

モデルブリッジ制御によるサーボシステムの設計

Design of Servo System via Model Bridge Control

○柴田 直樹*, 渡部 慶二*, 村松 鋭一*, 有我 祐一*, 遠藤 茂**

N. Shibata *, K. Watanabe *, E. Muramatu*, Y. Ariga*, S. Endo**

*山形大学大学院,**山形大学

**Yamagata University

キーワード: モデルブリッジ制御 (Model Bridge Control)

連絡先: 〒993-0037 米沢市城南 4-3-6 山形大学 工学部 応用生命システム工学科 渡部研究室
柴田直樹, Email: tty41574@st.yamagata-u.ac.jp

1. 緒言

フィードバック制御系に要求されるのは安定性, 目標応答, 外乱抑制である. 実際の制御ではモデル誤差が存在し, モデル誤差のある中で安定で目標応答, 外乱抑制を良くしなければならない.

この二つを良くするためには低感度, ロバスト安定性を同時に満たさなければならない. しかし, 低感度とロバスト安定性にはトレードオフがあり, 同時に満たすことは難しい. そこで考えられたのが重み関数を導入し周波数で分けて, 低周波帯域では低感度, 高周波帯域ではロバスト安定性をみたす H_∞ 制御などである. 制御対象に仕様の重み関数をつけ, 全体の H_∞ ノルムを 1 以下に抑えようとするため保守的であり, 重み関数の設計に多大の時間を費やすという問題がある. この問題を解決するためにモデルブリッジ制御を提案する.

本研究では, 従来のサーボ補償器の設計とモ

デルブリッジ制御の設計の比較を行いモデルブリッジ制御の有効性を示す. またアクティブサスペンションの制御に, モデルブリッジ制御を適用し, H_∞ 制御との比較を通して, 提案手法の有効性を示す.

2. モデルブリッジ制御

モデルブリッジ制御とは, Fig. 1 に示すように, モデル誤差とロバスト安定性, 目標入力, 外乱, 雑音等と応答を個々に設計できる制御理論である. Fig. 2 はモデルブリッジ制御の基本形である.

$(1 + \Delta(s))G(s)$ は制御対象, $M(s)$ は位相遅れ型誤差補償器, $H(s)$ は位相進み型誤差補償器, $N(s)$ は外乱の応答を調節する外乱補償器である. $P(s)$ は目標入力の応答を調節するパラメータである.

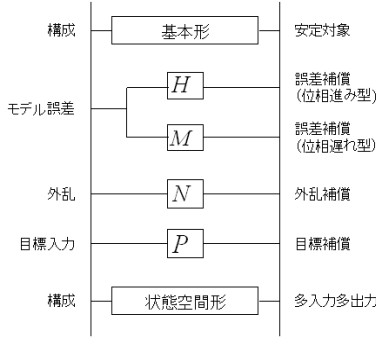


Fig.1 Flow figure of model bridge control

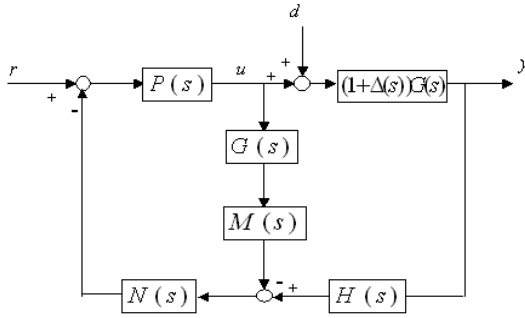


Fig.2 Basic type of model bridge control

3. 目標追従・外乱補償

図3の目標入力 r に対する出力 y は

$$y(s) = G(s)P(s)r(s) \quad (1)$$

となり $P(s) = G(s)^{-1}$ とすると目標値に一致する。

また外乱 d に対する出力 y は

$$y(s) = (1 - G(s)P(s)N(s))G(s)d(s) \quad (2)$$

となり外乱補償器で調節できる。外乱に対する過渡応答を変えたいときは、 $G(s)$ の極を $(1 - G(s)P(s)N(s))$ の零点で消去する。制御対象が虚軸に近い極 $s = -p$ をもつとき、それを虚軸からはなれた $s = -1/u$ に変える。これを実現するためには、

