計測自動制御学会東北支部 第250回研究集会(2009.6.19)
資料番号 250-10

周波数変動を許容したLMS型フーリエアナライザによる演奏音の分析

Analysis of real played musical signals using an LMS-typed Fourier Analyzer tolerable to frequency vibration

○渡辺 裕貴　工藤憲昌†　釜谷博行†
○Hirotaka Watanabe　Norimasa Kudoh†　Hiroyuki Kamaya†
八戸高専 機械・電気システム工学専攻　†八戸高専
Hachinohe National College of Tech. Advanced Engineering Course
†Hachinohe National College of Tech.

キーワード:LMSアルゴリズム(LMS algorithm), 狭帯域信号(narrow band signals), 採譜(musical transcription)

連絡先:〒039-1192 八戸市田面木上野平16-1 八戸高専 電気情報工学科
tel:0178-27-7281, e-mail:kudohk-e@hachinohe-ct.ac.jp

1. はじめに

神楽などの民俗芸能では後継者不足の問題が深刻化しており，後世に伝承するために楽譜に残すことが有効である．本稿では，神楽の笛は一般の周波数に従っていないため，まず，周波数推定によって振幅推定する際の基本周波数を算出した．次に，振幅推定を行うのだが，この際，実際の演奏音では同一音高での周波数変動や隣接音高からの干渉等の問題がある．そこで，LMS(Least Mean Square)型フーリエアナライザを用いて，これらの周波数変動への対処と干渉の抑制を行ったので報告する．

2 周波数推定

周波数の推定は，初めに FFT (Fast Fourier Transform)を用いてwaveデータ化した楽音信号を粗分析し，その結果を初期値として周波数推定法によって精密な周波数を算出する．

FFT 分析では離散的なディジタル信号を計算機上で高速にフーリエ変換する．Fig.1 に 1[KHz]の正弦波の FFT 分析した結果を示す．ここで，サンプリング周波数 f_s は 8[KHz]で，変換規模 N は 512 である．N と f_s の関係から，FFT 分析の基本周波数は約16[Hz]であり，式(1)のように，周波数番号 K=64 が 1[KHz]であることがわかる．

$$f = \frac{f_s}{512} \times K = \frac{8000}{512} \times 64 = 1000[Hz] \qquad (1)$$

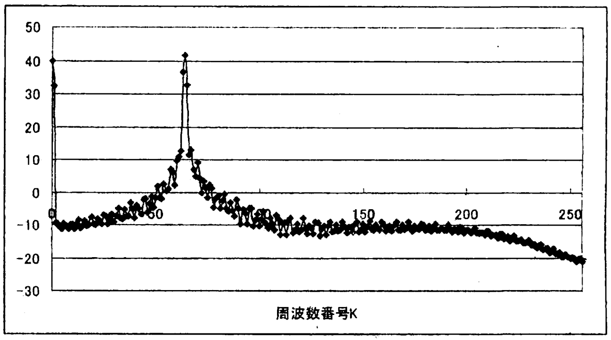

Fig.1 1[KHz]の正弦波の FFT 分析

スペクトル洩れがない 1[KHz]の正弦波は FFT で正しく分析できるが，一般には,FFT では N 点変換するため，おおまかな値しか得られない．そこで，次のような周波数推定法によって精密な値を算出する．

Fig.2 に単一周波数の場合におけるノッチ特性($H_N(n)$)と BPF 特性($H_S(n)$)を持つ周波数適応フィルタを示す．時刻 n における楽音信号,つまり,入力信号 $x(n)$ は式(2), 各伝達関数は式(3),(4), 推定したい周波数を間接的に示すフィルタ係数 $\hat{\alpha}(n)$ は式(5),推定周波数は式(6)で与えられる．このとき，周波数の初期値として，FFT 分析によって得られた値を用いる．ここで，μ はステップサイズ，$\phi(n)$ は白色雑音である．

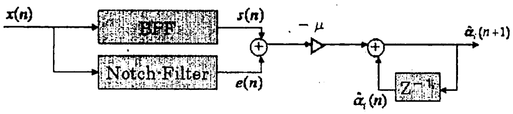

Fig.2 周波数適応フィルタ

$$x(n)=\sum_{i=1}^{p} a_i \cos\omega_i n + b_i \sin\omega_i n + \phi(n) \tag{2}$$

$$H_N(Z)=\frac{1-\alpha Z^{-1}+Z^{-2}}{1-\gamma\alpha Z^{-1}+\gamma^2 Z^{-2}} \tag{3}$$

$$H_S(Z)=(1-\gamma)Z^{-1}\frac{-1+\gamma Z^{-2}}{1-\gamma\alpha Z^{-1}+\gamma^2 Z^{-2}} \tag{4}$$

$$\hat{\alpha}_i(n+1)=\hat{\alpha}_i(n)-\mu\cdot e(n)\cdot s(n) \tag{5}$$

$$f_i=\frac{f_s}{2\pi}\cos^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tag{6}$$

