

擬定常押し込みクリープに関する 有限要素シミュレーション

Finite Element Simulation on Pseudo-Steady Indentation Creep

○池村圭司*, 高木秀有**, 藤原雅美**, 小林義和**, 白井健二**

○Keiji Ikemura*, Hidenari Takagi**, Masami Fujiwara**
Toshikazu Kobayashi**, Kenji Shirai**

*日本大学大学院, **日本大学,

*Graduate School, Nihon University, **Nihon University

キーワード: 計装化押し込み試験法, 擬定常押し込みクリープ, 幾何学的自己相似性

連絡先: 〒963-8642 福島県郡山市田村町徳定字中河原 1 番地

日本大学大学院 工学研究科 情報工学専攻 生産システム工学研究室 池村圭司,

TEL:(024)956-8824, Fax:(024)956-8863, E-mail:g19601@cc.ce.nihon-u.ac.jp

1. 緒言

一般に, 材料の力学的性質を正しく評価するためには, 標準規格に適合した形状および寸法の試験片を用意する必要がある. しかしながら試作段階にある先進材料は, 少量の試験片しか準備できないことが多い. 上記の理由により, 少量の微小試験片から力学特性を評価することができるマイクロメカニカルテストの確立が求められてきた.

計装化押し込み試験法は, その一方法であり, 微小で単純形状の試料におけるピンポイントの高温力学特性値を評価できる利点を有している. この試験法は, 高温の試料表面に円錐形の剛体圧子を押し込み, そのときの押し込みクリープ曲線(押し込み変位の時間依存性)を解析することによって, クリープの応力指数や活性化エネルギーを評価するものである. この試験法で得られた Al-Mg 固溶体合金などの高温力学特性値は従来の引張クリープ試験結果と良い一致を示すことを確認している⁽¹⁻⁴⁾.

本研究では, ある荷重条件下で押し込みクリープ

試験を行うと圧子の押し込み歪み速度と押し込み圧力が一定となる可能性がある試験方法 (Constant Indentation Strain Rate Test : CISR 試験) に関する理論解析と有限要素シミュレーション (FE 解析) を行い, 以下のことを明らかにする.

- この試験法に関する構成方程式を導出する.
- FE 解析によって, 押し込み圧力と押し込み歪み速度が一定になることを示し, 構成方程式が適切であることを確認する.
- 圧子直下の領域における相当応力, 相当塑性歪み速度の等高線分布が幾何学的自己相似性を維持しながら広がることを確認し, 擬定常変形状態が実現されていることを明らかにする.
- 押し込み圧力と代表応力の関係から押し込みクリープ領域における代表点を定義し, 押し込み歪み速度と代表点における相当塑性歪み速度の関係を明らかにする.
- この試験法によって, クリープの応力指数を正しく評価できることを示す.

2. CISR 試験に関する構成方程式

円錐形圧子の直下領域において相当塑性歪みの等高線分布が幾何学的自己相似性を保ちながら広がる時、押し込みクリープ変形の進展度（押し込み歪み速度 $\dot{\epsilon}$ ）は、圧子の押し込み速度 \dot{u} をそのときの押し込み変位 u で除した値で定義される；

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{u}}{u} = \frac{d \ln u}{dt}. \quad (1)$$

押し込み荷重 F を圧痕の水平投影面積で除した押し込み圧力を p で表し、Tabor⁽⁵⁾らが実験で見だし、Hill^(6,7)がすべり線場理論によって証明した拘束係数を C_1 ($\cong 1/3$) として、本論文では圧子直下の領域で $C_1 p$ の相当応力値 $\bar{\sigma}$ をもつ場所を代表点と定義する。このときの代表応力 σ と相当応力 $\bar{\sigma}$ は以下の式で表すことができる；

$$\sigma = C_1 p \square \frac{F}{3\pi u^2 \tan^2 \theta} \equiv \bar{\sigma}. \quad (2)$$

