計測自動制御学会東北支部第250 回研究集会(2009.6.19)
資料番号 250-3

非線形統計量に基づくカオス生成回路のパラメータ決定法

Parameter Decision Method of Chaos Generating Circuit Based on Non-linear Statistic Quantity

○櫻田 紀幸, 清水 能理, 小向 省吾
○Noriyuki Sakurada , Yoshimasa Shimizu , Shogo Komukai

八戸工業大学
Hachinohe Institute of Technology

キーワード: カオス(Chaos),Chua回路(Chua Circuit),サロゲートデータ(Surrogates Data), 決定論的法則(Deterministic Law),非線形統計量(Non-linear Statistic Quantity)

連絡先: 〒031-8501 青森県八戸市妙字大開88-1 八戸工業大学工学部システム情報工学科清水研究室
清水能理 Tel: 0178-25-8135 Fax: 0178-25-1691 E-mail: shimizu@hi-tech.ac.jp

1 はじめに

カオスは,決定論的法則に従う非線形の効果により複雑な振る舞いをする。特徴として,振る舞いが複雑でありながら,法則によってその複雑さが生み出されるということがあげられる。カオス力学系を用いた秘匿通信システムを構築する場合、カオス発振回路の時系列はカオス性を有している必要がある。現在、カオスを発振させるために利用されるカオスモデルは種々あるが,自然界における多様なカオスに対し,カオスモデルを用いて人工的に作り出されるカオスは限定的なものである。工学において,多様なカオス応用を実現するには,人工的にカオスを発振させる電子回路の実装が不可欠である。本研究では,カオス発生回路として,負性抵抗を有するChua回路に注目する。カオスの判定には必要条件という性質があるため、リアプノフ指数以ってカオスと判定する。一方、確率・統計論に基づいた時系列解析の１つにサロゲートデータ法を用いたカオス性の検定が提案されている。そこで、カオス発振回路における有効なパラメータ値を、サロゲートデータ法を応用して決定することを目的とする。

2 カオス

2.1 カオスとは,「混沌」を意味する語であるが,数学的には微分方程式、または差分方程式に従って決定論的な機構で決まる解が予測不能な不規則な振る舞いをすること[1]。

2.2 一見、無秩序的に見える動きをしているが、実際は、あるルールに従っている」という予測できない複雑な様子を示す現象のこと[1,5]。

2.3 一見して把握や予見が不可能であるように思われるが、それでも方程式に直すなどして理論的に究明することが可能である。この理論をカオス理論という[1]。

3 カオスの特徴

3.1 初期値鋭敏性

初期値の僅かな差が時間とともに拡大し、

結果に大きな違いをもたらすもの。バタフライ効果とも呼ばれる。ここで、初期値依存性について、ロジスティック写像を用いて図で示す。ロジスティック写像は、生物の個体数が世代を重ねることで変動していくのかのモデル（成長曲線）として説明される。

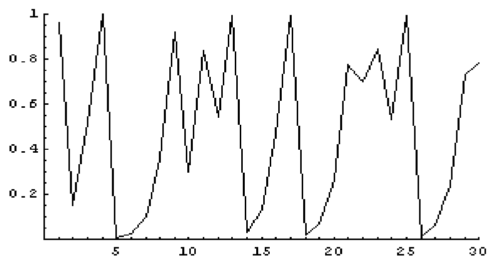

図1　xの初期値0.60

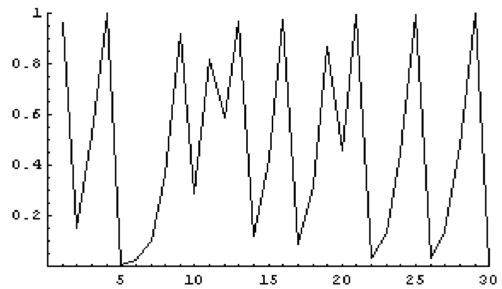

図2　xの初期値0.60001の場合

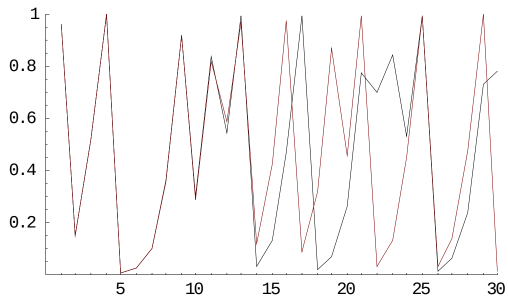

図3　x値の比較(黒:初期値0.6　赤:初期値0.6001)

