

## 倒立振り子型ロボットの加速起立制御

### Control of standing up motion by acceleration for inverted pendulum type robot

木村直\* , 鄭聖熹\*\* , 高橋隆行\*

Sunao Kimura\* , SeongHee Jeong\*\* , Takayuki Takahashi\*

\*福島大学, \*\*産業技術総合研究所

\*Fukushima University , \*\*AIST

キーワード : 車輪型倒立振り子(Wheeled inverted pendulum) , 加速起立(Standing up motion by acceleration) , 追従制御(Follow-up control) , 計算トルク法(Computed torque method)

連絡先 : 〒980-8579 福島県福島市金谷川1 福島大学 理工学群 共生システム理工学群 高橋研究室  
木村直 , Tel.: (024)548-8428 , Fax.: (024)548-8428 , E-mail: sunao@rb.sss.fukushima-u.ac.jp

## 1. はじめに

近年, 人間の生活環境内で対人サービスを提供する人間共存型ロボットの研究が活発に行われている<sup>1)2)</sup>. これらのロボットにおいて, 高安全性と高作業性が求められる. しかし, これらは一般的に相反する性質を持ち, 両立することが困難な課題である. この課題に対し車輪型倒立振り子は, 非力なマニピュレータでも自重を利用すれば高作業性が実現可能であり, 更に簡易構造, 段差登坂能力, 機敏性にも優れているため高安全性, 高作業性を両立するのに適した機構だと考えられる.

筆者らは安全性と作業性の両立を目的とした倒立振り子型アシストロボットI-PENTAR<sup>3)4)</sup>を提案している. I-PENTARは, 人間の生活空間の中で物理的な対人サービスを高作業で安全に提供することを目的としている. Fig.1の

ようにI-PENTARは動的安定状態(起立状態)および静的安定状態(着座状態)での作業が実現可能である. 本論文では, 車輪型倒立振り子ロボットの状態遷移, 特に起立動作方法について述べる. 起立動作は静的, 動的に起立させる2つの方法がある. 以前までのI-PENTARはFig.2上図のように, 腕を前方に移動させることにより重心を移動し静的に起立していた<sup>3)</sup>. 本論文では, 動的に起立させる方法を述べる.

動的に起立させる方法の一つに, Fig.2下図のようにロボットを後方に加速させ, 起立動作に移行させる方法がある. 本論文ではこの起立方法を加速起立と呼ぶことにする. この方法により, 迅速に倒立状態に遷移することが可能になる. またI-PENTARのようにアームを有するロボットであれば, 荷物運搬の際,

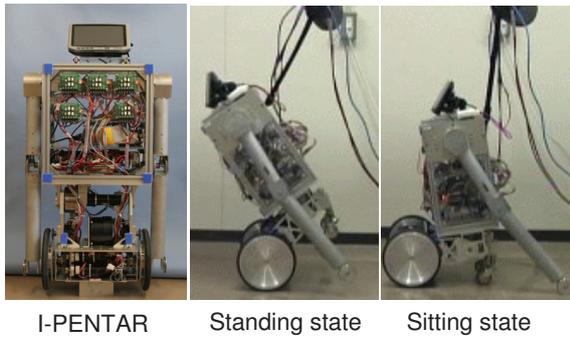


Fig. 1 I-PENTAR

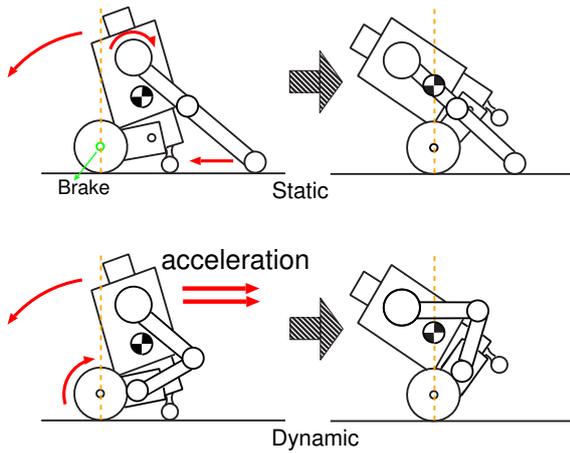


Fig. 2 Standing up motions

荷物を持ちながら起立状態に遷移できるので、作業性が向上する。

以下第2章では車輪型倒立振子のモデリングについて述べる。第3章では加速起立の制御方法について述べる。第4章では第3章をふまえた拘束条件の追加と目標軌道について述べる。第5章では構築した制御方法を確認するための小型の実験機について述べる。第6章では実験機を使用した加速起立の実験と結果について述べる。

