

Mathieu 方程式による磁気応用機器の安定性に関する一検討

Study on the Stability of Electrical Appliances Using
a Parametric Oscillation Based on the Mathieu Equation

○ 吉田雅昭 *

Masaaki Yoshida *

八戸高専

坂本禎智 **

Yoshinori Sakamoto **

八戸工業大学

* Hachinohe National College of Tech.

** Hachinohe Institute of Tech.

キーワード：パラメトリック変圧器(parametric transformer), パラメトリック発振(parametric oscillation), 磁気回路モデル(magnetic circuit model), Mathieu 方程式(Mathieu equation), MATLAB

連絡先：〒039-1192 八戸市田面木上野平 16-1 八戸高専 電気情報工学科
tel:0178-27-7277, e-mail:yoshida-e@hachinohe-ct.ac.jp

1. はじめに

筆者らによって開発された、構造簡単、低価格、低騒音、過負荷保護機能、雑音ろ波機能、定電圧特性を有するパラメトリック発振現象を利用した磁気応用機器は、その特徴を生かした分野への実用化が期待されている。しかし、磁心の非線形性によって多くの複雑な問題が存在し、動作の要となるパラメトリック発振の更なる安定化が不可欠となっている。従って、パラメトリック発振機器において、動作方程式の安定性の検討を行うことは、設計法確立のために重要である。

本研究では、Mathieu 方程式の解から安定性、不安定性が解析できる^{1),2)}ことに着目し、磁気応用機器の一例として、平面磁路形パラメトリック変圧器を取り上げ、共通磁路部分や磁路狭窄部の磁化特性が非線形で磁束の 5 次式として表現されたとき、その動作方程式を導出することを試みた。また、この方程式は、動作点を決定するための基本的な Mathieu 方程式に磁心の磁気飽和による非線形項が加わった形となっており³⁾、この方程式の解明はパラメトリック発振機器の最適設計に結びつくと考えられる。なお、この方程式

の解析には、数値解析ソフトである MATLAB を用いた。

2. 平面磁路形パラメトリック変圧器の基本特性

図 1 は検討に用いた平面磁路形パラメトリック変圧器の構成である。鉄心は 0.35mm 厚のケイ素鋼板を積層して構成する。この変圧器は、パラメトリック発振を生じさせるために、共通磁路を狭くしており、励磁側巻線で発生した磁束によって、共振側から見た磁気抵抗を励磁周波数の 2 倍で変化させると、共振側巻線にパラメトリック発振電圧を誘起する。このとき、共振側の同調用コンデンサの値によって、出力電圧が定まる。

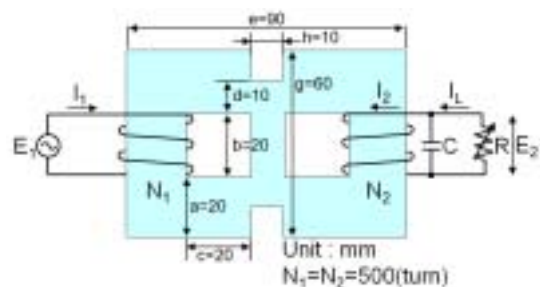


図1 平面磁路形パラメトリック変圧器の構成

図 2 に本変圧器の入出力電圧特性を示す。銅板 50 枚積層時では、同調用コンデンサの容量 C が $20\mu\text{F}$ から $90\mu\text{F}$ の範囲でパラメトリック発振が起こった。パラメトリック発振が確立する入力電圧と発振が停止する時の電圧は異なり、ヒステリシスを持つ。これには、磁気飽和が関係しており、銅板の積層枚数が多くなるほど、ヒステリシスの幅が大きくなる傾向にある。