$$N(s) = \frac{1 + cs}{1 + us} \quad (3)$$

とおき

$$(1 - G(s)P(s)N(s)) \Big|_{s=-p} = 0 \quad (4)$$

を満たすように c を決めることである。そうすれば応答を速くすることが出来る。

4. 状態空間系

モデルブリッジの基本形は安定な対象に限られる。不安定対象に対応できるようにするため図4のように構成する。これを状態空間系と呼ぶ。

目標入力に対する過渡応答を f で、定常特性を Q_a で、外乱に対する過渡応答を k で、定常特性を Q_b で設定できる多自由度制御である。制御対象を

$$G(s) = c(sI - A)^{-1}b \quad (5)$$

とする。行列 $A + \alpha I$ が虚軸上に固有値をもたないように $\alpha \geq 0$ を選び

$$Y(A^T + \alpha I) + (A + \alpha I)Y - Yc^T cY = 0 \quad (6)$$

の安定化解 $Y = Y^T \geq 0$ を用いて

$$k = Yc^T \quad (7)$$

とおく。

$G(s)$ の相対次数を q とする。 $\tau > 0$ を任意に選ぶ

$$s^q + a_1 s^{q-1} + \dots + a_{q-1} s + a_q = \begin{cases} (s + \frac{1}{\tau})^q \\ (s + \frac{1}{\tau})^2 (s + \frac{1}{\gamma\tau})^{q-2} \end{cases} \quad (8)$$

を計算し

$$\Psi = cA^q + \alpha_1 cA^{q-1} + \dots + \alpha_q c \quad (9)$$

$$Q_a = (cA^{q-1}b)^{-1} \alpha_q \quad (10)$$

であたえられる。行列 $A - b(cA^{q-1}b)^{-1}\Psi$ が安定なら

$$f = (cA^{q-1}b)^{-1}\Psi \quad (11)$$

で与えられる。 $A - b(cA^{q-1}b)^{-1}\Psi$ が不安定ならリカッチ方程式

$$X(A - b(cA^{q-1}b)^{-1}\Psi) + (A - b(cA^{q-1}b)^{-1}\Psi)^T X - XbQ_aQ_a^T b^T X = 0 \quad (12)$$

の安定化解 $X = X^T \geq 0$ を用いて

$$f = (cA^{q-1}b)^{-1}\Psi + Q_a Q_a^T b^T X \quad (13)$$

で与えられる。

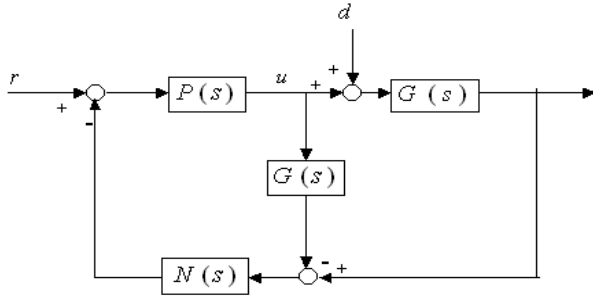


Fig.3 Turbulence amends model

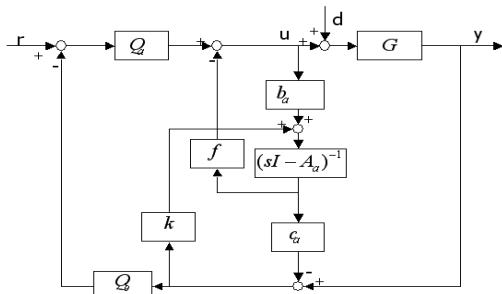


Fig.4 State space system of model bridge control

5. 状態空間系の外乱補償器

外乱の定常特性を調節できるパラメータは Q_b である。この章では Q_b のパラメータの設計法を2つ示す。

5.1 同次元自由パラメータ

外乱のモデルの状態空間表示を

$$d_s(s) = c_x(sI - A_s)^{-1}b_s \quad (14)$$

とする。

$$A_s T_1 - T_1(A_a - b_a f) = b_s c_a \quad (15)$$

を満たす $T_1 \in R^{n_a \times n_s}$ (n_a は制御対象の次数 n_s は外乱の次数) を求める。

$d_s(s)$ の極と異なる固有値をもつ任意な安定な行列 $A_q \in R^{n_s \times n_s}$ を決める。 $(c_q \ A_q)$ が可観測になるように $c_q \in R^{1 \times n_s}$ を決める。これらの準備をもとに