## 2. 倒立振子の制御モデリング

### 2.1 モデリング

車輪型倒立振子移動ロボットのモデルをFig.3に示す。モデルは、2つの車輪を1つの車輪

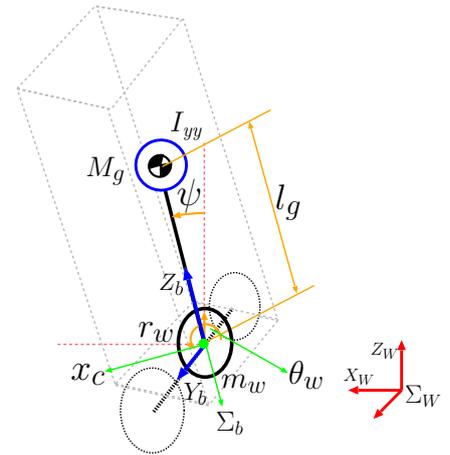


Fig. 3 The model of a 2DOF wheeled Inverted Pendulum

とみなした代表車輪と、1つの胴体を持つものとする。ここでの胴体は、車輪以外の部分を合わせて一つにしたものを指す。このモデルを基に運動方程式を求める。なお、ロボットの運動は、車軸に垂直な平面内に限るものとする。

モデルにおける制御変数とパラメータをTable1, 2に示す。

Table 1 Control variables

$\theta_w$	[rad]	Rotational angle of wheel
$\psi$	[rad]	Inclination angle of CoG

Table 2 Parameters

$M_g$	[Kg]	Mass of Body
$m_w$	[Kg]	Mass of wheel
$l_g$	[m]	Length between the origin of body coordinates and CoG
$r_w$	[m]	Ridius of wheel
$I_g$	[Kgm <sup>2</sup> ]	Moment of Inertia of body
$I_{yy}$	[Kgm <sup>2</sup> ]	Moment of Inertia of body for Y axis
$I_{wa}$	[Kgm <sup>2</sup> ]	Wheel inertia(axis)
$I_{ra}$	[Kgm <sup>2</sup> ]	Motor rotor inertia(axis)
$\gamma$		Reduction ratio
$T_w$	[Nm]	Motor toruqe of wheel
$c_w$	[Nm/(rad/s)]	Viscosity coeff. of wheel axis
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	Gravity acceleration

## 2.2 Lagrangianの導出

運動方程式を導くために，Fig.3のロボットモデルを用いてLagrangianを導出する．

絶対座標系 $\Sigma_W$ から胴体固定座標系 $\Sigma_b$ への同次変換行列 ${}^W T_b$ は， $x_c$ を絶対座標系での車輪回転軸の $x$ 座標とすると，

$${}^W T_b = \begin{bmatrix} C_\psi & 0 & S_\psi & x_c \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_\psi & 0 & C_\psi & r_w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

となる．ここで $C_\psi$ は $\cos \psi$ ， $S_\psi$ は $\sin \psi$ とする．従って，絶対座標系 $\Sigma_W$ に対する胴体の重心座標 ${}^W P_g$ 及び並進速度 ${}^W V_g$ は次式のように求められる．

$$\begin{bmatrix} {}^W P_g \\ 1 \end{bmatrix} = {}^W T_b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_g \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} x_c + l_g S_\psi \\ 0 \\ r_w + l_g C_\psi \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$${}^W V_g = \begin{bmatrix} \dot{x}_c + \dot{\psi} l_g C_\psi \\ 0 \\ -\dot{\psi} l_g S_\psi \end{bmatrix} \quad (3)$$

また，絶対座標系 $\Sigma_W$ に対する胴体重心の角速度 ${}^W \Omega_g$ は，

$${}^W \Omega_g = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

である．

車輪の運動エネルギー $T_w$ は車輪の並進運動エネルギー $E_{TM}$ ，車軸周りの回転エネルギー $E_{RA}$ ，モータのロータ周りの回転エネルギー