ここで、 θ は圧子の半頂角である。この点における相当塑性歪み速度 $\dot{\epsilon}$ と式 (1) の押し込み歪み速度 \dot{u} には歪みの適合条件より以下の関係が成り立つ；

$$\dot{\epsilon} = C_2 \dot{u}. \quad (3)$$

ここで C_2 は、圧子の半頂角、応力指数、圧子先端からの距離などに依存する定数である。

相当応力と相当塑性歪み速度の間に以下のべき乗則クリープの構成式が成り立つとする；

$$\dot{\epsilon} = A_1 \left(\frac{\bar{\sigma}}{E} \right)^n. \quad (4)$$

ここで、 A_1 は温度などによって決まる定数、 E はヤング率である。式 (1) ~ (4) から、押し込みクリープに関する構成式を得る；

$$\dot{\epsilon} = A_2 \left(\frac{\sigma}{E} \right)^n = A_3 \left(\frac{F}{Eu^2} \right)^n. \quad (5)$$

ここで、 $A_2 = A_1/C_2$ 、 $A_3 = A_1(3\pi \tan^2 \theta)^{-n}/C_2$ である。

次に、 $\dot{\epsilon}$ を一定に保つようにするために $\dot{F}/F = \lambda$ (\dot{F} : 荷重速度、 λ : 荷重速度パラメータ) とすると、この場合の荷重関数は次のようにも書ける；

$$F = F_0 \exp(\lambda t). \quad (6)$$

ここで、 F_0 は初期荷重、 t は荷重時間である。このとき押し込みクリープ曲線は、式 (6) を式 (5)

に代入し、積分すると次式で表される；

$$u(t) = \sqrt[n]{\frac{F_0}{E} \left[\frac{2A_3}{\lambda} \{ \exp(\lambda nt) - 1 \} \right]}. \quad (7)$$

式 (1) と式 (7) から、押し込み歪み速度 $\dot{\epsilon}$ の時間依存性は次式で表される；

$$\dot{\epsilon} = \frac{d \ln u}{dt} = \frac{\lambda}{2} \{ 1 - \exp(-\lambda nt) \}^{-1}. \quad (8)$$

また、代表応力 σ の時間依存性は次式で表される；

$$\sigma = E \left[\frac{\lambda}{2A_2} \{ 1 - \exp(-\lambda nt) \}^{-1} \right]^{1/n}. \quad (9)$$

$t \square 1/\lambda n$ では、式 (8) と式 (9) は、 $\dot{\epsilon}$ と σ が時間が経つにつれて一定値 $\dot{\epsilon}_s$ および σ_s に漸近することを示している；

$$\dot{\epsilon}_s; \frac{\lambda}{2} = \text{const.} \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_s}{E} \square \left(\frac{\lambda}{2A_2} \right)^{1/n} = \text{const.} \quad (11)$$

これらを用いると、式 (5) から擬定常押し込みクリープに関する構成方程式は次式となる；

$$\dot{\epsilon}_s = A_2 \left(\frac{\sigma_s}{E} \right)^n. \quad (12)$$

上式から、クリープに関する応力指数 n は次式によって与えられる；

$$n = \left[\frac{\partial \ln \dot{\epsilon}_s}{\partial \ln (\sigma_s/E)} \right]_T. \quad (13)$$

3. FE シミュレーションの解析条件

CISR 試験に関する FE 解析を行うため、汎用有限要素プログラム (ABAQUS) を使い、自作のサブルーチンを組込んで、圧子が試料モデルに押し込まれる様子を解析した。圧子は $\theta = 68^\circ$ の円錐形剛体とし、試料モデルは軸対称低減積分要素を用い、高さ 3000 μm 、半径 3000 μm の円柱とした。各有限要素は弾性変形とべき乗則クリープ ($\dot{\epsilon} = A \bar{\sigma}^n$ 、 A : 定数、 n : 応力指数) が生じるように設定された。各値は Al-Mg 固溶体合金の温度 681K における特性値とし、 $E = 47.2 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.345$ 、 $A = 3.33 \times 10^{-8} \text{ MPa}^{-3} \text{ s}^{-1}$ 、

$n' = 3.0$ とした。押し込み荷重は $F = F_0 \exp(\lambda t)$ で与え、 $F_0 = 0.294 \text{ N}$ 、 $\lambda = 0.25 \times 10^{-3} \sim 8 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ とした。なお、圧子と試料表面の摩擦は考慮しない。

4. 解析結果

4.1 擬定常押し込みクリープ

Fig. 1 は各々の荷重条件における押し込み変位の時間変化を表している。実線は式 (7) から得られた理論曲線である。ここで、式 (7) の A_3 に含まれる C_2 値には後述する値 (1/3.7) を用いた。○印は FE 解析から得られた結果である。両者はよく一致しており、負荷直後の瞬間変位のあと、時間の経過とともに徐々に増加する。

