

統計的解析に基づくカオス生成回路のパラメータ決定法

Parameter Decision Method of Chaos Generating Circuit Based on Statistical Analysis

○小向 大輝, 清水 能理, 佐藤淳平

○Daiki Komukai, Yoshimasa Shimizu, Junpei Sato

八戸工業大学

Hachinohe Institute of Technology

キーワード: カオス (Chaos), Chua回路 (Chua Circuit), サロゲートデータ (Surrogates Data), 決定論的法則 (Deterministic Law), 統計的解析 (Statistical Analysis)

連絡先: 〒031-8501 青森県八戸市妙字大開88-1 八戸工業大学工学部システム情報工学科
清水能理 Tel: 0178-25-8135 Fax: 0178-25-1691 E-mail: shimizu@hi-tech.ac.jp

1 はじめに

カオスは、決定論的法則に従う非線形の効果により複雑な振る舞いをする。特徴として、振る舞いが複雑でありながら、法則によってその複雑さが生み出されるということが挙げられる。カオス力学系を用いた秘匿通信システムを構築する場合、カオス発振回路の時系列はカオス性を有している必要がある¹⁾。現在、カオスを発振させるために利用されるカオスモデルは様々あるが、自然界における多様なカオスに対し、カオスモデルを用いて人工的に作り出されるカオスは限定的なものである¹⁾。工学において、多様なカオス応用を実現するには、人工的にカオスを発振させる電子回路の実装が不可欠である。本研究では、カオス

発生回路として、負性抵抗を有する Chua 回路に注目する。一方、確率・統計論に基づいた時系列解析の 1 つにサロゲートデータ法を用いたカオス性の検定が提案されている²⁾。そこで、カオス生成回路における有効なパラメータ値を、サロゲートデータ法を用いて決定することを目的とする。

2 カオス

2.1 カオスとは、「混沌」を意味する語であるが、数学的には微分方程式、または差分方程式に従って決定論的な機構で決まる解が予測不能な不規則な振る舞いをする。

2.2 「一見、無秩序に見える動きをしているが、実際は、あるルールに従

っている」という予測できない複雑な様子を示す現象のこと。

2.3 一見して把握や予見が不可能であるように思われるが、それでも方程式に直すなどして理論的に究明することが可能である。この理論をカオス理論という。

システムが、ある時点の状態が決まれば、それ以後の状態が原理的にすべて決定されるような決定論的法則に従って変化しているにも関わらず、非常に複雑で不規則かつ不安定なふるまいをして、遠い将来における状態が予測できない現象⁸⁾。

3 カオスの特徴

3.1 自己相似性

乱雑なパターンの後に特徴のあるパターンが現れる。

3.2 初期値鋭敏性

初期値の僅かな差が時間とともに拡大し、結果に大きな違いをもたらすもの。

3.3 予測困難性

短期的には系の予測ができる(短期予測可能性)が、長期的な予測は困難(長期予測不能性)である。

4 Chua 回路

工学においてカオスの応用を実現する、人工的にカオスを発振させる電子回路で、適切なパラメータのときにカオスを発生させる回路。カオス発振回路として非線形抵抗を含み、インダクタ、2個のキャパシタ、抵抗 R 、非線形抵抗

GR から成る。⁸⁾

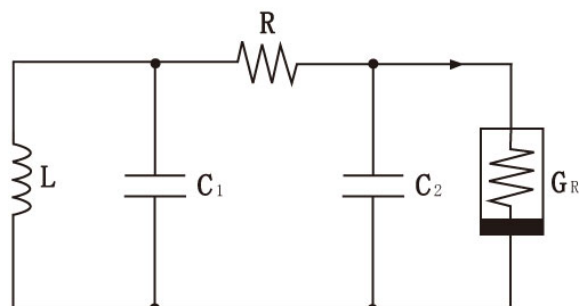


図1 Chua 回路

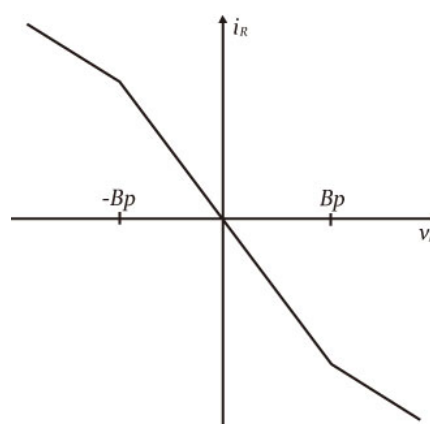


図2 非線形抵抗 GR $v-i$ 特性
(横軸：電圧 縦軸：電流)