$E_{RR}$ が含まれ，それぞれ

$$E_{TM} = \frac{1}{2} m_w r_w^2 \dot{\theta}_w^2 \quad (5)$$

$$E_{RA} = \frac{1}{2} I_{wa} \dot{\theta}_w^2 \quad (6)$$

$$E_{RR} = \frac{1}{2} I_{ra} \gamma^2 (\dot{\theta}_w - \dot{\psi})^2 \quad (7)$$

となる．

重心及び車輪の運動エネルギー $T_g$ ， $T_w$ ，散逸エネルギー $D$ ，重心のポテンシャルエネルギー $U_g$ は各々以下のように求めることができる．なお， $x_c = r_w \theta_w$ であることに注意する．

$$T_g = \frac{1}{2} M_g V_g^T V_g + \frac{1}{2} {}^W \Omega_g^T I_g {}^W \Omega_g$$

$$= \frac{M_g}{2} \{ r_w^2 \dot{\theta}_w^2 + 2 \dot{\psi} r_w \dot{\theta}_w l_g C_\psi + \dot{\psi}^2 l_g^2 \}$$

$$+ \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 I_{yy} \quad (8)$$

$$T_w = \frac{1}{2} (m_w r_w^2 + I_{wa}) \dot{\theta}_w^2$$

$$+ \frac{1}{2} I_{ra} \gamma^2 (\dot{\theta}_w - \dot{\psi})^2 \quad (9)$$

$$U_g = M_g g l_g C_\psi \quad (10)$$

$$D = \frac{1}{2} c_w (\dot{\theta}_w - \dot{\psi})^2 \quad (11)$$

従って，Lagrangianは $L = T_g + T_w - U_g$ となる．

## 2.3 運動方程式の導出

Lagrangianを用いて，ロボットの運動方程式を導く．ラグランジュ方程式は次式で示される．

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (12)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

ここで， $Q$ は一般化力， $q$ は一般化座標， $n$ は一般化座標数である．一般化座標を $\psi, \theta_w$ と定義し，式(12)に代入してラグランジュ方程

式を整理すると次式のようになる<sup>5)</sup>。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\psi}} &= -\tau_w \\ (M_g l_g^2 + I_{yy} + \gamma^2 I_{ra}) \ddot{\psi} + (M_g r_w l_g C_\psi \\ - \gamma^2 I_{ra}) \ddot{\theta}_w + c_w \dot{\psi} - c_w \dot{\theta}_w - M_g g l_g S_\psi &= -\tau_w \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_w} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_w} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_w} &= \tau_w \\ (M_g r_w l_g C_\psi - \gamma^2 I_{ra}) \ddot{\psi} + \{ (M_g + m_w) r_w^2 + I_{wa} \\ + I_{ra} \gamma^2 \} \ddot{\theta}_w - c_w \dot{\psi} + c_w \dot{\theta}_w - M_g r_w l_g S_\psi \dot{\psi}^2 &= \tau_w \end{aligned} \quad (14)$$

### 3. 加速起立制御方法

制御変数に対して軌道を与え，それに追従させる制御を行う．筆者らは，計算トルク法を利用し制御を行った．

#### 3.1 計算トルク法について

一般的に運動方程式は以下のような式で表すことができる．

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + B\dot{q} + D(\dot{q}) + g(q) \quad (15)$$

ここで， $M(q)\ddot{q}$ は慣性項， $C(q, \dot{q})$ は遠心力項とコリオリ力項， $B\dot{q}$ は粘性項， $D(\dot{q})$ は動摩擦項， $g(q)$ は重力項， $\tau$ は入力トルク項を表す．

物理パラメータに基づいて与えられた運動を実現するのに必要なトルクを求めることを逆動力学と呼ぶ<sup>6)</sup>．この推定値 $\tau_{ID}$ を

$$\begin{aligned} \tau_{ID}(q, \dot{q}, \ddot{q}) &= \hat{M}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{B}\dot{q} \\ &+ \hat{D}(\dot{q}) + \hat{g}(q) \end{aligned} \quad (16)$$