Fig. 2 は押し込み歪み速度の時間変化を表している。実線は式 (8) から得られた曲線である。○印は FE 解析結果であり、両者はよく一致している。押し込み歪み速度は、負荷直後から急激に低下し、ある時間経過すると一定値をとる。 $\lambda = 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ の場合、 $\dot{\epsilon}_s = 0.5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ となり、式 (10) に一致している。

Fig. 3 は代表応力の時間変化を表している。実線は式 (9) から得られた曲線である。○印は FE 解析結果であり、両者はよく一致している。代表応力は押し込み歪み速度と同様に負荷直後から急激に低下し、その後ある一定値に近づく。 $\lambda = 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ の場合、 $\sigma_s = 16.1 \text{ MPa}$ であり、式 (11) と一致する。また、代表応力が一定となる時間は、Fig. 2 の押し込み歪み速度が一定となる時間とほぼ等しい。Fig. 1 から Fig. 3 において、式 (7) ~ 式 (9) の理論曲線と FE 解析結果が良く一致することから、擬定常押し込みクリープに関する構成式 (12) は適切であるといえる。

次に、押し込み歪み速度と代表応力が一定になった時間以降の圧子直下領域に広がっている等高線分布について検討を行う。Fig. 4(a), (b) は、 $\lambda = 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ の場合における相当応力と相当塑性歪み速度の等高線分布の時間変化を表している。両者の等高線分布は、押し込み変位の増加とともに広がっていく。両図において 1600s では $u = 39.5 \mu\text{m}$ であり、これを基準として各々の時間において変位の比をとると、1200s では 0.82、2000s では 1.22 となる。この比率を用いて、相当応力では 8MPa の大きさ、相当塑性歪み速度は $2.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ の大きさをもった 1600s の等高線分布を 0.82 倍および 1.22 倍する。図中には、1200s および 2000s の等高線分布上に各々縮小、拡大された等高線分布が太い実線で示されている。この