ここで、X(n)はこの式の変数であり０から１の間で定義されている。aは０から４までの値をとる任意の定数である。図1・図2を比較すると、初期値の差がごく僅かであるにもかかわらず、x値に大きな影響を及ぼしていることがわかる。このように、初期値に対して鋭敏に反応する性質を初期値鋭敏性と呼び、数値的カオスの重要な特徴の１つである。[1]

3.2　自己相似性

乱雑なパターンの後に特徴のあるパターンが現れること。これを数学的に表現しようとしたものがフラクタルである。フラクタルとは、幾何学の概念であり、図形の部分と全体が自己相似になっているものなどをいう。フラクタル図の一点を時間変動で捉えるとカオスになる。コッホ曲線やシェルピンスキーのカーペットなどで知られている。

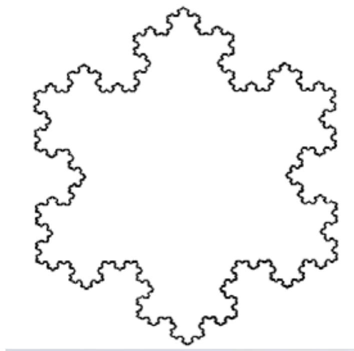

図4　フラクタルの図の例(コッホ曲線)

3.3　予測困難性

短期的には系の予測ができる(短期予測可能性）が、長期的な予測は困難である（長期予測不能性）である。

4　Chua回路

工学においてカオスの応用を実現する、人工的にカオスを発振させる電子回路で、適切なパラメータのときにカオスを発生させる回路 。カオス発振回路として非線形抵抗を含み、インダクタ、 2個のキャパシタ、抵抗R ,非線形抵抗GRから成る。 (図5)。