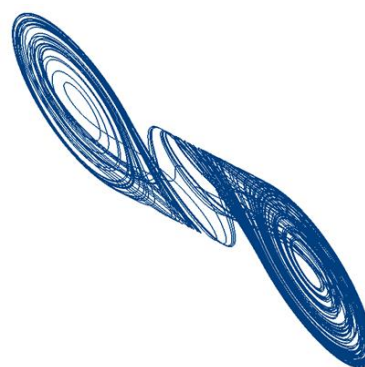


図3 Chua 回路アトラクタ図
(ダブルスクロール)

5 カオス分岐

パラメータによって軌道の位相的性質を変える分岐現象

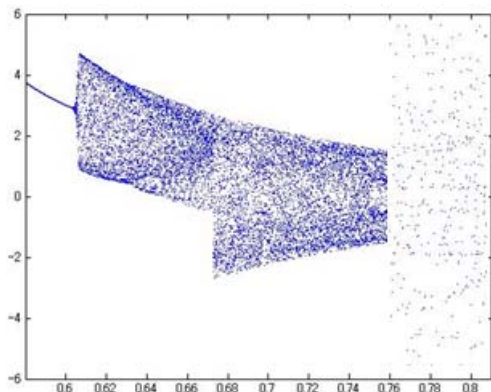


図4 Chua回路の分岐図

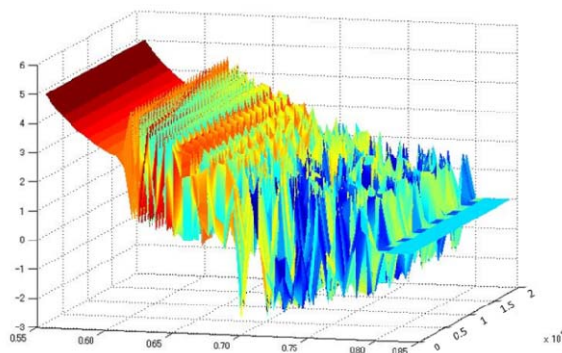


図5 Chua回路の3D分岐図

図4は2Dなので図5の3D分岐パラメータに対して、奥に時間軸を取って重ねてプロットしている。

6 パラメータ設定手法

- 6.1 Chua回路の分岐図を用いて、視覚的にパラメータ値を推定する。
- 6.2 カオスの判定は、複数の定義の共通を持って、カオス性があるという判断以外に方法が無い為、カオスの判定は必要条件という性質を持つ。

主なカオス性の判定方法として、リアプノフ指数、相関次元、リカレンスプロット、アトラクタ解析などがある。

7 問題提起

分岐パラメータに関して、分岐図を用いて系がカオスとなるパラメータ値を探索する方法を考える。分岐図とは、分岐パラメータを変化させた場合に起こる分岐を図に表わしたものである。

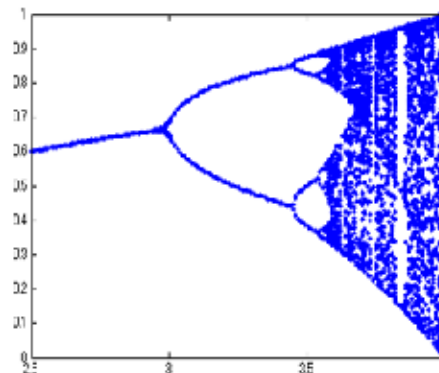


図6 ロジスティック写像の分岐図

図6のロジスティック写像の分岐図は横軸に分岐パラメータ、縦軸に周期点をとったものである。このときのロジスティック写像の方程式は(1)式となる。

$$\left. \begin{aligned} X_{n+1} &= aX_n(1 - X_n) \\ 0 \leq a \leq 4, 0 \leq X_0 \leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $X(n)$ はこの式の変数であり0から1の間で定義されている。 a は0から4までの値をとる任意の定数である。

