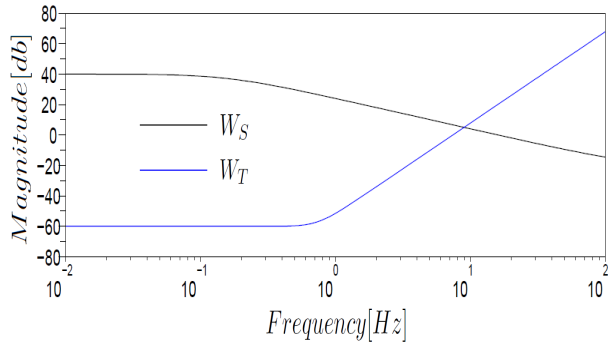


Fig. 5  $W_S, W_T$

以上のパラメータより，Scilabという数値計算システムを用いて求めたコントローラ  $K$  及び  $\gamma$  を以下に示す．

$$K = \frac{2097.4983s^3 + 21005397s^2 + 10^8 \times 3.041s + 8820980.6}{s^3 + 141.18799s^2 + 9378.8401s + 9238.6521} \quad (14)$$

$$\gamma = 2.9944954 \quad (15)$$

感度関数  $S$ ，相補感度関数  $T$  を以下に示す．

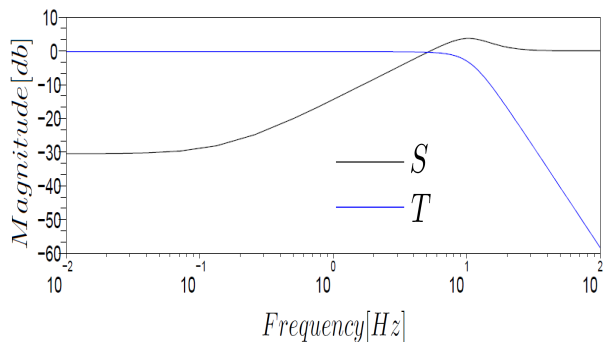


Fig. 6  $S, T$

Fig.6より， $S$ は低周波， $T$ は高周波でおさえ設計されている事が確認できる．

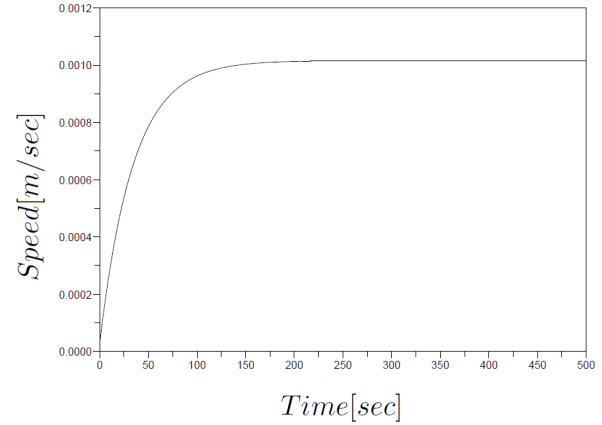


Fig. 7 Step Response

Fig.7より，安定するまで200[sec]かかるが，過度なオーバーシュートや振動がない事が確認できる．実際のシステムで過度な速度の変化は，車両の損傷や乗客の安全に関わる点なので，その観点からこの結果は良いといえる．

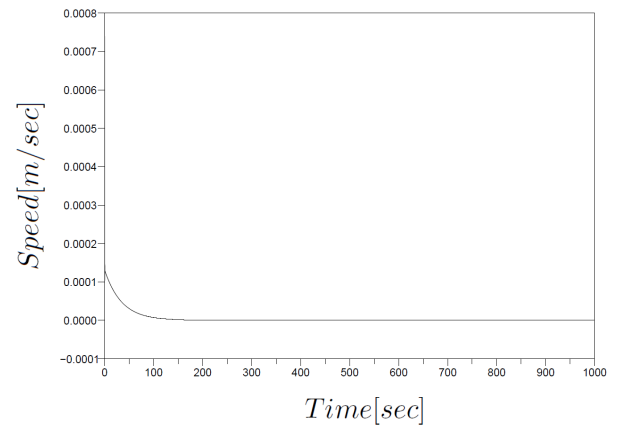


Fig. 8 Impulse Response

Fig.8では分かり難いが，シミュレーション開始直後あたりで最高値約  $7.5 \times 10^{-4}$  を記録している．その後，約  $1.5 \times 10^{-4}$  あたりに落ち着き，徐々に収束していく．波形からは過敏な反応をするように見られるが，値が非常にス