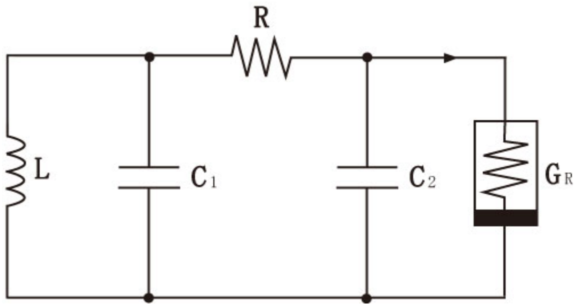

図5　Chua回路

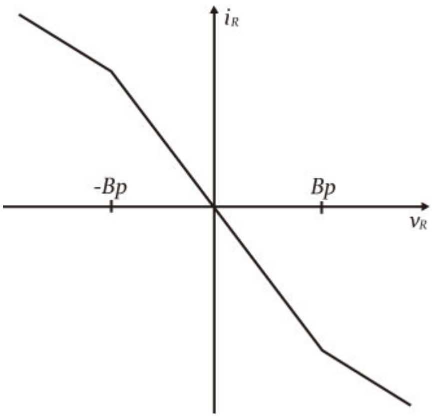

図6　非線形抵抗GR　v-i特性
（横軸：電圧　　縦軸：電流）

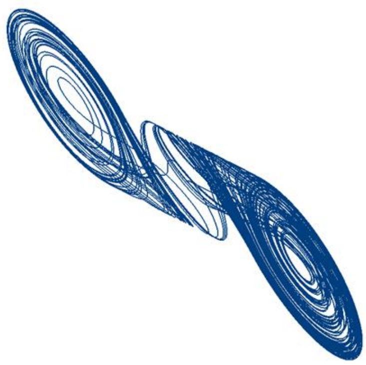

図7　Chua回路アトラクタ図
（ダブルスクロール）

5　カオス分岐

パラメータによって軌道の位相的性質を変える分岐現象

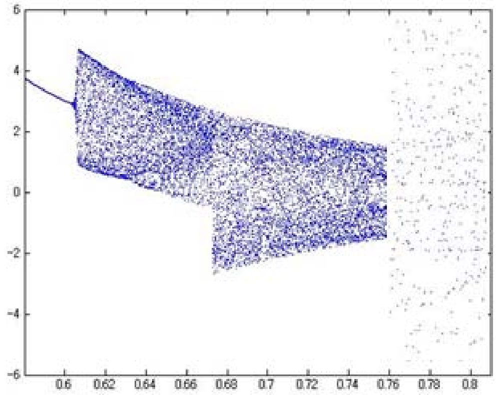

図8　Chua回路の分岐図

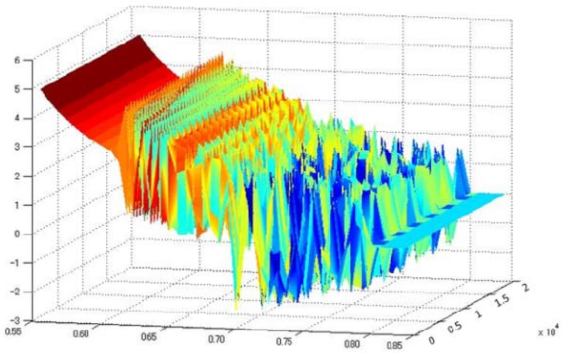

図9　Chua回路の3D分岐図

図8は２Ｄなので図9の３Ｄ分岐パラメータに対して、奥に時間軸を取って重ねてプロットしている。

Chua回路の分岐図(図8)について見ると，系がカオス的振る舞いをする領域は推定できるが、窓の存在を確認し難いという問題が生じることがわかる。パラメータの設定によっては、系がカオスと思われる値を設定しても、実は窓である可能性がある[4]。したがって、Chua回路を用いたシステムを考える場合、パラメータ値を設定する際にカオス性の検定を行う必要性がある。

6　パラメータ設定手法

Chua回路の分岐図を用いて、視覚的にパラメータ値を推定する。ただし、推定したパラメータ値が有効か、また、窓が存在するかをカオス性の検定を行い確認する必要がある。

カオスの判定は、複数の共通の定義を持って、カオス性があるという判断以外に方法が無い為、カオスの判定は必要条件という性質を持つ。

主なカオス性の判定方法には、以下のものがある。

6.1　相関次元

相関次元法では、まずm次元の観測座標での 相関積分を求める。相関積分は、v(i)とv(j)の距離がrより小さい組合せの数を、全体のサンプル数Nの２乗で規格化したものである。もし、m次元での軌道が自己相似性を持てば、相関積分はrのべき乗（相関次元）で表される。

ターキンスによれば、m次元で観測したときの相関次元と、もとのd次元での軌道の相関次元は等しくなる。

また、カオス性を示す場合はフラクタル性を持つので、軌道は空間のすべての点を埋め尽くさない。そのため m が大きくなっても、r の「べき」 (=log Cm(r)/log r) は相関次元で飽和する[11]。

6.2　アトラクタ解析

決定論に従う力学系の構造はｄ個の状態変数の関数として記述でき、その運動は相空間における軌道が落ち着く先、すなわちアトラクタとして表現できる。アトラクタの近傍を初期状態とする解は、アトラクタに引き付けられていく。

しかしながら、一般には分析対象となる系の構造が明らかでない 場合や、すべての状態変数を観測することが困難な場合が多い。そこで１個の状態変数からｄ個の状態変数を復元するターケンスの埋め込み定理を用いる。ターケンスの方法によって再構成されたアトラクタは本来のアトラクタと本質的に微分同相が保証されている。ターケンスの手法により遅れ時間を用いて未知の状態変数を復元することを埋め込み、遅れ時間のことを埋め込み遅延時間、状態変数の個数のことを埋め込み次元と言う[12]。