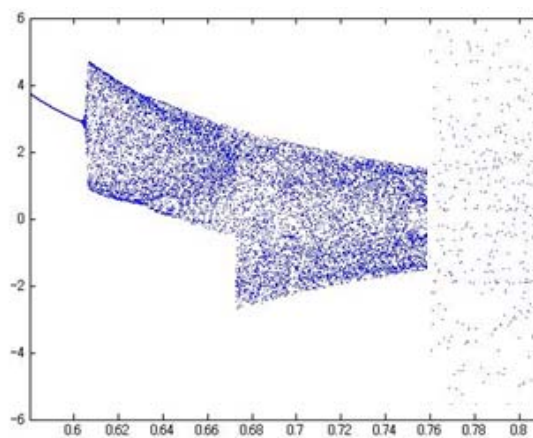


図4' Chua回路の分岐図

図 4 は Chua 回路の分岐図は、横軸に分岐パラメータ、縦軸に x 値をとったものである。

図 6 のロジスティック写像の分岐図は離散時間で窓が確認できるが、図 4 の Chua 回路の分岐図では連続時間で窓が確認し難い。このように、分岐図を用いた視覚的探索によるパラメータ値の設定をする際に、窓の予測困難性があげられる。したがって、Chua 回路を用いたシステムのパラメータ値を設定する場合、カオス性の検定を行う必要がある。

8 サロゲート法²⁾

カオスかランダムノイズかの判断の重要な要因の一つに非線形性がある。時系列信号が非線形を有することを示すのは、時系列信号がカオスであることを示すよりも容易である。そこで、時系列信号に対する線形性を主体とした帰無仮説を採用し、これを棄却できれば、カオス時系列解析を用いて推定された特徴量の信頼性を向上できると考えられる。

具体的には、観測された時系列信号に対する線形確率過程の存在を帰無仮説として提示し、ある非線形統計量の推定を通じて帰無仮説を検定し棄却することで、時系列信号を生み出したダイナミクスにおける非線形の存在を示すのである。

実際に掲示される典型的な仮説は以下の 3 点である。

- (1) 時間的に全く無相関な(白色な)データであった。
- (2) 時間的には線形相関を持つような(有色された)データであった。
- (3) 時間的には線形相関があるようなデータ、ある種のスタティックで単調な非線形変換により観測することで得られたデータであった。

サロゲートデータ法では、上述の帰無仮説に従うようなサロゲートデータを多数作りだし、これらの統計的性質がオリジナルデータのそれと異なることを検定する。

これらの帰無仮説に基づいた時系列信号をサロゲートデータ (surrogate data) と呼ぶ。

これらのサロゲートデータを作り出す基本アルゴリズムは

- (1) RS (Random Shuffle) サロゲートデータ

「観測された時系列信号は、時間的に全く無相関である」という帰無仮説に従う。

- (2) FT (Fourier Transform) サロゲートデータ

「観測された時系列信号は、時間的に線形相関を持つ確率的データである」(頻度分布が保存されない) という帰無仮説に従う。

- (3) AAFT (Amplitude Adjusted Fourier Transform) サロゲートデータ (ガウシアン・スケーリング (Gaussian Scaling) アルゴリズムとも呼ばれている)

「観測された時系列信号は、非線形確率過程から作り出されたが、観測する際に性的な単調非線形変換を施されたことにより得られたデータ

である」という帰無仮説に従う。
である³⁾。

8.1 FS(Fourier Shuffle)サロゲートデータ

前述の FT アルゴリズムは、その作成手順からパワースペクトルは完全に保存するものの、頻度分布を全く保存しないという特徴を有する。このことは、FT サロゲートでは、オリジナルの時系列信号には存在し得ない頻度分布を実現してしまうということを意味し、FT サロゲートのアルゴリズムを用いれば負の値も出現する。