とする．ここで「 $\hat{\cdot}$ 」は物理パラメータの推定値を表す．追従すべき軌道が $q_d(t)$ で与えられたとき，逆動力学を計算することにより，出

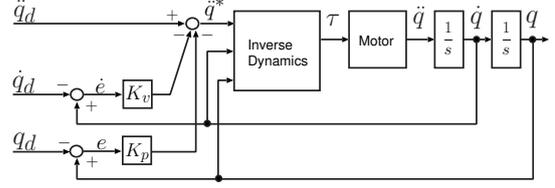


Fig. 4 Block diagram for computed torque method

力すべきトルクが計算される．今回は，追従制御の中のひとつの方法である計算トルク法で制御を行う．計算トルク法を利用した制御則は

$$\tau = \tau_{ID}(q, \dot{q}, \ddot{q}^*) \quad (17)$$

である．また， $\ddot{q}^*$ は

$$\ddot{q}^* = \ddot{q}_d - K_v \dot{e} - K_p e \quad (18)$$

である．ここで $e = q - q_d$ ， $\dot{e} = \dot{q} - \dot{q}_d$ である．この $\ddot{q}^*$ を式(16)の $\ddot{q}$ に代入することにより，制御を行う．Fig.4にブロック線図を示す<sup>7)</sup>．計算トルク法は制御過程で逆動力学を利用し，モデルやパラメータが適切であれば，誤差無く制御ができるという特徴がある．

#### 3.2 軌道の拘束

運動方程式(13),(14)からモータのトルク $\tau_w$ を消去し， $\ddot{\psi}$ と $\ddot{\theta}_w$ の関係を導くと

$$\ddot{\theta}_w = -\frac{\varepsilon + \beta C_\psi}{\alpha + \beta C_\psi} \ddot{\psi} + \frac{(k_2 + \beta \dot{\psi}^2) S_\psi}{\alpha + \beta C_\psi} \quad (19)$$

$$\alpha = (M_g + m_w) r_w^2 + I_{wa}$$

$$\beta = M_g r_w l_g$$

$$\delta = I_{ra} \gamma^2$$

$$\varepsilon = M_g l_g^2 + I_{yy}$$

$$k_2 = M_g g l_g$$

が得られる．式(19)より， $\psi$ と $\theta_w$ どちらかの軌道が決定すれば，もう片方の軌道が自動的に決定される．よって，2つの軌道を独立に決定することができない．そこで，倒立状態に

するために重要な $\psi$ について目標軌道を生  
成し，式(19)を利用して $\theta_w$ の軌道を間接的に生  
成する．

### 3.3 逆動力学

制御を行う準備として，運動方程式(13),(14)  
を行列表示し，式(19)を用いて整理すると

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau_w \\ \tau_w \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} d_{11} &= \epsilon + \delta \\ d_{12} &= d_{21} = \beta C_\psi - \delta \\ d_{22} &= \alpha + \delta \\ p_1 &= c_w(\dot{\psi} - \dot{\theta}_w) - k_2 S_\psi \\ p_2 &= -\beta \dot{\psi}^2 S_\psi - c_w(\dot{\psi} - \dot{\theta}_w) \end{aligned}$$

となる．この式から $\ddot{\theta}_w$ を消去すると

$$\tau_w = \frac{d_{12}^2 - d_{11}d_{22}}{d_{12} + d_{22}} \ddot{\psi} + \frac{p_2d_{12} - p_1d_{22}}{d_{12} + d_{22}} \quad (21)$$

となる．この式が計算トルク法における逆動  
力学の式となる．

### 3.4 目標軌道とその挙動

$\ddot{\psi}, \dot{\psi}, \psi$ の軌道を生  
成するために，初期時刻  
 $t_s$ [s]と加速起立完了時刻 $t_f$ [s]でのそれぞれの値  
を与えることにする．よって6つの拘束 条  
件を設定できる5次多項式(22)を用いる<sup>6)</sup>．

$$\psi(t) = \sum_{i=0}^5 a_i t^i \quad (22)$$

さらに係数 $a_i$ は， $\psi(t_s), \psi(t_f), \dot{\psi}(t_s), \dot{\psi}(t_f),$   
 $\ddot{\psi}(t_s), \ddot{\psi}(t_f)$ によって決定される．