（ただし、$0\le\gamma<1$、$\alpha=2\times\cos\omega_i$）

楽音は基本周波数とその倍音から構成されるため，多周波が必要であり,Fig.2 のフィルタをトリー状に縦続接続することで，多周波の推定が可能となる．例えば，4 周波を含む信号を推定する場合，Fig.3 のようになる．

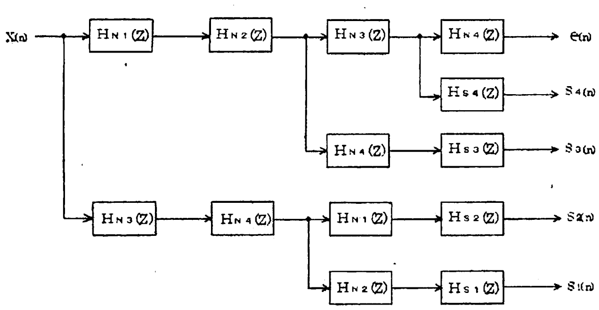

Fig.3 4 周波における周波数適応フィルタ

3. LMS 型フーリエアナライザ

3.1 基本構成[1],[3]

LMS 法では，入力信号と推定信号の二乗誤差を最小化して振幅を逐次推定する．Fig.4 に LMS 型フーリエアナライザのブロック図を示す．式(2)の推定した振幅値 $\hat{a}(n)$ および $\hat{b}(n)$ は式(7),(8)によって与えられる．

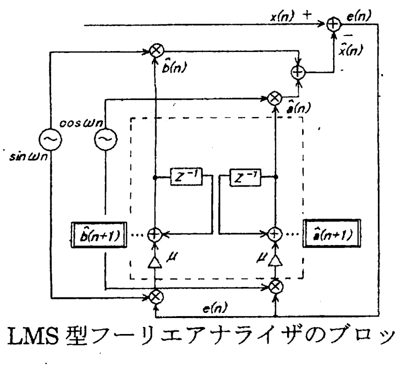

Fig.4 LMS 型フーリエアナライザのブロック図

$$\begin{cases}\hat{a}_i(n+1)=\hat{a}_i(n)+\mu\cdot e_i(n)\cos\omega_i n & (7)\\ \hat{b}_i(n+1)=\hat{b}_i(n)+\mu\cdot e_i(n)\sin\omega_i n & (8)\end{cases}$$

このとき，ω_i は演奏可能な音高の角周波数である．ここで, LMS 法の伝達関数を求める．式(2)の推定信号を式(9)とする．式(7),(8),(9)を Z 変換した結果を式(10),(11),(12)に示す．

$$\hat{x}(n)=\hat{a}_i\cos\omega_i n+\hat{b}_i\sin\omega_i n \tag{9}$$

$$\hat{X}(Z)=\frac{1}{2}\left\{\hat{A}(Ze^{-j\omega})+\hat{A}(Ze^{j\omega})\right\}+\frac{1}{2j}\left\{\hat{B}(Ze^{-j\omega})-\hat{B}(Ze^{j\omega})\right\} \tag{10}$$

$$\hat{A}(Z)=\frac{\mu}{2}\frac{Z^{-1}}{1-Z^{-1}}\left[E(Ze^{-j\omega})+E(Ze^{j\omega})\right] \tag{11}$$

$$\hat{B}(Z)=\frac{\mu}{2}\frac{Z^{-1}}{1-Z^{-1}}\left[E(Ze^{-j\omega})-E(Ze^{j\omega})\right] \tag{12}$$

式(10)に式(11),(12)を代入し，$e(n)$ から $x(n)$ までの経路の伝達関数 $G(Z)$ を求めると，式(13)のようになる．この $G(Z)$ を用い，$x(n)$ から $\hat{x}(n)$ の経路の伝達特性を求めると，Fig.7 のようになる．

$$G(Z)=\frac{\mu}{2}\frac{2\cos\omega Z^{-1}-2Z^{-2}}{1-\cos\omega Z^{-1}+Z^{-2}} \tag{13}$$