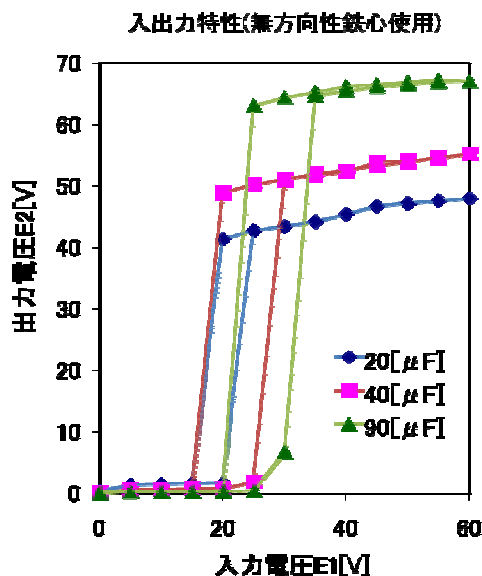


図2 平面磁路形パラメトリック変圧器の入出力特性（無方向性鉄心使用）

図 3 に同調用コンデンサが $40\mu\text{F}$ のときの負荷特性を示す。このとき、励磁電圧 E_1 は、パラメトリック発振確立直後の 25V、飽和領域の始まり付近の 30V、40V とし、比較検討した。負荷抵抗を減少させると、ある出力電圧をピークに負荷電流が減少している。このことから過負荷保護機能が働いていることが理解できる。

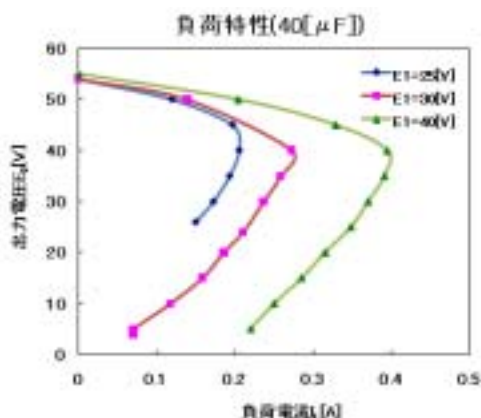


図3 平面磁路形パラメトリック変圧器の負荷特性

3. 磁気回路と Mathieu 方程式

(1) 無負荷状態における動作方程式の導出

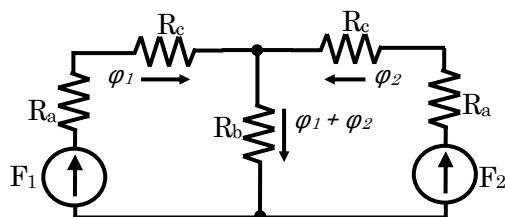


図4 平面磁路形パラメトリック変圧器の磁気回路モデル

図 4 は、本変圧器の磁気回路モデルである。励磁側、及び共振側の磁気抵抗を共に R_a 、共通磁路の磁気抵抗を R_b 、中央溝による磁路狭窄部分の磁気抵抗 R_c 、励磁側、及び共振側の磁束を ϕ_1 、 ϕ_2 としている。ただし、漏れ磁束は考慮していない。

いま、磁気抵抗 R_b 、 R_c の飽和特性をそれぞれ、

$$F_b = f_b(\phi) \cdots \cdots (1)$$

$$F_c = f_c(\phi) \cdots \cdots (2)$$

とし、磁気抵抗 R_a が R_b 、 R_c と比べて十分に小さいものとして、これを無視すると、起磁力 F_1 、 F_2 は次のように表すことができる。

$$F_1 = N_1 i_1 = f_c(\phi_1) + f_b(\phi_1 + \phi_2) \cdots \cdots (3)$$

$$F_2 = N_2 i_2 = f_c(\phi_2) + f_b(\phi_1 + \phi_2) \cdots \cdots (4)$$

ここで、ヒステリシスを無視した磁気抵抗 R_b 、 R_c の飽和特性を磁束の 5 次式で表すと、

$$f_b(\phi) = b_1 \phi + b_3 \phi^3 + b_5 \phi^5 \cdots \cdots (5)$$

$$f_c(\phi) = a_1 \phi + a_3 \phi^3 + a_5 \phi^5 \cdots \cdots (6)$$

となり、(3)、(4)式は次のように表される。

$$F_1 = N_1 i_1 = a_1 \phi_1 + a_3 \phi_1^3 + a_5 \phi_1^5 + b_1(\phi_1 + \phi_2) + b_3(\phi_1 + \phi_2)^3 + b_5(\phi_1 + \phi_2)^5 \cdots \cdots (7)$$

$$F_2 = N_2 i_2 = a_1 \phi_2 + a_3 \phi_2^3 + a_5 \phi_2^5 + b_1(\phi_1 + \phi_2) + b_3(\phi_1 + \phi_2)^3 + b_5(\phi_1 + \phi_2)^5 \cdots \cdots (8)$$