$$A_s T_2 - T_2 A_q = T_1 b_a Q_a c_q \quad (16)$$

を満たす $T_2 \in R^{n_s \times n_s}$ を求める。 Q_b が直達項を

持たないように,

$$d_q = 0_{n_s} \quad (n_s \times n_s \text{ 零行列}) \text{ とおき}$$

$$b_q = T_2^{-1}(b_a + T_1 k_a) \quad (17)$$

とし自由パラメータを $Q_b = c_q(sI - A_q)b_q + d_q$ とする。

5.2 低次元自由パラメータ

自由パラメータ $Q_b = c_q(sI - A_q)b_q + d_q$ の次元を、 A_s の次数から制御対象の入出力の次数だけ減じ $n_s - 1$ とすることが出来る。

まず、(16)式を満たす $T_1 \in R^{n_a \times n_s}$ を求める。次に、適当な $H \in R^{n_s \times (n_s - 1)}$ を用いて正則行列

$$T = [T_1 b_a Q_a, H] \quad (18)$$

をつくる。行列 $T^{-1}A_s T$ を次のように分割する。

$$T^{-1}A_s T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ n_s - 1 \end{matrix} \quad (19)$$

$$1 \quad n_s - 1$$

ここで、次の行列

$$A_q = A_{22} + A_{21} f_b \quad (20)$$

の固有値を $-1/\tau$ にするように $f_b \in R^{1 \times (n_s - 1)}$ を求める。これらを用いて

$$c_q = A_{11} f_b - f_b A_q + A_{21} \quad (21)$$

$$b_q = [0 \quad I_{n_s - 1}] T^{-1}(b_s + T_1 k_a) \quad (22)$$

$$d_q = [1 \quad 0] T^{-1}(b_s + T_1 k_a) - f_b b_q \quad (23)$$

とする。ただし $I_{n_s - 1}$ は $n_s - 1$ 次の単位行列である。これを用いて $Q_b = c_q(sI - A_q)b_q + d_q$ を構成する。

6. サーボ系

本章では一般的な目標入力や外乱に対する定常特性を0にするサーボ系をモデルブリッジ制御で考える。

次の制御対象で考える.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \quad (24)$$

この制御対象に対して, ステップ目標

$$r(s) = \frac{1}{s} \quad (25)$$

ステップ+正弦波外乱

$$d(s) = \frac{2}{s(s^2 + 4)} \quad (26)$$

に対し定常偏差を0にする制御系を求める.

6.1 モデルブリッジ制御で設計

目標入力に対する過渡応答 f , 定常特性 Q_a , 外乱に対する過渡応答 k を4章の方法で求め, 外乱の定常特性 Q_b を5章の方法で求める. それぞれのパラメータは次のようになる.

$$f = [0.2220 \quad 0.2346] \quad (27)$$

$$Q_a = 1.2346 \quad (28)$$

$$k = [0 \quad 0]^T \quad (29)$$

$$Q_b = \frac{45.28s^2 + 23.53s + 32.03}{s^2 + 12s + 32} \quad (30)$$

6.2 従来のサーボ系

制御対象の出力側に $d_s(s)$ を接続し

$$\begin{bmatrix} c \\ d_s(s)c \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} b = \begin{bmatrix} c_y \\ c_z \end{bmatrix} (sI - A_y)^{-1} b_y \quad (31)$$

とする. ただし,

$$A_y = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -b_s c & A_s \end{bmatrix}, \quad b_y = \begin{bmatrix} b_a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$c_y = [c_a \quad 0], \quad c_z = [0 \quad c_s] \quad (33)$$

$A_a - k_a c_a$ を安定にする k_a を用い

$$k_y = \begin{bmatrix} k_a \\ -b_s \end{bmatrix} \quad (34)$$

とする.

次に, 4章で求めたように f を求める. ここで $f_y = [f_z \quad f_s]$ とおくと, Fig. 5となる. これが従来のサーボ系である. また $G_c(s)$ はサーボ補償器である.