そこで、サロゲートデータ作成のアルゴリズムとして、フーリエ・シャッフル(Fourier shuffle、以下 FS)アルゴリズムと呼ばれるサロゲートデータ作成のアルゴリズムが提案されている。FS サロゲートは、オリジナルデータを FS サロゲートは、オリジナルデータに従うように並べ換える。その結果、FS サロゲートは、オリジナルデータと同じ頻度分布を、従って、1次統計量及び2次統計量のうち分散を完全に保存する。また、2次統計量としての相関関数もほぼ保存される³⁾。

8.2 IAAFT (Iterative Amplitude Adjusted Fourier Transform)サロゲートデータ

前述の AAFT サロゲートアルゴリズムでは、時系列データが有限である場合、相関関数などの 2 次統計量は完全に保存されない。サロゲートデータ法を導入する目的は、従来の時系列解析で用いられてきた自己相関関数を主体とする手法では非線形性を扱えないということを統計的に定量化することである。この観点からすると、1次統計量を完全に保持することだけでなく、2次統計量もオリジナルデータのそれに近いこと、もしくは同じことが望ましい。このような考

え方に基づいて、自己相関関数の差がより小さいサロゲートデータを作成するために、イタレイティブ・AAFT サロゲートデータ (Iterative AAFT、以下 AAFT)アルゴリズムが提案されている³⁾。

9 提案手法

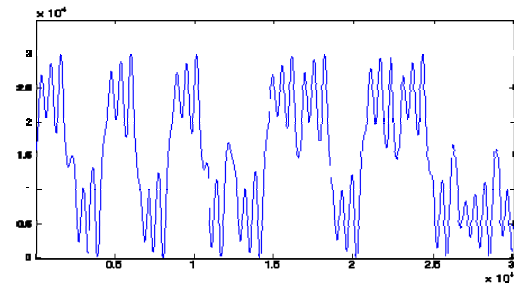
Chua 回路の分岐図を用いて推定したパラメータ値が有効か、カオス性の検定を行う。

カオス判定法のリアプノフ指数、相関次元などの特徴量だけでは、カオス性を示すには不十分なので決定論的であることを示すサロゲートデータ法を用いる。

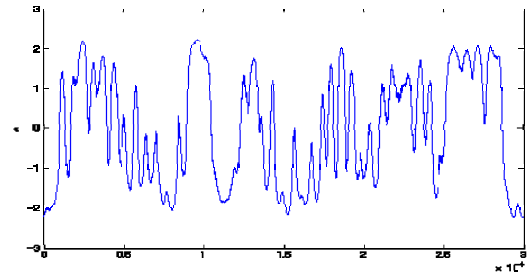
提案する分岐パラメータ設定手法について、以下にまとめる。

- (1) Chua 回路における分岐パラメータ G の値を変化させていき、各値のときの Chua 回路から出力される時系列信号を計算する。
- (2) 横軸に G の値、縦軸に出力信号の状態を取る。各 G の値において、(1)で得られた信号の値を重ねてプロットし、カオス分岐図を作成する。
- (3) (2)で作成した分岐図の形態をもとに、時系列がカオスの振舞いをする領域の分岐パラメータ値の範囲を推定する。
- (4) 推定した領域において特定した分岐パラメータ値を用いたときの時系列データに対して、サロゲート法を適用し、シミュレート結果からカオス窓か否かの検定を行う。