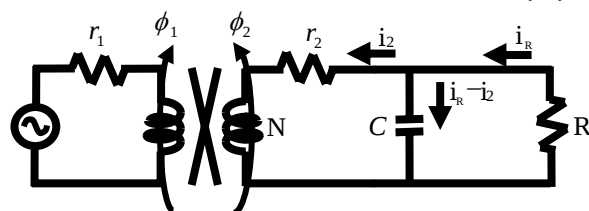


図5 負荷抵抗を考慮したパラメトリック発振回路図

図 5 は、負荷抵抗を考慮した本変圧器の回路図である。ただし、 r_2 は共振側の巻線抵抗、 R は負荷抵抗となっている。この回路から次式が得られる。

$$N_2 \frac{d^2 \phi_2}{dt^2} + \frac{N_2}{CR} \frac{d\phi_2}{dt} + r_2 \frac{di_2}{dt} + \left(\frac{r_2}{CR} + \frac{1}{C} \right) i_2 = 0 \quad \dots (9)$$

この方程式に、(8)式を代入して整理すれば、次の回路方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \phi_2}{dt^2} + \frac{1}{CR} \frac{d\phi_2}{dt} + \left(\frac{r_2}{N_2^2} \right) \left[b_1 + 3b_3(\phi_1 + \phi_2)^2 + 5b_5(\phi_1 + \phi_2)^4 \right] \left(\frac{d\phi_1}{dt} + \frac{d\phi_2}{dt} \right) \\ & + \left(a_1 + 3a_3\phi_2^2 + 5a_5\phi_2^4 \right) \left(\frac{d\phi_2}{dt} \right) + \left(\frac{1}{N_2^2 C} \right) \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \left[a_1\phi_2 + a_3\phi_2^3 + a_5\phi_2^5 \right. \\ & \left. + b_1(\phi_1 + \phi_2) + b_3(\phi_1 + \phi_2)^3 + b_5(\phi_1 + \phi_2)^5 \right] = 0 \end{aligned} \quad \dots (10)$$

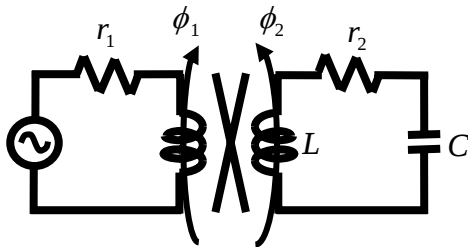


図6 パラメトリック発振回路図

いま、図 6 のように、巻線抵抗を無視し、無負荷の場合の共振回路方程式は、

$$N_2 \frac{d^2 \phi_2}{dt^2} + \frac{1}{C} I_2 = 0 \quad \dots (11)$$

となり、磁気回路方程式と共振回路方程式から、非線形の Mathieu 方程式であるパラメトリック変圧器の動作方程式が求まる。

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \phi_2}{dt^2} + \frac{1}{N_2^2 C} \left[(a_1 + b_1 + 3b_3\phi_1^2 + 5b_5\phi_1^4)\phi_2 + 3b_3\phi_1\phi_2^2 + 10b_5\phi_1^3\phi_2^2 \right. \\ & \left. + (a_3 + b_3)\phi_2^3 + 10b_5\phi_1^2\phi_2^3 + 5b_5\phi_2\phi_2^4 + (a_5 + b_5)\phi_2^5 \right. \\ & \left. + b_1\phi_1 + b_1\phi_1^3 + b_1\phi_1^5 \right] = 0 \end{aligned} \quad \dots (12)$$

励磁側磁束 ϕ_1 を振幅 ϕ_{1m} と各周波数 ω を用いて、 $\phi_1 = \phi_{1m} \sin z$ 、 $z = \omega t$ と定義すると、(12)式は (13) 式になる。また、 ϕ_{1m} は励磁電圧 E_1 、励磁側巻線数 N_1 を用いて、 $\phi_{1m} = \sqrt{2} \cdot E_1 / \omega N_1$ と表される。

$$\frac{d^2 \phi_2}{dz^2} + (a - 2q \cos 2z + k \cos 4z) \phi_2$$

$$+ A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 = 0 \quad \dots (13)$$