6.3 シミュレーション

振幅2, 周波数2Hzの正弦波外乱に対するモデルブリッジ制御とサーボ補償器のステップ応答の時刻歴応答のシミュレーション結果をFig. 6に示す. これ以降モデルブリッジ制御をMBCと表示する.

この結果よりサーボ補償器のステップ応答では逆応答が生じている. これはサーボ補償器の部分の状態フィードバック制御によって生じる不安定零点の影響である. よって応答が遅くなることを示している.

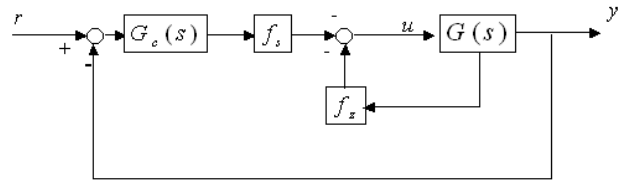


Fig.5 Servo system

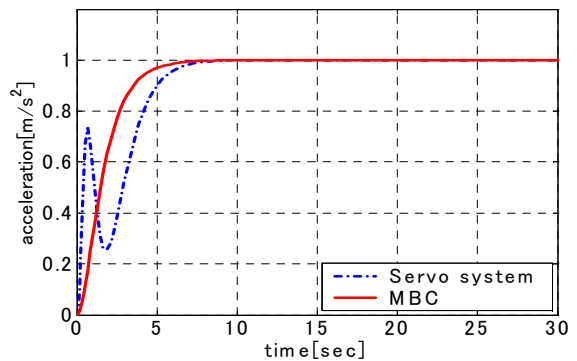


Fig.6 Simulation result

7. アクティブサスペンションの制御

7.1 検証モデル

本研究で扱うアクティブサスペンション 1/4 (単輪) モデルは, 自動車の1輪のみを考えたものである. 力学モデルをFig. 7に示す. 各パラメータの定義をTable. 1に示す. 車体質量 M_2 と車輪質量 M_1 の間にサスペンションバネ K_2 と仮想のアクチュエータが接続されている. タイヤの剛性はバネ K_1 としている.

サスペンションモデルの運動方程式はホイールに関する運動方程式

$$M_1 \ddot{x}_1 = k_2(x_2 - x_1) - k_1(x_1 - x_0) + u \quad (35)$$

車体に関する運動方程式

$$M_2 \ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1) - u \quad (36)$$

また, 周波数応答のゲイン線図をFig. 8に示す.

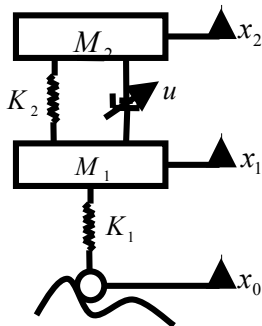


Fig. 7 1/4 suspension model

Table 1 Parameters of experimental model

Parameter	Value	Unit
M_2	375	kg
M_1	38	kg
K_2	21560	N/m
K_1	240000	N/m

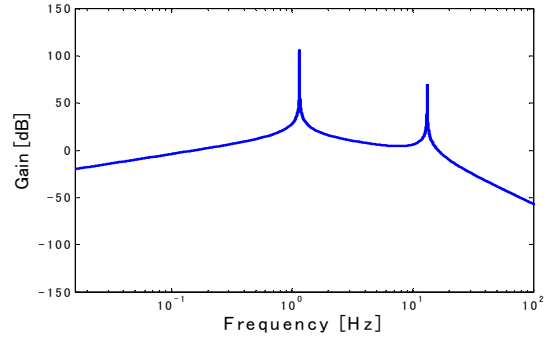


Fig.8 Frequency response

7.2 制御系の設計

モデルブリッジ制御を適用して, 3Hzと5Hzの外乱を抑えるように外乱補償器を設計する. それぞれのパラメータを以下に示す.