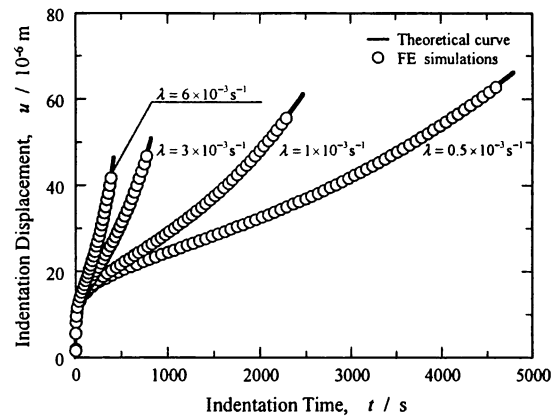


Fig. 1 押し込み変位の時間変化

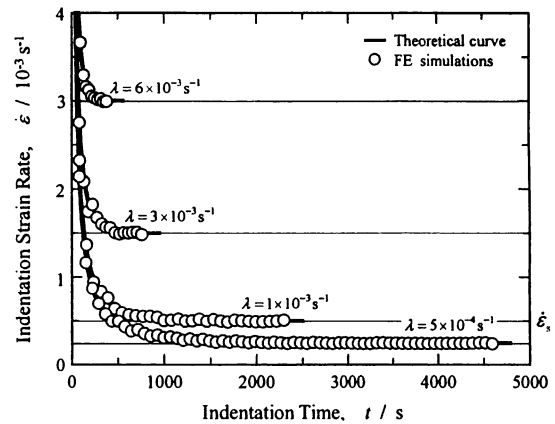


Fig. 2 押し込み歪み速度の時間変化

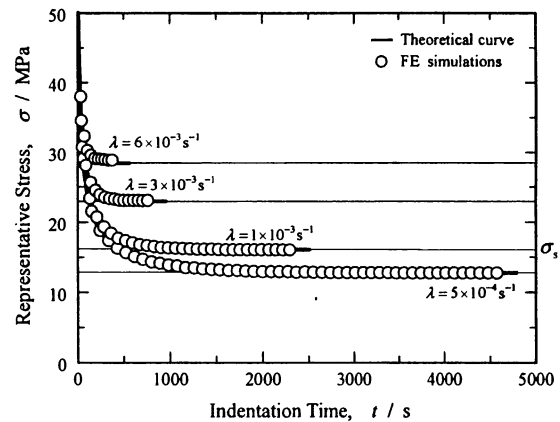


Fig. 3 代表応力の時間変化

ように、両者は良く一致している。このことは押し込みクリープ中、相当応力と相当塑性歪み速度の分布が圧子の押し込み変位に対して幾何学的な自己相似性を維持しながら広がっていることを示している。このことは、圧子先端を原点にして相対的に同等な座標における相当応力と相当塑性歪み速度は常に同値をとることを意味する。その結果、圧子は式 (10) で示される一定な押し込み歪み速度で進入し続け、式 (11) で示される一定な変形抵抗応力 (= 代表応力) を受けることになる。

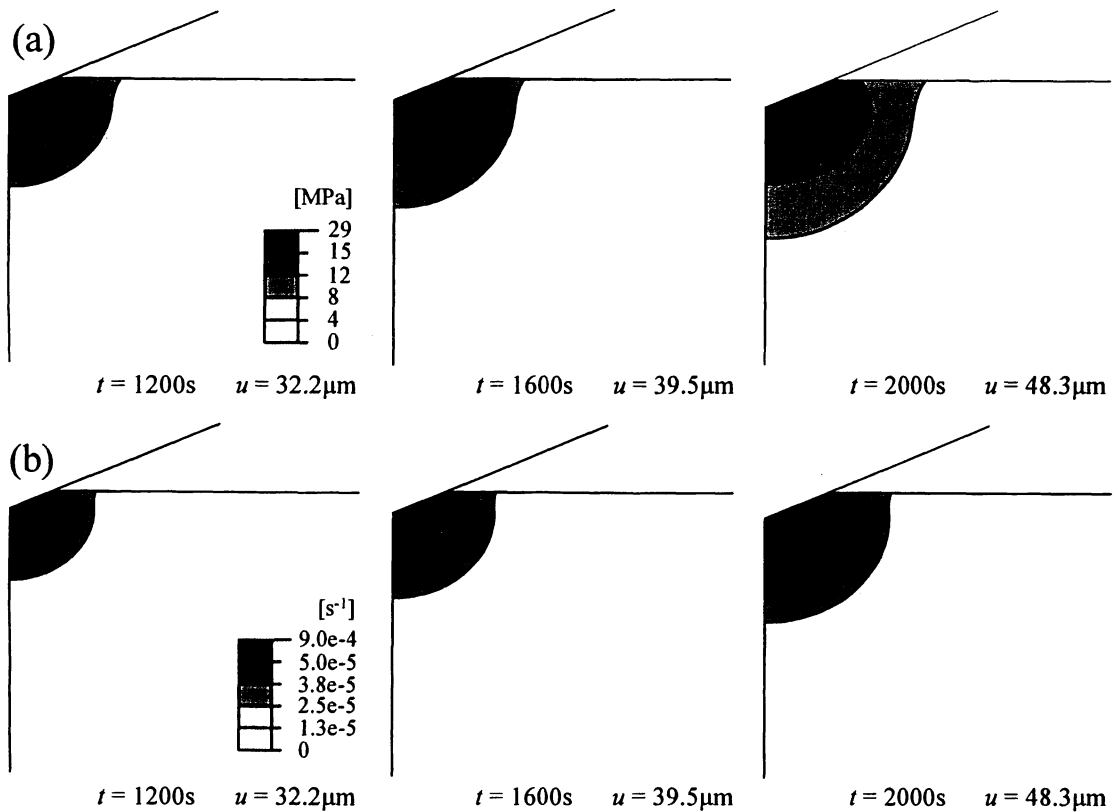


Fig. 4 (a) 相当応力, (b) 相当塑性歪み速度の分布の時間変化 ($\lambda = 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$)