各項の内容は次のようになる。基本的な

Mathieu 方程式の ϕ_2 に関わる係数 a 、 $2q$ 、 k は、

$$a = \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} \left(a_1 + b_1 + \frac{3}{2} b_3 \phi_{1m}^2 + \frac{15}{8} b_5 \phi_{1m}^4 \right) \quad \dots (14)$$

$$2q = \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} \left(\frac{3}{2} b_3 \phi_{1m}^2 + \frac{5}{2} b_5 \phi_{1m}^4 \right) \quad \dots (15)$$

$$k = \frac{5}{8} \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} b_5 \phi_{1m}^4 \quad \dots (16)$$

となる。

A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 、 A_6 、 A_7 、 A_8 、 A_9 は非線形項であり、次のように表される。

$$A_1 = 3 \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} b_3 \phi_1 \phi_2^2 \quad \dots (17)$$

$$A_2 = 10 \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} b_5 \phi_1^3 \phi_2^2 \quad \dots (18)$$

$$A_3 = 10 \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} b_5 \phi_1^2 \phi_2^3 \quad \dots (19)$$

$$A_4 = 5 \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} b_5 \phi_1 \phi_2^4 \quad \dots (20)$$

$$A_5 = \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} (a_3 + b_3) \phi_2^3 \quad \dots (21)$$

$$A_6 = \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} (a_5 + b_5) \phi_2^5 \quad \dots (22)$$

$$A_7 = \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} b_1 \phi_1 \quad \dots (23)$$

$$A_8 = \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} b_3 \phi_1^3 \quad \dots (24)$$

$$A_9 = \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} b_5 \phi_1^5 \quad \dots (25)$$

以上のように、パラメトリック変圧器の動作方程式は基本的な Mathieu 方程式に A_1 から A_9 までの非線形項が含まれる。

(2) 負荷状態における動作方程式の導出

ここで、(10)式について整理すると、

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \phi_2}{dz^2} + (a' - 2q' \cos 2z + k' \cos 4z) \phi_2 \\ & + \left[\frac{1}{\omega CR} + \frac{r_2}{\omega N_2^2} \left\{ a_1 + b_1 + 3b_3 \phi_{1m}^2 \sin^2 z + 5b_5 \phi_{1m}^4 \sin^4 z \right. \right. \\ & + (6b_3 \phi_{1m} \sin z + 20b_5 \phi_{1m}^3 \sin^3 z) \phi_2 \\ & + \left. \left. (3a_3 + 30b_5 \phi_{1m}^2 \sin^2 z) \phi_2^2 + 20b_5 \phi_{1m} \sin z \phi_2^3 + 5(a_5 + b_5) \phi_2^4 \right\} \right] \frac{d\phi_2}{dz} \\ & + A_1' + A_2' + A_3' + A_4' + A_5' + A_6' + A_7' + A_8' + A_9' = 0 \end{aligned} \quad \dots (26)$$

各項の内容は次のようになり、 $d\phi_2/dz$ の項(以下減衰項と称する)が付加された式となる。

ここで、簡易的に評価を行うため減衰項を無視して、(13)式と同様に、

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \phi_2}{dz^2} + (a' - 2q' \cos 2z + k' \cos 4z) \phi_2 \\ & + A_1' + A_2' + A_3' + A_4' + A_5' + A_6' + A_7' + A_8' + A_9' = 0 \end{aligned} \quad \dots (27)$$

とすると、 ϕ_2 に関わる係数 a' 、 $2q'$ 、 k' は、

$$\begin{aligned} a' &= \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) (a_1 + b_1) + \frac{b_3 \phi_{1m}^2}{2} \sqrt{\left(\frac{6 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 3 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} \\ &+ \frac{3}{8} b_5 \phi_{1m}^4 \sqrt{\left(\frac{20 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 5 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} \end{aligned} \quad \dots (28)$$

$$\begin{aligned} 2q' &= \frac{\phi_{1m}^2}{2} \left\{ b_3 \sqrt{\left(\frac{6 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 3 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} \right. \\ &+ \left. b_5 \phi_{1m}^2 \sqrt{\left(\frac{20 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 5 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} \right\} \end{aligned} \quad \dots (29)$$

$$k' = \frac{b_5 \phi_{1m}^4}{8} \sqrt{\left(\frac{20 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 5 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} \quad \dots (30)$$