目標値に対する過度特性

$$f = [1078 \quad 2156 \quad 0 \quad -2156 \quad -95] \quad (37)$$

目標値に対する定常特性

$$Q_a = -18.75 \quad (38)$$

外乱に対する過度特性

$$k = [-0.4174 \quad -0.6916 \quad 0.1856 \quad 3.0653 \quad 2.379 \times 10^{-18}] \quad (39)$$

外乱に対する定常特性

$$Q_b = \frac{71.81s^3 + 8622s^2 + 473700s + 7515000}{s^3 + 330s^2 + 36200s + 1320000} \quad (40)$$

6.3 シミュレーション

周波数3Hzの正弦波外乱に対する時刻歴応答のシミュレーション結果をFig. 9に示す. Fig. 9(b)は, (a)のモデルブリッジ制御と H_∞ 制御を拡大したものである. この結果からモデルブリッジ制御, H_∞ 制御ともに大きな減衰性能を得られていることが分かった.

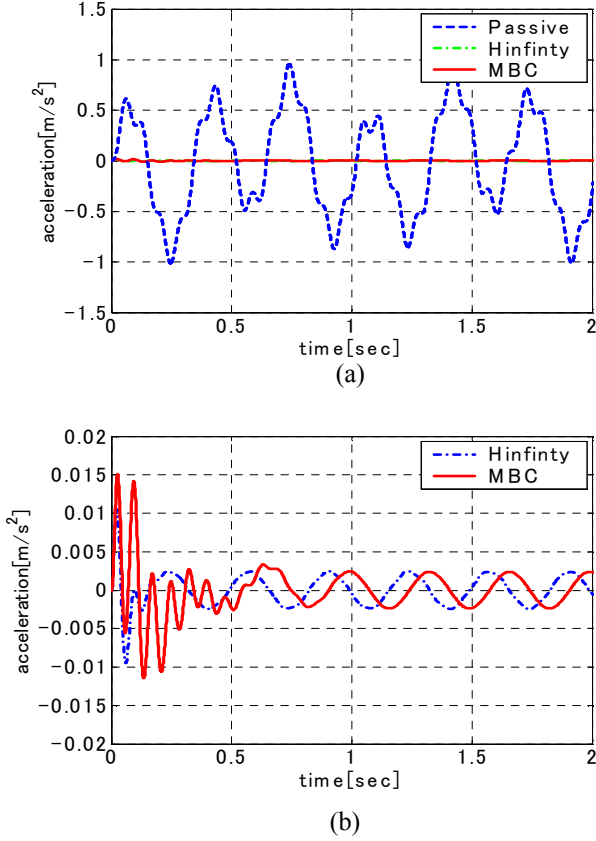


Fig.9 Acceleration of body

8. モデル誤差

前章の結果ではモデルブリッジ制御, H_∞ 制御ともに良好な制御が出来ていたが, 実際の機械にはアクチュエータの遅れが存在し, 制御性能に影響を及ぼす. そこで, アクチュエータの遅れをモデル誤差として考え, モデルブリッジ制御と H_∞ 制御の比較を行う. ここでは, 遅れ時間を $L=0.01$ とした.

8.1 モデルブリッジ制御

モデル誤差を含む漸近安定な制御対象 $(1+\Delta)G(s)$ に対し, 位相遅れ型誤差補償を考える.

位相遅れ補償器 $M(s)$ を

$$M(s) = \frac{1}{Ls+1} \quad (41)$$

とする. 状態空間系を求めるために, 誤差補

償器の状態空間表示を

$$M(s) = c_m (sI - A_m)^{-1} b_m \quad (42)$$

とする. 内部モデル $G(s) = c(sI - A)^{-1} b$ と誤差補償器 $M(s)$ の直列系を

$$M(s)G(s) = c_a (sI - A_a)^{-1} b_a \quad (42)$$

とする. ただし

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -b_m c & A_m \end{bmatrix}, \quad b_m = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_a = [0 \quad c_m] \quad (43)$$

$G(s)$ の相対次数を q とする. $\tau > 0$ を任意に選ぶ

$$s^q + a_1 s^{q-1} + \dots + a_{q-1} s + a_q = \begin{cases} (s + \frac{1}{\tau})^q \\ (s + \frac{1}{\tau})^2 (s + \frac{1}{\gamma\tau})^{q-2} \end{cases} \quad (44)$$

を計算し

$$\Psi = cA^q + \alpha_1 cA^{q-1} + \dots + \alpha_q c \quad (45)$$

$$Q_a = (cA^{q-1}b)^{-1} \alpha_q \quad (46)$$

であたえられる.