8　問題提起

分岐パラメータに関して、分岐図を用いて系がカオスとなるパラメータ値を探索する方法を考える。分岐図とは、分岐パラメータを変化させた場合に起こる分岐を図に表わしたものである。

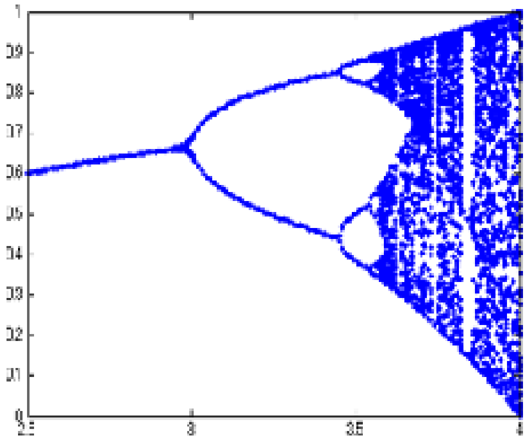

図12　ロジスティック写像の分岐図

図12はロジスティック写像の分岐図は横軸に分岐パラメータ、縦軸に周期点をとったものである。このときのロジスティック写像の方程式は（１）式となる。

$$\}\qquad (1)$$

$0 \le a \le 4$ $0 \le x_0 \le 1$

ここで,X(n)はこの式の変数であり０から１の間で定義されている。aは０から４までの値をとる任意の定数である。

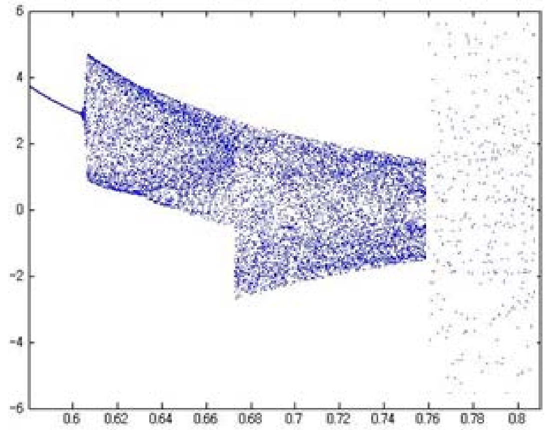

図13　Chua回路の分岐図

図13はChua回路の分岐図は、横軸に分岐パラメータ、縦軸にx値をとったものである。

図12のロジスティック写像の分岐図は離散時間で窓が確認できるが、図13のChua回路の分岐図では連続時間で窓が確認し難い。このように、分岐図を用いた視覚的探索によるパラメータ値の設定をする際に、窓の予測困難性があげられる。したがって、Chua回路を用いたシステムのパラメータ値を設定する場合、カオス性の検定を行う必要性がある。

9　リアプノフ指数

リアプノフ指数とは、誤差の指数的増大の速さであり、近接した2点が軌道上で時間とともに離れていく程度を表す。この程度は、初期のベクトルの向きの違いによって変わってくる。リアプノフ指数が正の場合、システムはカオスになる。

$$\lambda = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln \left| \frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dx}} (x_i) \right|$$