これは、圧子下において擬定常変形状態が実現していることを示している。

4.2 押し込み歪み速度と相当塑性歪み速度の関係

Hill^(6,7)らは剛完全塑性体の二次元半無限ブロック上面に対して垂直に滑らかな三角形剛体圧子(頂角 $2\theta = 136^\circ$)を押し込んだ場合をすべり線場法により解析した。表面の盛り上がった部分の体積は圧子斜面によって排除された体積に等しいとして $p \cong 4.2k = 2.4Y$ を導いた。ここで、 p は押し込み圧力つまり押し込み硬さ、 k はせん断降伏応力、 Y は降伏応力である。また、工藤⁽⁸⁾はHillと同様な前提条件で試料表面と圧子斜面との間に摩擦がある場合について検討し、静止摩擦係数 μ が大きいほど p/Y の値は大きくなることを明らかにした。たとえば $\mu = 0.1 \square 0.2$ では $p \cong 2.8Y \square 2.9Y$ となる。ChengとCheng⁽⁹⁾は、押し込み試験に関する次元解析と有限要素解析を行い、 C_1 値は降伏応力、ヤング率、ポアソン比および圧子の形状(頂角)に依存することを示した。彼らによると、摩擦が無く、 $\theta = 68^\circ$ の場合、 C_1 値は Y/E の増加とともに約2.6から約1.5まで変化することを示した。多くの金属では $Y/E < 0.01$ であり、 $p \cong 2.5 \square 2.6Y$ となる。従って、摩擦がある場合は p/Y は2.6以上になると考

えられる。この場合、剛完全塑性体では $C_1 \cong 1/3.0$ が成り立つといえる。

上述の検討から、本研究では代表応力を $\sigma = p/3$ で表し、この値と同じ大きさの値をもつ圧子下の相当応力 $\bar{\sigma}$ 値の等高線を代表点の集合と定義する。同様に、この代表点の相当塑性歪み速度 $\dot{\epsilon}$ を代表相当塑性歪み速度と考える。以下において、擬定常変形状態における押し込み歪み速度 $\dot{\epsilon}_s$ と上記の代表点における相当塑性歪み速度の関係について検討する。

Fig. 5(a) (b)は、Fig. 4の1600sにおける相当応力および相当塑性歪みの等高線分布の圧子直下部分を拡大したものである。Fig. 3の $\lambda = 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ において $\sigma_s = 16.1 \text{ MPa}$ であるから、Fig. 5(a)において代表点は $\bar{\sigma} = 16.1 \text{ MPa}$ の値をもつ等高線(太線)で表されている。この値を式(4)に代入すると、 $\dot{\epsilon} = 1.41 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ となり、代表点における相当塑性歪み速度を知ることができる。Fig. 5(b)に代表点における相当塑性歪み速度の等高線が太線で表されている。Fig. 4の1200sと2000sにおいても同様にして代表点を決定することができる。Fig. 2の $\lambda = 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ における $\dot{\epsilon}_s = 0.5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ と上記の代表点における $\dot{\epsilon} = 1.41 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ から、 $C_2 = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_s \cong 3.6^{-1}$ となる。

$\lambda = 0.5 \times 10^{-3}$: $6 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ についても同様に
して求めると, $C_2 = 3.5^{-1} \square 3.8^{-1} \cong 3.7^{-1}$ である。
従って, 擬定常変形状態の代表点における $\dot{\epsilon}$ と
 $\dot{\epsilon}_s$ は次のような関係式で表わせる ;

$$\dot{\epsilon} = C_2 \dot{\epsilon}_s \cong \frac{\lambda}{3.7} \cong \frac{\lambda}{7.4} \quad (14)$$

式 (14) を用いることにより, 擬定常変形状態に
おける押し込み歪み速度を代表点の相当塑性歪み
速度に換算することができる。なお, C_2 は λ , θ ,
 n などに依存する定数であり, 今後詳細な検討を
行う予定である。

4.3 クリープの応力指数

Fig. 6 は Fig. 2 と Fig. 3 において擬定常変形状
態となったときの $\dot{\epsilon}_s$ と σ_s/E の両対数グラフで
ある。FE 解析から得られたデータは一本の直線
で近似することができる。式 (13) からこの直線
の勾配は応力指数 n に相当する。押し込みクリープ
曲線から得られた応力指数は $n = 3.0$ であり, こ
の値は各有限要素に設定した応力指数 $n' = 3.0$ と
完全に一致する。上記の事実は, CISR 試験によ
って $\dot{\epsilon}_s$ および σ_s を得ることができれば, 定常ク
リープに関する応力指数 n' を正しく評価できる
ことを示唆している。