トップ応答に比べて小さいことから，外乱に対してはかなりの強さを持っていると考えられる．

## 7. 考察

求まったコントローラ $K$ について評価する．一般化プラント $G$ に対して式(7)を満たすコントローラ $K$ が求まった時，以下の式が成り立つ．

$$\bar{\sigma}[Z(s)] < \gamma \bar{\sigma}[W_Z^{-1}(s)] \quad (16)$$

以下に感度関数 $S$ ，相補感度関数 $T$ とそれぞれの重み関数 $W_S$ ， $W_T$ についての図を以下に示す．

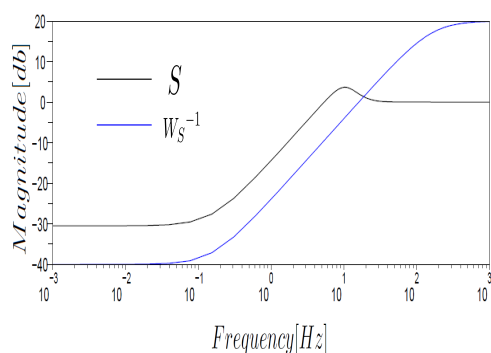


Fig. 9 Frequency Response of Sensitivity Function

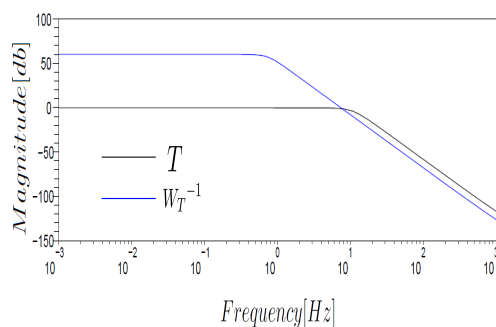


Fig. 10 Frequency Response of Complementary Sensitivity Function

Fig.9から，感度関数 $S$ は $W_S^{-1}$ を超える部分があるが，これは設計指標を満たしていない．また，Fig.10も相補感度関数 $T$ は $W_T^{-1}$ にたいして設計仕様を満たしていない．よって今回設計された制御系は感度特性およびロバスト安定性について条件を十分に満たしていないといえる．

今回のコントローラはScilabで計算された数値であるが，この中に組み込まれている $H_\infty$ のコマンドは本来，条件を満たす解を返すはずなので，計算精度が原因でこのような結果になったことも考えられる．しかし，重みの設定を適切に行えていなかったのが原因だと考える方が妥当だと考えられるので，今後，詳しく解析したい．

## 8. 結言

車両システムに乗法的モデル誤差を考慮した $H_\infty$ 制御系を設計した．

まだ解析において甘い点があるが，今回はその足がかりをつかむ事ができたので，今後より適切な設定および詳しい解析を行う．また，次の段階ではフィードフォワード制御を行い，2自由度制御系を構成する事によって目標値に追従を実現したい．最終的にはこれまでに設計したサーボ系のシステムとの比較，解析を行いたい．

## 参考文献

- 1) 島津光宏: 車両制御に関する研究，卒業論文(2003)
- 2) 電気学会電気鉄道における教育調査専門委員会: 最新電気鉄道工学，コロナ社(2001)
- 3) 細江 繁幸，荒木 光彦: 制御系設計  $H_\infty$ 制御とその応用，朝倉書店(1995)
- 4) 藤森 篤: ロバスト制御，コロナ社(2001)
- 5) 野波 健蔵，西村 秀和，平田 光男: MATLABによる制御系設計，東京電機大学出版(2000)