λ：リアプノフ指数

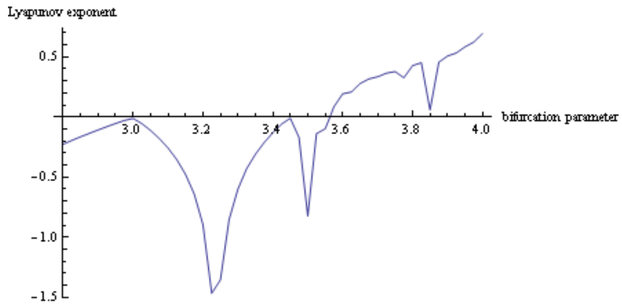

図14　図1のロジスティック写像のリアプノフ指数

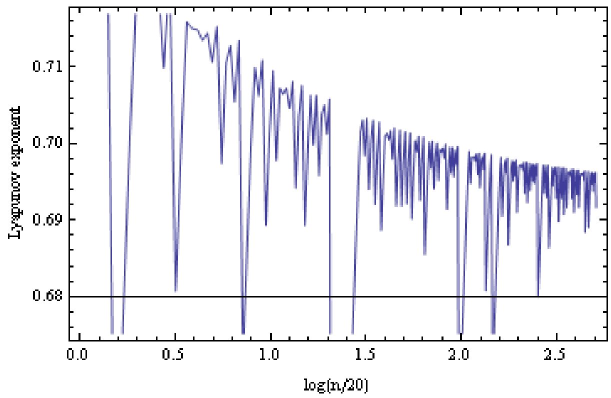

図15　ロジスティック写像におけるリアプノフ指数の収束性

10　非線形統計量

サロゲートデータの特徴量が正規分布すると仮定できる場合、以下の式で定義する検定統計量*S*を用いて評価する 。但し、μQ_Hは、サロゲートデータに対して推定した統計量の標本平均、σQ_Hはその標本標準偏差である。

$$S = \frac{|Q_0 - \mu Q_H|}{\sigma Q_H} \quad \cdots (a)$$

Q0：オリジナルデータの非線形統計量

μQH：サロゲートデータの非線形統計量

σQH：サロゲートデータの非線形統計量標本標準偏差

11　提案手法

Chua回路の分岐図を用いて推定したパラメータ値が有効か、カオス性の検定を行う　。

決定論的であることを示すためにサロゲートデータ法を用いる。これにより得られたサロゲートアルゴリズムデータを見て、定性的に求めることも可能だが、カオスのフラクタル性など専門的な知識が必要となる。そのため今回はサロゲートデータからリアプノフ指数を使った非線形統計量を用いて、定量的にカオス判定を行う[2]。

上式(a)のμQ_Hは、サロゲートデータに対して推定した統計量（例えば、フラクタル次元、リアプノフ指数など）の標本平均、σQ_Hはその標本標準偏差である。

Q_{Hi}が正規分布するとき、S＞1.96であれば、95％の確率で、即ち有意水準$\alpha_0 = 0.05$で、与えられた帰無仮説を棄却することができる。標本数B_Sを大きくとれないときは、自由度B_S-1のt分布をする。従って、例えば、B_S＝39のとき、t 分布表から、$t_{0.05/2}(38)=2.024$であるので、S>2.024で有意水準$\alpha_0 = 0.05$で、帰無仮説を棄却することができる。

12　実験結果

サロゲートデータに基づいて定性的にカオス性検定を行った結果と定量的に検定を行った結果を示す。

12.1定性的カオス検定の結果

12.1.1 RSサロゲート法を用いた数値実験結果

表1　RSサロゲートデータ作成過程において保存される統計量

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	×

※保存される○　保存されない×

分岐パラメータ0.70をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、平均、分散ともにサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。また、G=0.7の場合のオリジナルデータとRSサロゲートの度数分布の比較から頻度分布が保存されていることがわかる。しかし、RSサロゲート変換信号と比較すると、オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されており、自己相関も異なっているため、帰無仮説を棄却することがわかる。

分岐パラメータ0.6981をとる場合も、オリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、平均、分散ともにサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。G=0.6981の場合のオリジナルデータとRSサロゲートの度数分布の比較から頻度分布が保存されていることがわかる。通常、周期性を示す場合のRSサロゲートデータ変換信号は、オリジナルデータの時系列信号と似た信号となる。ところが、Chua回路における時系列信号とRSサロゲート変換信号を比較すると、オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されていることがわかる。原因には、Chua回路は連続系であるが、数値実験に用いる際に4次のRunge-Kutta法を用いて近似値をとりシミュレーションを行ったことが考えられる。もうひとつは、オリジナルデータの時系列信号がカオス性をもつことである。これは、他のサロゲート法で検定することで確かめる。