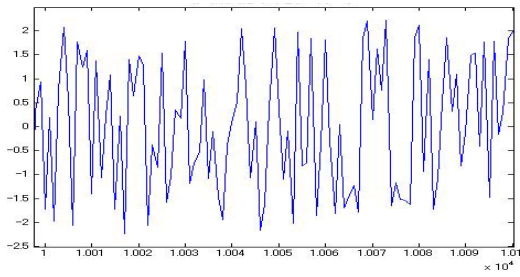
10 サロゲートデータ法実験結果 分岐パラメータ $G=0.70$ の場合



Chua 回路 x の時系列信号

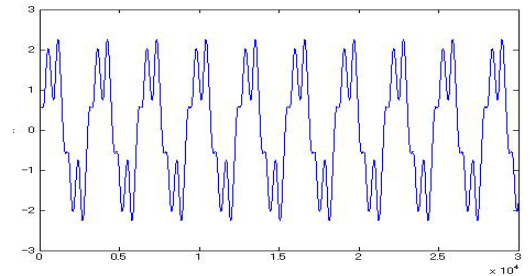


IAAFT サロゲートデータ変換信号

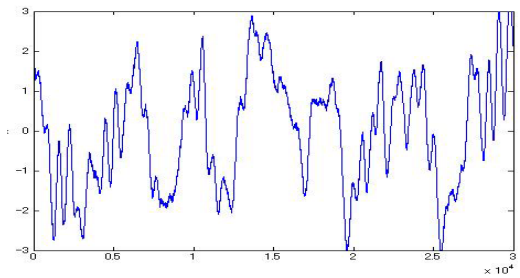


RS サロゲートデータ変換信号

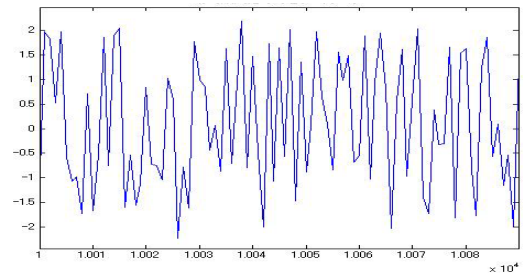
分岐パラメータ $G=0.6981$ の場合



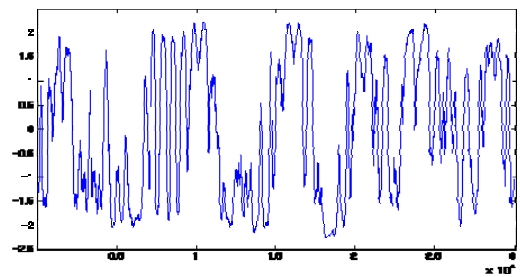
Chua 回路 x の時系列信号



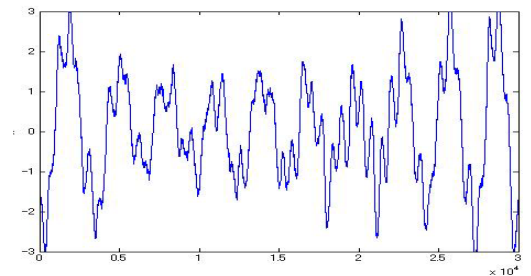
FT サロゲートデータ変換信号



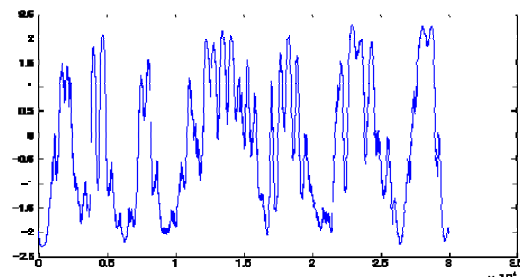
RS サロゲートデータ変換信号



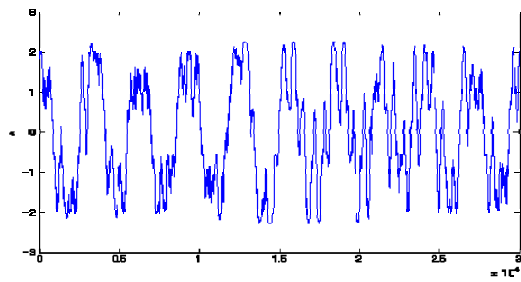
AAFT サロゲートデータ変換信号



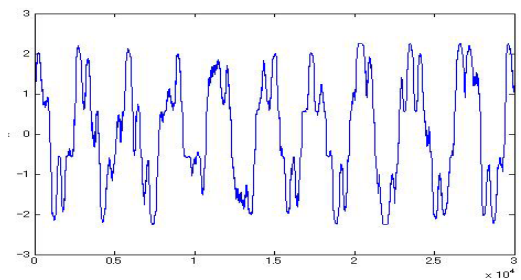
FT サロゲートデータ変換信号



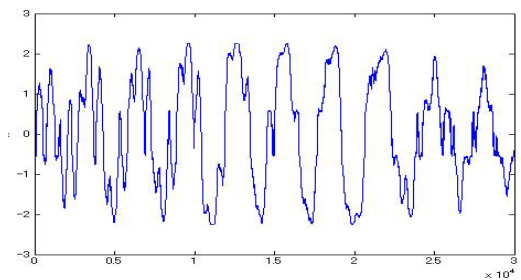
FS サロゲートデータ変換信号



AAFT サロゲートデータ変換信号



FS サロゲートデータ変換信号



IAAFT サロゲートデータ変換信号

10.1 RS サロゲート法の場合

RS サロゲートデータ作成過程において保存される統計量

G=0.70

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	×

G=0.6981

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	○

※保存される○ 保存されない×

分岐パラメータ0.7をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統

計量を比較すると、両データとも平均、分散、頻度分布とサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。しかし、オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されており、自己相関も異なっているため、帰無仮説を棄却する。

分岐パラメータ 0.6981 をとる場合も、オリジナルデータの時系列信号が周期性を示すことに対し、オリジナルデータとサロゲートデータの統計量は、両データともに平均、分散、頻度分布とサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。通常、周期性を示す場合の RS サロゲートデータ変換信号は、オリジナルデータの時系列信号と似た信号となる。ところが、オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されていた。原因には、Chua 回路は連続系であるが、数値実験に用いる際に4次の Runge-Kutta 法を用いて近似値をとりシミュレーションを行ったことが考えられる。もうひとつは、オリジナルデータの時系列信号がカオス性をもつことである。これは、他のサロゲート法で検定することで確かめる。

10.2 FT サロゲート法の場合

FT サロゲートデータ作成過程において保存される統計量

G=0.70

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	×	○

G=0.6981

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	○

※保存される○ 保存されない×

オリジナルデータとサロゲートデー

データの統計量を比較すると、両データともに平均、分散とサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。一方、FT アルゴリズムの性質上、頻度分布は保存されない²⁾。また、オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されている。これにより、分岐パラメータが 0.7 値をとる場合、時系列信号は線形なダイナミクスで表現することが難しい。