となる。

A_1' 、 A_2' 、 A_3' 、 A_4' 、 A_5' 、 A_6' 、 A_7' 、 A_8' 、 A_9' は、次のように表される。

$$A_1' = \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) 3b_3 \phi_{1m}^2 \phi_2^2 \quad \dots (31)$$

$$A_2' = \sqrt{\left(\frac{30 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 10 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} b_5 \phi_{1m}^3 \phi_2^3 \quad \dots (32)$$

$$A_3' = \sqrt{\left(\frac{20 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 10 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} b_5 \phi_{1m}^3 \phi_2^3 \quad \dots (33)$$

$$A_4' = \sqrt{\left(\frac{5 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 5 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} b_5 \phi_{1m}^4 \phi_2^4 \quad \dots (34)$$

$$A_5' = \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) (a_3 + b_3) \phi_2^3 \quad \dots (35)$$

$$A_6' = \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) (a_5 + b_5) \phi_2^5 \quad \dots (36)$$

$$A_7' = \sqrt{\left(\frac{r_2}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} b_1 \phi_1 \quad \dots (37)$$

$$A_8' = \sqrt{\left(\frac{3 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} b_3 \phi_1^3 \quad \dots (38)$$

$$A_9' = \sqrt{\left(\frac{5 \frac{r_2}{R}}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2} b_5 \phi_1^5 \quad \dots (39)$$

4. 基本的な Mathieu 方程式の安定性

(40)式に、基本的な Mathieu 方程式を示す。

$$\frac{d^2 \phi_2}{dz^2} + (a - 2q \cos 2z) \phi_2 = 0 \quad \dots (40)$$

この式において、 a 、 q を任意に変化させたときの数値解から安定性を求める。安定性の判定は、時間変数 z を 0 から 100 まで変化させ、 ϕ_2 の振幅の値が 100 以下の場合を収束(安定)とし、100 を超える場合を発散(不安定)という条件で行う。

Mathieu 図において、黒で表した領域が安定、白で表した領域が不安定である。パラメトリック発振が起こる領域は発散している領域である。

位相図は、 a 、 q の値を 1 とし、 z を 0 から 1000 まで変化させたときのものである。

現在製作している変圧器の動作領域は、 $0 < a < 3$ 、 $0 < q < 6$ の領域にあると考えている。図 7(a)にその領域の Mathieu 図を示す。図 7(b)に $a=1$ 、 $q=1$ としたとき、図 7(c)に $a=2.5$ 、 $q=1$ としたときの位相図を示す。図 7(b)は発散、図 7(c)では収束している様子がそれぞれ見て取れる。

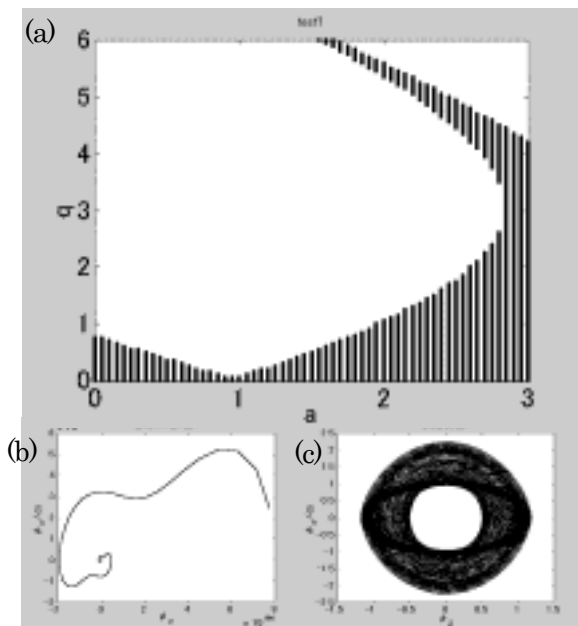


図 7(a)基本的な Mathieu 方程式の安定・不安定領域
(b)a=1、q=1 の位相図、(c)a=2.5、q=1 の位相図

5. 動作点に関する検討

(1) 近似係数の算出

パラメトリック発振をする電力機器の動作点は、励磁電圧や静電容量によって変化することが知られている。今、動作点を求める前段階として、交流磁化特性から近似係数を求めることにする。(7)式では $\phi_2=0$ 、(8)式では $\phi_1=0$ とすると、次式のようになる。