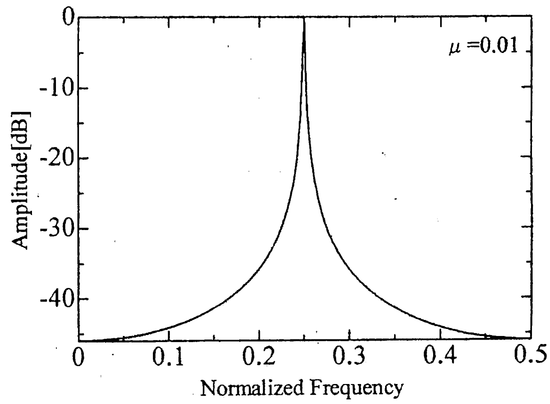

Fig.7 LMS 型フーリエアナライザの伝達特性

図のように, LMS 型フーリエアナライザは BPF 特性を持つ．この伝達関数 $G(Z)$ を用いて, LMS 法のフィードバック系を構成すると Fig.8 のようになる．

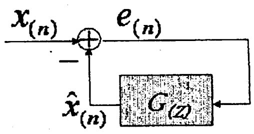

Fig.8 LMS 法のフィードバック系

3.2 提案法

3.2.1 定常状態における振幅推定[2]

3.1 で述べたように，定常状態における LMS 型フーリエアナライザの伝達関数は BPF 特性を有する．

しかし，周波数が変動する信号では，その変動が BPF 特性の中心帯域から外れると正確に推定することは困難である．そこで，3.1 基本構成の Fig.4 の出力部に積分操作を加えることで周波数変動への耐性を持たせることを考える．このブロック図を Fig.9 に示す．

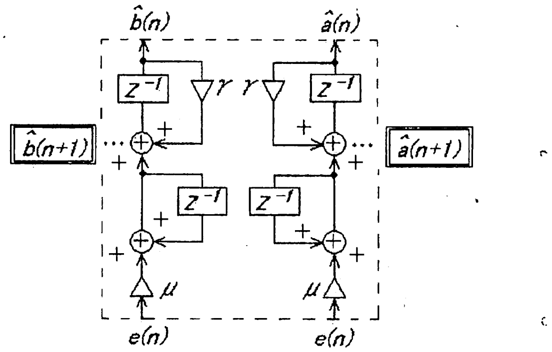

Fig.9 積分操作を加えた出力部のブロック図

これを式(2)の楽音信号に適用した場合の振幅の更新は式(14),(15)によって行う．

$$\begin{cases}\hat{a}_i(n+1)=(1+\gamma)\hat{a}_i(n)-\gamma\cdot\hat{a}_i(n-1)+\mu\cdot e_i(n)\cos\omega_i n & (14)\\ \hat{b}_i(n+1)=(1+\gamma)\hat{b}_i(n)-\gamma\cdot\hat{b}_i(n-1)+\mu\cdot e_i(n)\sin\omega_i n & (15)\end{cases}$$

このとき，γ は帯域幅を制御するパラメータである．ここで，周波数変動を許容した LMS 法の伝達関数を求める．式(14),(15)を Z 変換した結果を式(16),(17)に示す．

$$\hat{A}(Z)=\frac{\mu}{2}\frac{Z^{-1}}{1-(1+\gamma)Z^{-1}+\gamma Z^{-2}}\left[E(Ze^{-j\omega})+E(Ze^{j\omega})\right] \quad (16)$$

$$\hat{B}(Z)=\frac{\mu}{2j}\frac{Z^{-1}}{1-(1+\gamma)Z^{-1}+\gamma Z^{-2}}\left[E(Ze^{-j\omega})-E(Ze^{j\omega})\right] \quad (17)$$

式(10)に式(16),(17)を代入し，$e(n)$ から $x(n)$ までの経路の伝達関数 $G(Z)$ を求めると，式(18)のようになる．

$$G_{(z)}=\frac{\hat{X}(Z)}{E(Z)}=\frac{\mu}{1-2\cos\omega Z^{-1}+Z^{-2}}\frac{\cos\omega Z^{-1}-(1+\gamma)Z^{-2}+\gamma\cos\omega Z^{-3}}{1-2\gamma\cos\omega Z^{-1}+\gamma^2 Z^{-2}} \quad (18)$$

Fig.10 に $x(n)$ から $e(n)$ までの経路の定常状態における特性(γ=0.6,0.8 の場合)を示す．Fig.7 と Fig.10 を比較すると，3.2.1 の LMS 法の方が BPF 特性の帯域幅の広いことが確認できる．また，γ を大きくすることで中心周波数近傍の帯域幅のみを拡大することができる．そのため，隣接周波数からの影響は 3.1 の LMS 法と同等であるが，対象周波数付近の BPF 特性の性能を向上できると思われる．