12.1.2 FTサロゲート法を用いた数値実験結果

表2　FTサロゲートデータ作成過程において保存される統計量

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	×	○

※保存される○　保存されない×

オリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、表2にまとめたとおり平均、分散ともにサロゲートデータ作成過

程において統計量が保存されていた。一方、FTアルゴリズムの性質上、頻度分布は保存されない[2]。G=0.7の場合のChua回路における時系列信号とFTサロゲート変換信号を比較すると、オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されている。これにより、分岐パラメータが0.70値をとる場合、時系列信号は線形なダイナミクスで表現することが難しいことがわかる。

分岐パラメータ0.6981をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、平均、分散ともにサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。同様に、FTアルゴリズムの性質上、頻度分布は保存されない[2]。G=0.6981の場合のChua回路における時系列信号とFTサロゲート変換信号を比較すると、オリジナルデータ時系列信号とFTサロゲートデータ変換信号の構造は破壊されていない。これにより、分岐パラメータが0.6981値をとる場合、時系列信号は線形なダイナミクスで表現できる可能性が高いことが推察できる。

12.1.3　AAFTサロゲート法を用いた数値実験結果

表3　AAFTサロゲートデータ作成過程において保存される統計量

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	△

※保存される○　ほぼ保存される△　保存されない×

オリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、表3にまとめたとおり平均、分散ともにサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。また、AAFTアルゴリズムでは保存されない頻度分布の保存も確認できる。G=0.7の場合のChua回路における時系列信号とAAFTサロゲート変換信号を比較すると、オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されている。これにより、分岐パラメータが0.70値をとる場合、時系列信号は線形なダイナミクスで表現することが難しいことがわかる。

分岐パラメータ0.6981をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると平均、分散ともにサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。同様に、頻度分布の保存も確認できる。G=0.6981の場合のChua回路における時系列信号とAAFTサロゲート変換信号を比較すると、オリジナルデータ時系列信号とAAFTサロゲートデータ変換信号の構造は破壊されていない。これにより、分岐パラメータが0.6981値をとる場合、線形なダイナミクスで表現できる可能性が高いことが推察できる。

12.1.4 FSサロゲート法を用いた数値実験結果

表4　FSサロゲートデータ作成過程において保存される統計量

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	△

※保存される○　ほぼ保存される△　保存されない×

オリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、表4にまとめたとおり平均、分散ともにサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。また、FSアルゴリズムでは頻度分布の保存も確認できる。自己相関関数をみると、AAFTアルゴリズムに比べ、オリジナルデータの自己相関関数により近い相関関数を有することがわかる。G=0.7の場合のChua回路における時系列信号とFSサロゲート変換信号を比較すると、オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されている。これにより、分岐パラメータが0.70値をとる場合、時系列信号は線形なダイナミクスで表現することが難しいことがわかる。

分岐パラメータ0.6981をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、平均、分散ともにサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。同様に、頻度分布の保存も確認できる。G=0.6981の場合のChua回路における時系列信号とFSサロゲート変換信号を比較すると、オリジナルデータ時系列信号とFSサロゲートデータ変換信号の構造は破壊されていない。これにより、分岐パラメータが

0.6981値をとる場合、線形なダイナミクスで表現できる可能性が高いことが推察できる。

12.1.5 IAAFTサロゲート法を用いた数値実験結果

表5　IAAFTサロゲートデータ作成過程において保存される統計量

平均	分散	頻度分布	自己相関
○	○	○	○

※保存される○　ほぼ保存される△　保存されない×

オリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると、表5にまとめたとおり平均、分散ともにサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。また、頻度分布の保存も確認できる。G=0.7の場合のChua回路における時系列信号とIAAFTサロゲート変換信号を比較すると、オリジナルデータ時系列信号の構造は全く壊されている。AAFTアルゴリズムでは自己相関関数が厳密に保存されないが、IAAFTアルゴリズムでは自己相関関数が保存されていることがわかる。分岐パラメータが0.70値をとる場合、時系列信号は線形なダイナミクスで表現することが難しいことがわかる。