5. 結言

CISR 試験に関する理論解析および FE 解析を
行い以下の結論を得た。

- (1) CISR 試験に関する構成方程式を導出した。
- (2) 理論及び FE 解析により, 圧子下の各々の点
におけるクリープ変形がべき乗則に従うと
き, 押し込み変位から算出される押し込み圧力と
押し込み歪み速度はある時間経過すると一定
となる。
- (3) 一定となったときの圧子下における相当応
力と相当塑性歪み速度の分布は, 圧子の押し
込み変位に対して幾何学的自己相似性を維持
しながら広がる。これは圧子下において擬定
常変形状態が実現していることを示してい
る。
- (4) 押し込みクリープ領域における代表点を定義
し, その代表点上における相当塑性歪み速度
 $\dot{\epsilon}$ と押し込み歪み速度 $\dot{\epsilon}_s$ の間には $\dot{\epsilon} = C_2 \dot{\epsilon}_s$
なる関係があることを確かめた。本解析条件
では, $C_2 = 3.5^{-1} \square 3.8^{-1} \cong 3.7^{-1}$ である。
- (5) 押し込みクリープ曲線を解析することにより,
定常クリープに関する応力指数を正しく評
価できることを示した。

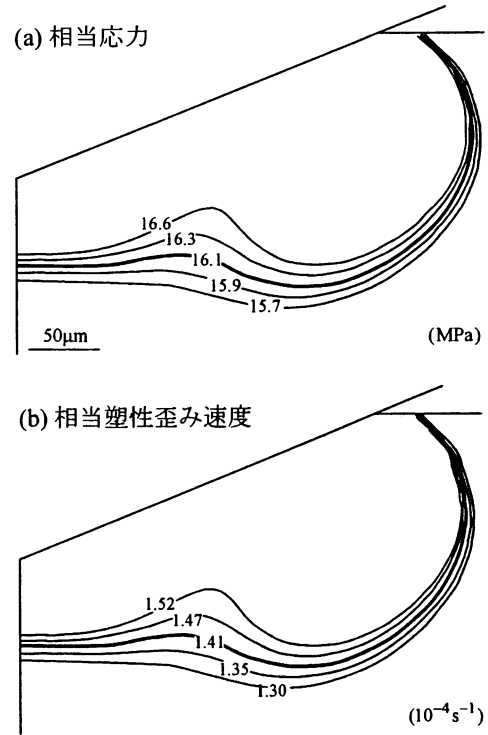


Fig. 5 代表点を表す等高線 (太線)

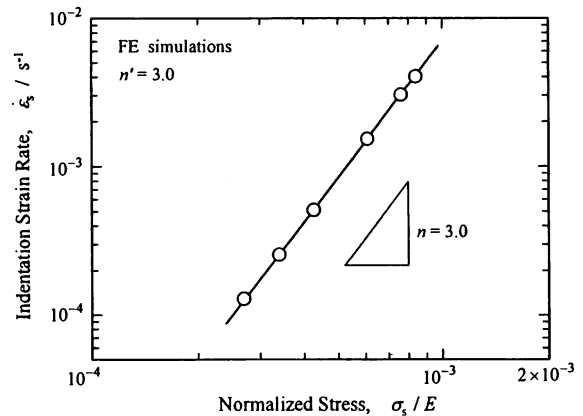


Fig. 6 擬定常変形状態における $\dot{\epsilon}_s$ と σ_s/E の関係

References

- (1) H. Takagi, M. Dao and M. Fujiwara: Acta Mechanica Solida Sinica, **21** (2008), 283.
- (2) H. Takagi, M. Dao, M. Fujiwara and M. Otsuka: Philosophical Magazine. **83** (2003), 3959.
- (3) H. Takagi, M. Dao, M. Fujiwara and M. Otsuka: Materials Transactions, **47** (2006), 2006.
- (4) H. Takagi and M. Fujiwara: Materials Science Forum, **561-565** (2007), 2063.
- (5) D. Tabor: *The Hardness of Metals*, Oxford University Press (1951).
- (6) R. Hill, E. H. Lee and S. J. Tupper, Proceedings of the Royal Society of London A, **188** (1947), 273.
- (7) R. Hill : *Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford Univ. Press, Oxford, (1950).
- (8) 工藤英明, 塑性学, 森北出版 (1973).
- (9) Y. T. Cheng and C. M. Cheng, International Journal of Solid and Structure, **36** (1999), 1231