分岐パラメータ 0.6981 をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、両データともに平均、分散とサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。同様に、FT アルゴリズムの性質上、頻度分布は保存されない²⁾。信号を比べると、オリジナルデータ時系列信号と FT サロゲートデータ変換信号の構造は破壊されていない。これにより、分岐パラメータが 0.6981 値をとる場合、線形なダイナミクスで表現できる可能性が高いことが推察できる。

10.3 AAFT サロゲート法の場合

AAFT サロゲートデータ作成過程において保存される統計量

G=0.70

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	△

G=0.6981

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	○

※保存される○ ほぼ保存される△
保存されない×

オリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、両データともに

平均、分散とサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。また、AAFT アルゴリズムでは保存されない頻度分布の保存も確認できた。オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されている。これにより、分岐パラメータが 0.7 値をとる場合、時系列信号は線形なダイナミクスで表現することが難しいことがわかる。

分岐パラメータ 0.6981 をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、両データともに平均、分散とサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。同様に、頻度分布の保存も確認できた。オリジナルデータ時系列信号と AAFT サロゲートデータ変換信号の構造は破壊されていない。これにより、分岐パラメータが 0.6981 値をとる場合、線形なダイナミクスで表現できる可能性が高いことが推察できる。

10.4 FS サロゲートデータ法の場合

FS サロゲートデータ作成過程において保存される統計量

G=0.70

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	△

G=0.6981

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	○

※保存される○ ほぼ保存される△
保存されない×

オリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、両データともに平均、分散とサロゲートデータ作成過

程において統計量が保存されていた。また、FS アルゴリズムでは頻度分布の保存も確認できた。自己相関関数は、AAFT アルゴリズムに比べ、オリジナルデータの自己相関関数により近い相関関数を有することがわかる。オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されている。これにより、分岐パラメータが 0.7 値をとる場合、時系列信号は線形なダイナミクスで表現することが難しいことがわかる。

分岐パラメータ 0.6981 をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、両データともに平均、分散とサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。同様に、頻度分布の保存も確認できる。オリジナルデータ時系列信号と AAFT サロゲートデータ変換信号の構造は破壊されていない。これにより、分岐パラメータが 0.6981 値をとる場合、線形なダイナミクスで表現できる可能性が高いことが推察できる。