$$N_1 i_1 = (a_1 + b_1)\phi_1 + (a_3 + b_3)\phi_1^3 + (a_5 + b_5)\phi_1^5 \cdots \cdots (41)$$

$$N_2 i_2 = (a_1 + b_1)\phi_2 + (a_3 + b_3)\phi_2^3 + (a_5 + b_5)\phi_2^5 \cdots \cdots (42)$$

ここで、励磁電圧 E と磁束 ϕ との関係は、以下のように変形される。

$$E = 4.44f\phi N \cdots \cdots (43)$$

$$\frac{E}{N} = 4.44f\phi = y \cdots \cdots (44)$$

$$\phi = \frac{y}{4.44f} \cdots \cdots (45)$$

このとき、(41)、(42)式に(45)式を代入して、整理すると

$$x_n = NI = (a_1 + b_1)\frac{y_n}{4.44f} + (a_3 + b_3)\left(\frac{y_n}{4.44f}\right)^3 + (a_5 + b_5)\left(\frac{y_n}{4.44f}\right)^5 \cdots \cdots (46)$$

となるから、図 8 のように、 y_1 から y_3 の値をそ

れぞれ代入すると、 x_1 から x_3 が求められる。

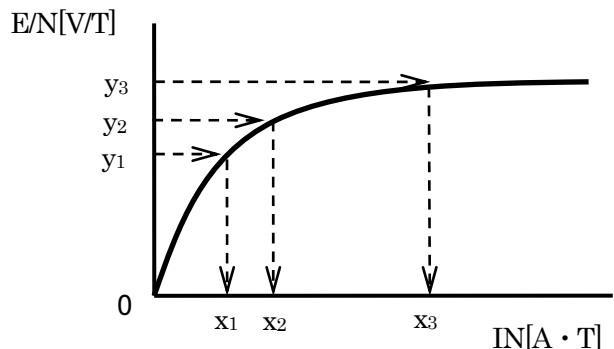


図 8 交流磁化特性の励磁電圧から起磁力の換算法

いま、図 8 のような考え方にに基づき、(46)式を用い 3 元 1 次連立方程式によって、実測値と理論値を一致させるような近似係数を求めた。

この計算の例として、積層枚数 40 枚時 ($N_1 = N_2 = 500$ turns、 $f = 50$ Hz) の交流磁化特性を用い、理論値と実験値を一致させた結果を図 9 に示す。この図のようになった場合の近似係数は以下の通りである。

$$\left. \begin{aligned} a_1 + b_1 &= 1.3453 \times 10^5 \text{ AT/Wb} \\ a_3 + b_3 &= -3.2809 \times 10^{12} \text{ AT/Wb}^3 \\ a_5 + b_5 &= 4.6934 \times 10^{19} \text{ AT/Wb}^5 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (47)$$

この近似係数を得るためには、データの原点付近のデータを取ると理論値と実験値を一致させることができた。

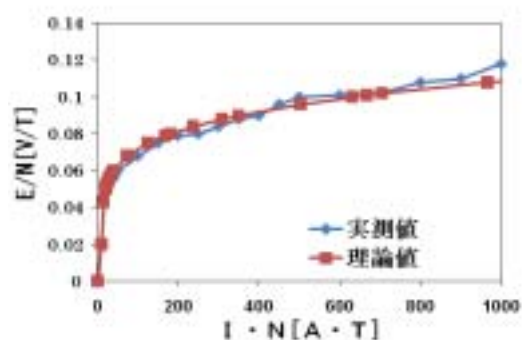
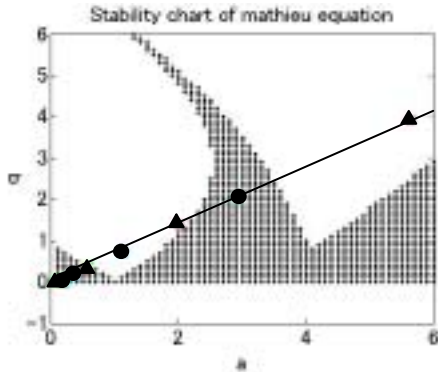