行列 $A - b(cA^{q-1}b)^{-1} \Psi$ が安定なら

$$f = (cA^{q-1}b)^{-1} \Psi \quad (47)$$

で与えられる. $A - b(cA^{q-1}b)^{-1} \Psi$ が不安定ならリカッチ方程式

$$X(A - b(cA^{q-1}b)^{-1} \Psi) + (A - b(cA^{q-1}b)^{-1} \Psi)^T X - XbQ_a Q_a^T b^T X = 0 \quad (48)$$

の安定化解 $X = X^T \geq 0$ を用いて

$$f = (cA^{q-1}b)^{-1} \Psi + Q_a Q_a^T b^T X \quad (49)$$

で与えられる. これを用い

$$f_a = [f \quad 0] \quad (50)$$

次に行列 $A_a + \alpha I$ が虚軸上に固有値をもたないように $\alpha \geq 0$ を選ぶ

$$Y(A_a^T + \alpha I) + (A_a + \alpha I)Y - Yc_a^T c_a Y = 0 \quad (51)$$

の安定化解 $Y = Y^T \geq 0$ を用いて、次式とする。

$$k_a = Yc_a^T \quad (52)$$

次に外乱の定常特性に対するパラメータ Q_b を5章の5.2の方法で求める。それぞれのパラメータを次式に示す。

目標値に対する過度特性

$$f = [1078 \quad 215.6 \quad 0 \quad -215.6 \quad -95 \quad 0 \quad 0] \quad (53)$$

目標値に対する定常特性

$$Q_a = -18.75 \quad (54)$$

外乱に対する過度特性

$$k_a = [-0.4197 \quad -0.44628 \quad 0.1811 \quad -11.568 \quad -2.485 \times 10^{17} \quad 5.4 \times 10^3 \quad 6 \times 10^4]^T \quad (55)$$

外乱に対する定常特性

$$Q_b = \frac{1.7 \times 10^5 s^4 + 8.2 \times 10^4 s^3 + 0.042 s^2 + 0.68 s + 6}{2.3 \times 10^7 s^4 + 4.2 \times 10^5 s^3 + 2.9 \times 10^3 s^2 + 0.088 s + 1} \quad (56)$$

8.2 H_∞ 制御

今回は美多先生の制御対象や感度重み関数が虚軸に極を持つときの解法を用いて行った。Fig. 10の(a)にロバスト安定化に対する重み関数 W_T , (b)に感度重み関数 W_s , Fig. 11にコントローラのゲイン線図と位相線図を示す。

8.3 シミュレーション

路面の速度外乱として周波数3Hzの正弦波を入力し、バネ上加速度応答の時刻歴応答のシミュレーション結果をFig. 12に示す。Fig. 12(a)はアクチュエータの遅れなしの場合(b)はアクチュエータの遅れを0.01m/sとし

ている。

Fig. 12(a)の結果から H_∞ 制御の場合より、モデルブリッジ制御のがより減衰性能がよいことがわかる。また Fig. 9(b)の結果より、アクチュエータの遅れが生じた場合も減衰性能はほとんど変わっていないことがわかる。また H_∞ 制御の場合は2次モードの減衰が悪化していることがわかる。

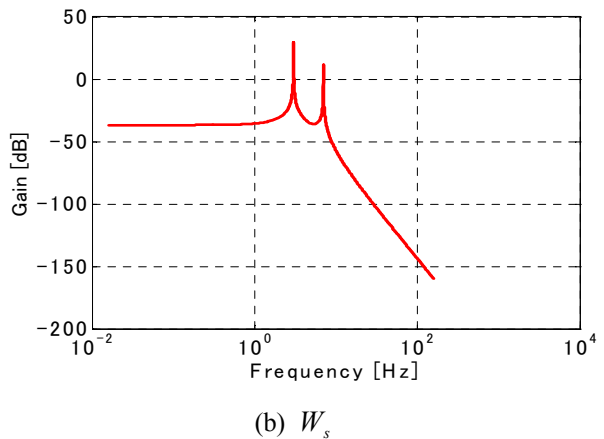
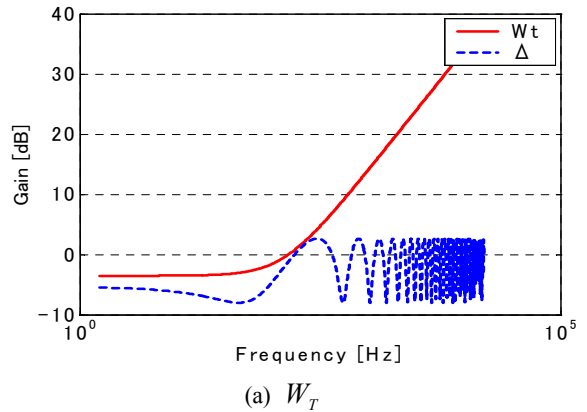