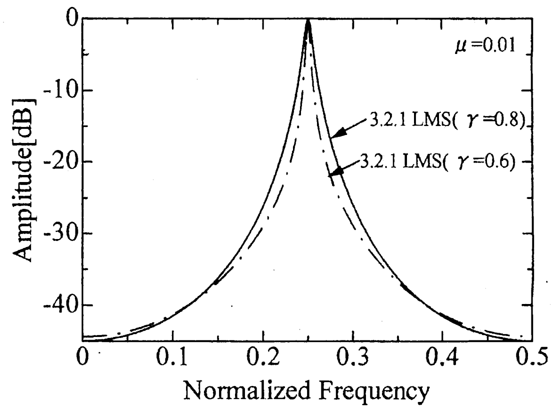

Fig.10 周波数変動を許容した伝達特性

3.1 の LMS 法と 3.2.1 の提案法を比較してみる．入力信号を式(19)のように，0.5 秒の間に周波数が 995[Hz]から 1005[Hz]まで，10[Hz]変動するものとして振幅の推定を行う．

$$x(n)=5\cos\left\{2\pi\frac{1000+5\cos(2\pi\cdot 2.5\times10^{-4}n)}{8000}n\right\} \quad (19)$$

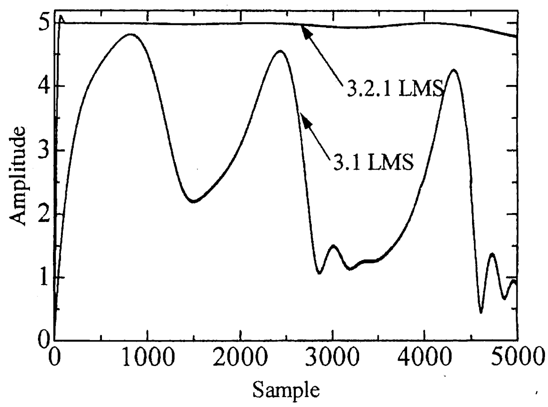

Fig.11 周波数変動する信号の振幅推定

Fig.11 からわかるように，提案法では周波数変動する信号においても振幅の推定ができる．

3.2.2 隣接音高からの洩れ込みの抑制

周波数間隔が狭い音高の間では，LMS 型フーリエアナライザの持つ BPF 特性により隣接音高の成分が洩れ込んでしまう．対象音高の振幅を推定する際，対象音高に加え隣接の音高も推定し，対象音高の振幅のみを採用することで，隣接音高からの洩れ込み成分をノッチアウトする．これをブロック図で表すと Fig.12 のようになる．ここで，$G_1(z)$，$G_2(z)$ は式(18)で与えられ，それぞれ対象音高，隣接音高の振幅を推定する．

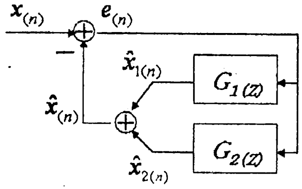

Fig.12 洩れ込み成分のノッチアウト法

Fig.12 における, $x(n)$ から $e(n)$ までのフィードバック系の伝達関数は式(20)となる.

$$G_{12(z)} = \frac{\hat{X}_{(z)}}{E_{(z)}} = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{2} G_{i(z)}} \tag{20}$$

このとき, $G_1(z)$ によって算出された対象音高の推定した振幅値を採用し, 洩れ込み成分である $G_2(z)$ の推定した振幅値は破棄する. Fig.13 に隣接音高の成分をノッチアウトする伝達関数を示す. Fig.13 では完全には, ノッチアウトされていないように見えるが, その部分がサンプリング点にあたっていないためであり, 実際には振幅特性は零になる. ここで, 3.2.1 と 3.2.2 の LMS 法の伝達関数を比較してみる. 隣接音高の周波数以外の特性は, 同じ γ=0.8 である 3.1 の LMS 法とほぼ重なることから, これを用いて洩れ込みの抑制を図る.