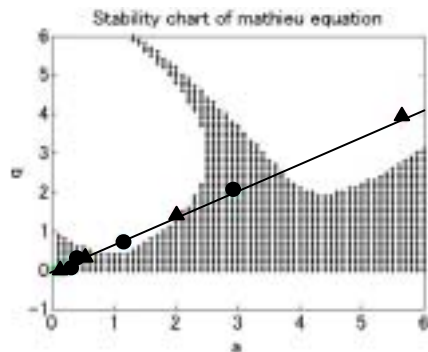
図 9 交流磁化特性の実測値と理論値

(2) a と q の相関関係

いま、静電容量一定の条件下で、励磁電圧を 10V から 50V まで変化させたとき、無負荷状態、負荷状態における Mathieu 方程式の安定性を図 10 に示す。図 10(a)の a 、 q の値は、(14)式、(15)式を用い、図 10(b)の a 、 q の値は、(28)式、(29)式を



(a) no load condition



(b) load condition

● 100[μF] ▲ 20[μF]

図 10 Mathieu 方程式の安定性

式を用いそれぞれ計算した。また、図 10(a)、(b)の発振安定・不安定領域が変化しているが、無負荷、負荷（100Ω）状態として解析を行った結果である。

図 10 から、静電容量を一定とした場合の動作点には電圧依存性があり、 a - q 平面上で良好な直線関係が得られており、試作した平面形パラメトリック変圧器の動作点の推移が理解できる。

また、無負荷状態と負荷状態では、動作点はほぼ同じ傾きの直線上にあり、 b_3 、 b_5 の値には影響されないという結果を得た。負荷状態では、不安定領域（発振確立領域）が上方に推移することから、動作点が徐々に減少することも分かる。

6. k に関する検討

非線形項を考慮した場合の Mathieu 方程式では、無負荷状態では(13)式、負荷状態では(27)式のように表されるため、 k 及び k' を算出してみたところ次のような結果が得られた。

$$k = 3.915 \times 10^{-4} \dots (48) \quad k' = 3.955 \times 10^{-4} \dots (49)$$

ただし、

$$\omega = 2\pi f \quad f = 50\text{Hz} \quad C = 100\mu\text{F}$$

$$N_2 = 500 \text{ turns}$$

$$b_5 : (a_5 + b_5)/2 = (4.6934 \times 10^{19})/2 \quad \text{AT/Wb}^5$$

$$\phi_{1m} = 10 / (4.44 \times f \times N_2)$$

よって、 k および k' は非常に小さい値となるので、(13)式、(27)式の $k \cos 4z$ の項は、今後、無視しても差し支えないことになる。

7. まとめ

平面磁路形パラメトリック変圧器の磁気回路と電気回路を利用し、無負荷状態、負荷状態について Mathieu 方程式を導出し、 a 、 q 、 k や非線形項の構成を明確にすることができた。

Mathieu 方程式に関する検討によって、パラメトリック発振現象を利用した機器の設計指針として、励磁電圧、同調用コンデンサ、磁路狭窄部の寸法、形状（磁気抵抗の制御）、近似係数と Mathieu 図の安定・不安定領域との関係が明確になった。

$k \cos 4z \phi_2$ が含まれる場合の Mathieu 方程式の安定性は、無負荷状態の k および負荷状態の k' は 10^{-4} オーダーと非常に小さな値で、ほぼ同じ値となるため、安定・不安定領域にあまり影響を与えないことが明確になった。

文献

- (1) 坂本禎智・夏坂光男・太田勝：「パラメトリック発振利用機器の動作解析の現状」、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-01-67 (2001)
- (2) 荒雅敏・太田勝・夏坂光男・坂本禎智：「Matlab を用いたパラメトリックモータの発振方程式に関する基礎的検討」、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-07-17 (2007)
- (3) 吉田雅昭・太田勝・夏坂光男・坂本禎智：「Mathieu 方程式による平面磁路形パラメトリック変圧器の動作点に関する基礎的検討」、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-09-35 (2009)