$t_s = 0, \psi_0 = -0.349\text{rad}, t_f = 0.5\text{s}$ とし，  
拘束条件を $\psi(0) = \psi_0, \psi(t_f) = 0, \dot{\psi}(0) = 0,$   
 $\dot{\psi}(t_f) = 0, \ddot{\psi}(0) = 0, \ddot{\psi}(t_f) = 0$ として軌道  
を生成した場合のシミュレーション結果をFig.5,  
6に示す．

Fig.5より $t_f$ 後 $\psi = 0$ となり，倒立状態に遷移  
していることが分かる．しかしFig.6より $\theta_w$ は

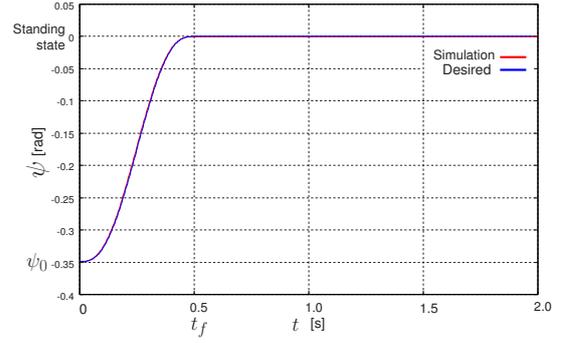


Fig. 5 Simulation of  $\psi$

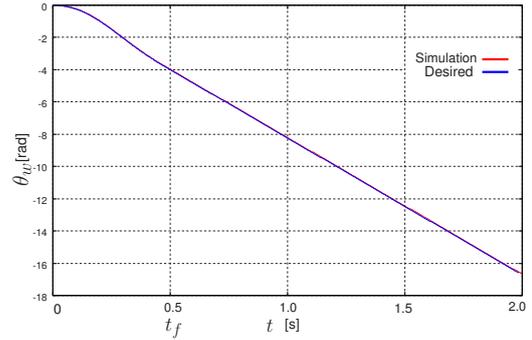


Fig. 6 Simulation of  $\theta_w$

$t_f$ 後も回転し続けていることが分かる．起立  
後その場で静止することが望ましいので，こ  
の軌道では不十分である．よって拘束条件を  
追加し， $\psi(t)$ の軌道の次元を増やすことを考  
える．

## 4. 拘束条件の追加

### 4.1 目標軌道の次数の変更

前述した軌道では倒立後静止はしない．そ  
こで拘束条件を1つ追加する．

前項と同様 $\ddot{\psi}, \dot{\psi}, \psi$ の軌道を生  
成するために，初期時刻 $t_s$ と加速起立完了時刻 $t_f$ でのそれぞ  
れの値を与える．更に $t_f$ 時の $\dot{\theta}_w$ の値が0になる  
条件を加える．したがって7つの拘束条件を  
設定できる6次多項式(23)を用いる．

$$\psi(t) = \sum_{i=0}^6 a_i t^i \quad (23)$$

係数 $a_i$ は、 $\psi(t_s)$ ,  $\psi(t_f)$ ,  $\dot{\psi}(t_s)$ ,  $\dot{\psi}(t_f)$ ,  $\ddot{\psi}(t_s)$ ,  $\ddot{\psi}(t_f)$ 及び後述する追加条件によって決定される。

## 4.2 次数変更後の軌道生成

$t_s = 0$ とし、7つの拘束条件を

$$\begin{aligned} \psi(0) &= \psi_0, \psi(t_f) = 0, \dot{\psi}(0) = 0, \\ \dot{\psi}(t_f) &= 0, \ddot{\psi}(0) = 0, \ddot{\psi}(t_f) = 0, \\ \dot{\theta}_w(t_f) &= 0 \end{aligned}$$

とする。最後の $\dot{\theta}_w(t_f) = 0$ が追加する条件である。式(19)を $\cos \psi \doteq 1$ ,  $\sin \psi \doteq \psi$ ,  $\dot{\psi}^2 \doteq 0$ と近似し、さらに $\dot{\theta}_w(0) = 0$ であることを考慮して積分すると

$$\dot{\theta}_w(t_f) = \frac{k_2}{\alpha + \beta} \int_0^{t_f} \psi dt - \frac{\epsilon + \beta}{\alpha + \beta} \int_0^{t_f} \ddot{\psi} dt \quad (24)$$