10.5 IAAFT サロゲート法の場合

IAAFT サロゲートデータ作成過程において保存される統計量

G=0.70

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	○

G=0.6981

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	○

※保存される○ ほぼ保存される△
保存されない×

オリジナルデータとサロゲートデータ

の統計量を比較すると、両データともに平均、分散とサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。また、頻度分布の保存も確認できた。オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されている。AAFT アルゴリズムでは自己相関関数が厳密に保存されないが、IAAFT アルゴリズムでは自己相関関数が保存されている。分岐パラメータが 0.7 値をとる場合、時系列信号は線形なダイナミクスで表現することが難しいことがわかる。

分岐パラメータ 0.6981 をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、両データともに平均、分散とサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。同様に、頻度分布と自己相関関数の保存も確認できた。オリジナルデータ時系列信号 IAAFT サロゲートデータ変換信号の構造は破壊されていない。これにより、分岐パラメータが 0.6981 値をとる場合、線形なダイナミクスで表現できる可能性が高いことが推察できる。

11 考察

サロゲートデータ法におけるカオス性の有無

分岐パラメータ	G=0.70	G=0.6981
RS サロゲートデータ	○	×
FT サロゲートデータ	○	×
AAFT サロゲートデータ	○	×

FS サロゲートデータ	○	×
IAAFT サロゲートデータ	○	×

○：カオス性の示唆、×：カオス性の否定

実験では、Chua 回路において分岐図を参考にし、カオスを発振する領域から分岐パラメータ 0.70 値と 0.6981 値 2 つのパラメータを推定した。そして、推定した分岐パラメータ値の Chua 回路から出力として得られる時系列信号に対し時系列解析を行った。

今回 5 つのサロゲート法を用いた。Chua 回路におけるサロゲートデータ作成過程において保存される統計量は各サロゲートデータが、 $G=0.70$ と $G=0.6981$ のときのどちらも統計量に差異はなかった。5 つのサロゲートデータ法の実験結果から、パラメータ $G=0.7$ 値のときにカオス性があり、 $G=0.6981$ 値のときカオスの窓であることが確認できた。

12 まとめ

カオス分岐図を用いて設定した分岐パラメータ値における Chua 回路からの時系列信号に対し、サロゲートデータ法を適用し、カオス性の検定を行った。特定パラメータ値における Chua 回路からの出力がカオス的であることを示すことができ、サロゲートデータ法を用いたカオス検定は有効であった。よって、Chua 回路を利用したシステムにおけるパラメータの設定には、分岐図を用いたカオス分岐パラメータ値の探索と、サロゲートデータ法を応用したカオス検定が有効であることがわかった。また、特定の分岐パラメータ値をとる場合の Chua 回路から発振する信号のカオス性

の有無を確かめるには、複数のサロゲート法を用いるのがよいことがわかった。

参考文献

- 1) 鈴木 昱雄:カオス入門, コロナ社, 2000
- 2) 合原一幸,池口徹,山田泰司,小室元政:カオス時系列解析の基礎と応用,産業図書,2000
- 3) 潮 俊光:「カオス同期化制御とその秘匿通信への応用」,情報処理学会 pp.525-530,1995
- 4) 合原一幸:カオスセミナー,海文堂出版,1994
- 5) 潮 俊光:「カオスの通信への応用」,電子情報通信学会,pp.47-54,1997
- 6) 藤井恭平, 清水能理:カオス発生回路を用いた秘匿通信システムの製作,平成 20 年度 第 1 回情報処理学会東北支部研究会,講演資料,セッション 1,講演番号 4, 2008.12
- 7) 目黒友紀, 清水能理:カオス制御を応用したカオス同期化システム,平成 20 年度 第 2 回情報処理学会東北支部研究会,講演資料,セッション 2,講演番号 9, 2008.12
- 8) 元井和征, 清水能理:カオス分岐と窓に関する考察,平成 20 年度 第 4 回情報処理学会東北支部研究会,講演資料, 2009.2