Fig. 10 Frequency weighting function

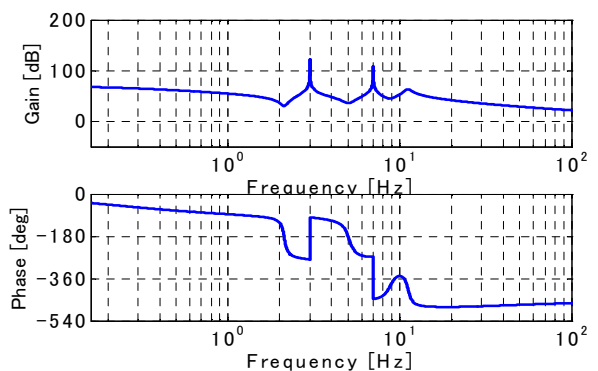
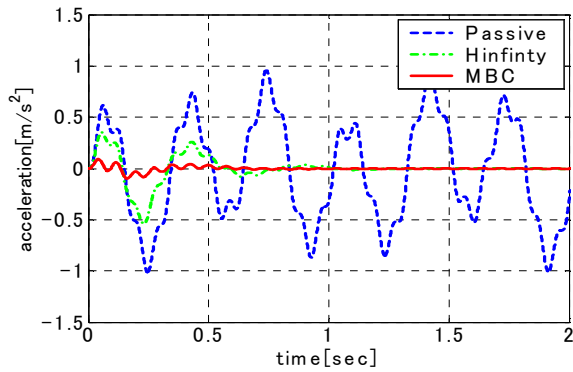
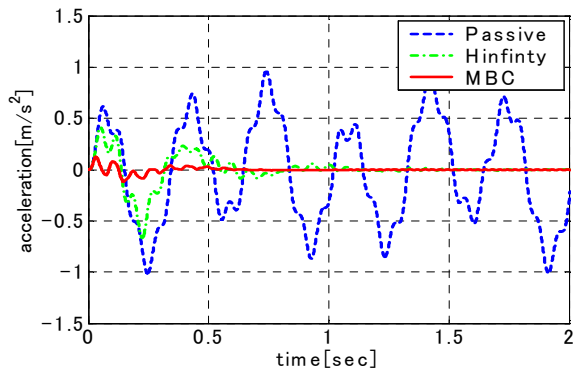


Fig. 11 H-infinity controller



(a) Acceleration of Body



(b) Delay of 0.01m/s
fig.12 simulation result

今後は多変数への拡張をし、自動車の二輪モデルで構成する予定である。

文献

- (1) 渡部, 位相情報を取り込んだ新しいロバスト制御理論
体系と多自由度制御系設計法の構築
- (2) 西村・加山, MRダンパを用いたセミアクティブサスペンションのゲインスケジュールド制御, 機論(C編)68-676(2002), 186-193
- (3) 美多, H_∞ 制御, 昭晃堂

9. 結言

サーボ補償器とモデルブリッジ制御の比較, またアクティブサスペンションにモデルブリッジを適用し, 制御系の設計方法を示すと共に H_∞ 制御との比較を行った結果, 以下の結論を得た.

- (1) サーボ補償器で設計した場合, サーボ補償器の部分の状態フィードバック制御によって生じる不安定零点の影響でステップ応答に逆応答が生じる.
- (2) アクチュエータの遅れをモデル誤差として考え, モデルブリッジ制御で設計を行った. H_∞ 制御より過渡応答が良いことを示した. これはモデルブリッジ制御がそれぞれのパラメータを個々に設定できるからである.