という $\dot{\theta}_w(t_f)$ の式が求められる。よって

$$\int_0^{t_f} \psi dt = \frac{\epsilon + \beta}{k_2} \int_0^{t_f} \ddot{\psi} dt \quad (25)$$

という関係式が求められる。式(25)の右辺は他の拘束条件( $\psi(t_f) = 0$ ,  $\dot{\psi}(t_s) = 0$ )より0になるので、 $\dot{\theta}_w(t_f) = 0$ という条件は、 $\psi(t)$ の積分を $\Psi(t)$ とすると

$$\begin{aligned} \int_0^{t_f} \psi dt &= 0 \\ \Psi(t_f) - \Psi(0) &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

として近似的に表せる。これらの条件により、軌道を生成すると

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \frac{70\psi_0}{t_f^6} t^6 - \frac{216\psi_0}{t_f^5} t^5 + \frac{225\psi_0}{t_f^4} t^4 \\ &\quad - \frac{80\psi_0}{t_f^3} t^3 + \psi_0 \quad (0 \leq t \leq t_f) \end{aligned} \quad (27)$$

となる。この軌道を計算トルク法に適用する。

## 5. 実験機について

I-PENTARの実機は32kgであり、新規の制御方法を確認する初期段階で使用するには暴走などを考慮に入れると使いづらく、そのため小型の実験機を作成した。

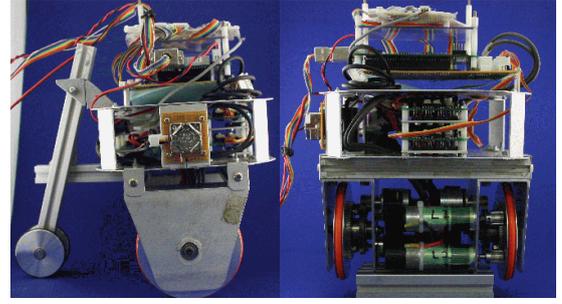


Fig. 7 Experimental robot

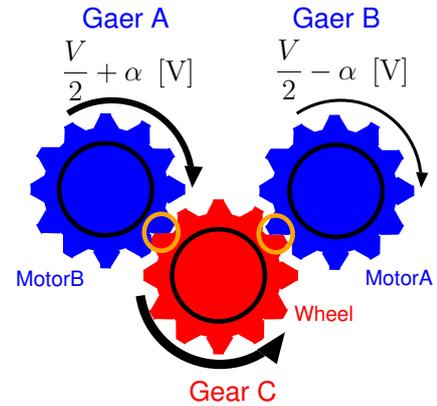


Fig. 8 Double motor method

### 5.1 実験機のハードウェア構成

本研究用に作成した車輪型倒立振り子ロボットをFig.7に示す。対向2輪を駆動輪として有し、右側面には角速度を計測するためのジャイロセンサが搭載されている。ハードウェアの仕様をTable 3に示す。

Table 3 Hardware specification

DOF	2
Size	300[H] × 200[W] × 270[D] [mm]
Weight	4.08 [kg]
CPU	SH7144F
FPGA	EP1K30TC144-2
Sensor	Gyro sensor(1), Encoder(2)
Motor	Maxon (4)