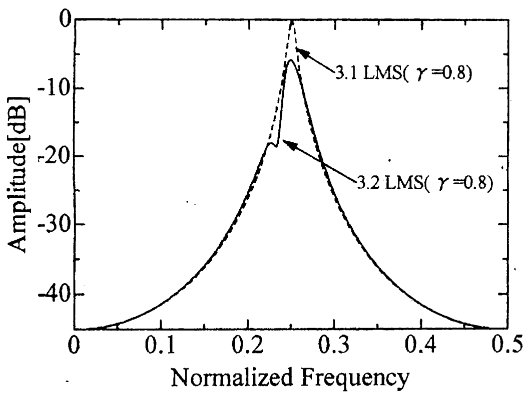

Fig.13 洩れ込み成分をノッチアウトする伝達特性

4. 数値例

4.1 周波数推定

国際音階律表の基本周波数を表 1 に, 周波数推定によって算出した神楽の笛の周波数を表 2 に示す. 推定結果より, 神楽の笛は一般の既定された周波数に従っていないことがわかる. そこで, 表 2 の値を振幅推定における各音程の基本周波数とする.

また, FFT 分析の結果から音階毎にいくつかの倍音を持つことがわかった. そこで, 推定の簡易化のために入力信号を各音高の基本周波数を中心周波数とする BPF に通し, 基本周波数以外の周波数を排除した上で, 3.2.1 で述べた方法で振幅推定を行うこととする.

表 1 国際音階律表の基本周波数

音高	Octave5	Octave6
ド	523.28	1046.56
ド#	554.40	1108.80
レ	587.33	1174.66
レ#	622.25	1244.51
ミ	659.26	1318.50
ファ	698.46	1396.91
ファ#	739.99	1479.98
ソ	783.99	1567.98
ソ#	830.61	1661.22
ラ	880.00	1760.00
ラ#	932.33	1864.66
シ	987.77	1975.53

表 2 神楽の笛の周波数推定

音高	基本周波数[Hz]
ド	686.880
レ	847.619
ミ	973.216
ファ	1064.536
ソ	1248.996
ラ	1373.857
シ	1663.030
高ド	1937.879

4.2 振幅推定

笛の音階の振幅推定を行う. このとき, ミとファの周波数間隔が狭いため, 洩れ込み成分の排除が必要である. これらを考慮して振幅推定を行った結果を Fig.14 に示し, さらに, 視覚的に捉えやすいように推定した振幅値にバイアスを加えたものを Fig.15 に示す.

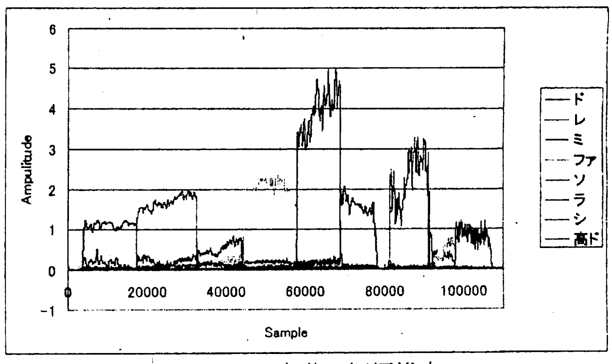

Fig.14 音階の振幅推定

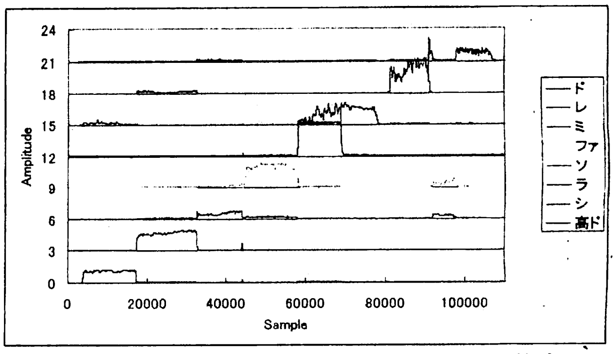

Fig.15 バイアスを加えた場合の音階の振幅推定

Fig.15 より，1 つの音階が見られることから音階の振幅推定ができたと考えられる.

5. まとめ

LMS 型フーリエアナライザを用いて周波数変動や洩れ込みへの対策の検討を行った. その結果, 振幅の推定性能が向上した.

今後は実際の神楽の演奏音の分析を行う予定である.

6. 参考文献

[1]N.Kudoh, Y.Takeuchi. "A new LMS based Fourier Analyzer for sinusoidal signals with time-varying amplitude" pp913-916 proc. Of IEEE TENCON, Oct.2002,

[2]N.Kudoh, Y.Tadokoro. "Performance Analysis of a new LMS-based Fourier for sinusoidal signals with time-varying amplitude" CD-ROM Proc. of IEEE TENCON, Oct. 2003,

[3] 工藤, 田所. "ノッチフィルタと適応アルゴリズムによる雑音中の信号に対するフーリエ係数推定法" 信学論 A J83 pp.379-386, Apr. 2000.