車輪駆動部は、駆動力の増大とバックラッシュの低減を目的にダブルモータ方式を採用

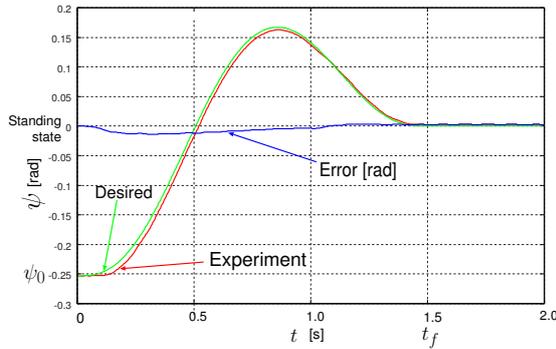


Fig. 9 Behavior of  $\psi$

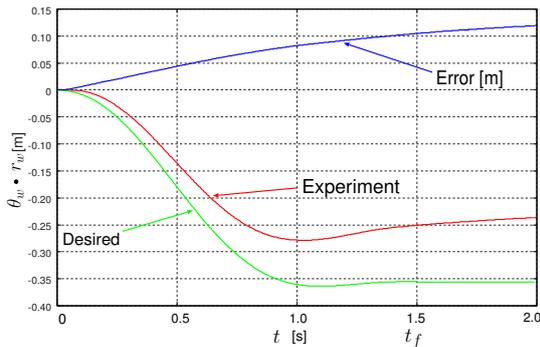


Fig. 10 Behavior of  $\theta_w \cdot r_w$

している。

ダブルモータ方式ではFig.8に示すように、車軸に直結したギアCにモータに直結した2つのギアA, Bをかませて車輪を回転させる。この時、2つのモータに電圧差 $2\alpha[V]$ をかけて回転させるのでギアCを引っ張り合うことになりバックラッシュを低減できる<sup>5)</sup>。

## 6. 加速起立の実験

$\psi_0 = -0.253\text{rad}$ ,  $t_f = 1.5\text{s}$ という条件の下、実験機を使用して実験を行った。

Fig.9が $\psi$ の挙動、Fig.10が $\theta_w$ に関する挙動である。 $\psi$ は追従性が優れているのに対し、 $\theta_w$ は追従性が悪い。

$\theta_w$ の追従性が悪い要因として、各パラメータの同定誤差や、モータの時定数を考慮していないために起こるモデル誤差、近似による

軌道の作成誤差が挙げられる。計算トルク法は、パラメータやモデルの誤差が非常に小さいことを前提に行う制御であるため、誤差が存在する分挙動に影響を及ぼす。また、今回のように倒立振子を車軸に垂直な平面上でモデリングをする場合、車輪のトルク $\tau_w$ のみで $\psi$ と $\theta_w$ を制御するため、2つの軌道を独立に決定することが不可能である。そして $\psi$ の軌道から間接的に $\theta_w$ の軌道を生成したため、 $\psi$ の追従性が良い代わりに、誤差のほとんどが $\theta_w$ の挙動に影響を及ぼしたと考えられる。よって、パラメータの同定方法やモデリングを再考、改善することにより、より追従性に優れた挙動を示すと予想できる。

## 7. おわりに

本論文では倒立振子の起立方法として、加速起立制御方法について提案した。結果として、 $\theta_w$ の挙動に誤差が生じたが、加速起立後起立状態に遷移可能であった。計算トルク法を利用し、優れた加速起立制御を行うには、パラメータの同定の正確性を始めとした実システムとモデルの相違について考慮する必要がある。さらに、大型の実験機で実現する場合は特に、ジャイロの測定可能角速度、モータの限界出力トルク、加速起立に必要な距離やスリップ等も考慮する必要もある。今後、前述の改善内容を考慮した上でI-PENTARで実現させる予定である。

## 参考文献

- 1) EMIEW2, 株式会社日立製作所:  
[http://www.hitachi.co.jp/rd/research/robotics/emiew2\\_01.html](http://www.hitachi.co.jp/rd/research/robotics/emiew2_01.html), Access:2008/11/19
- 2) TWENDY-ONE, 早稲田大学菅野研究室:  
<http://twendyone.com>, Access:2008/11/19

- 3) 鄭聖熹, 高橋隆行: “力制御を含む全身動作を用いた倒立振り子型アシストロボット I-PENTARの起立・着座動作”, 第25回日本ロボット学会学術講演会, 講演概要CDROM 3J18, (2007)
- 4) 鄭聖熹, 佐々木裕之, 高橋隆行: “倒立振り子型アシストロボットI-PENTAR用の8自由度双腕マニピュレータの開発”, 計測自動制御学会東北支部第240回研究集会, 資料番号240-16, (2007)
- 5) 田村晶子: “腰関節を有する人間共存型ロボットの安定制御に関する研究”, 東北大学院情報科学研究科修士学位論文, (2005年度)
- 6) 高島亨: “車輪型移動ロボットの動的効果を利用した段差昇降に関する研究”, 東北大学院情報科学研究科修士学位論文, (2004年度)
- 7) 小林尚登 他: ロボット制御の実際, 100/102, コロナ社, (1997)