分岐パラメータ0.6981をとる場合のオリジナルデータとサロゲートデータの統計量を比較すると平均、分散ともにサロゲートデータ作成過程において統計量が保存されていた。同様に、頻度分布と自己相関関数の保存も確認できる。G=0.6981の場合のChua回路における時系列信号とAAFTサロゲート変換信号の時系列信号の構造を比べると、オリジナルデータ時系列信号IAAFTサロゲートデータ変換信号の構造は破壊されていない。これにより、分岐パラメータが0.6981値をとる場合、線形なダイナミクスで表現できる可能性が高いことが推察できる。

12.2 定量的カオス検定の結果

12.2.1　RSサロゲート法を用いた数値実験結果

以下に、RSサロゲート法を用いたサロゲートデータから導き出した、非線形統計量を用いた定量的カオス判定を行った結果の表を示す。

表6　RSサロゲートデータの定量的判定結果

分岐パラメータ	RSサロゲート
G=0.70	174.786
G=0.6981	0.0813

12.2.2　FTサロゲート法を用いた数値実験結果

以下に、FTサロゲート法を用いたサロゲートデータから導き出した、非線形統計量を用いた定量的カオス判定を行った結果の表を示す。

表7　FTサロゲートデータの定量的判定結果

分岐パラメータ	FTサロゲート
G=0.70	2.4033
G=0.6981	0.0818

12.2.3　AAFTサロゲート法を用いた数値実験結果

以下に、AAFTサロゲート法を用いたサロゲートデータから導き出した、非線形統計量を用いた定量的カオス判定を行った結果の表を示す。

表8　AAFTサロゲートデータの定量的判定結果

分岐パラメータ	AAFTサロゲート
G=0.70	3.0406
G=0.6981	0.2880

12.2.4　FSサロゲート法を用いた数値実験結果

以下に、FSサロゲート法を用いたサロゲートデータから導き出した、非線形統計量を用いた定量的カオス判定を行った結果の表を示す。

表9　FSサロゲートデータの定量的判定結果

分岐パラメータ	FSサロゲート
G=0.70	3.9660
G=0.6981	0.1343

12.2.5　IAAFTサロゲート法を用いた数値実験結果

以下に、IAAFTサロゲート法を用いたサロゲートデータから導き出した、非線形統計量を用いた定量的カオス判定を行った結果の表を示す。

表10　IAAFTサロゲートデータの定量的判定結果

分岐パラメータ	IAAFTサロゲート
G=0.70	4.2741
G=0.6981	0.4337

13　考察

以下に、各サロゲートデータ法の定性的検定結果と定量的検定結果を並べた表を示す。なお、検定統計量の評価にはリアプノフ指数の平均・標準偏差を用いた。

表11　G=0.7の時の各サロゲートデータ法検定結果

	定性的	定量的
RSサロゲート	○	○
FTサロゲート	○	○
AAFTサロゲート	○	○
FSサロゲート	○	○
IAAFTサロゲート	○	○

○：帰無仮説を棄却　×：帰無仮説に従う

表12　G=0.6981の時の各サロゲートデータ法検定結果

	定性的	定量的
RSサロゲート	×	×
FTサロゲート	×	×
AAFTサロゲート	×	×
FSサロゲート	×	×
IAAFTサロゲート	×	×

○：帰無仮説を棄却　×：帰無仮説に従う

数値実験では，Chua回路においてカオス分岐図を参考にし,カオスを発振する領域から分岐パラメータ値を0.70と0.6981との2つの値と推定した。そして,推定した分岐パラメータ値のときのChua回路からの出力として得られた時系列信号に対して時系列解析を行った。表11･12から、各サロゲートデータ法の検定結果と、各サロゲートデータ法における検定統計量Ｓの数値による仮説の検定結果は一致していることが確認できた。

14　まとめ

カオス分岐図を用いて設定した分岐パラメータ値におけるChua回路からの時系列信号に対し、サロゲートデータ法を適用し、リアプノフ指数を使った非線形統計量を用いて、定量的にカオス性の判定を行った。特定パラメータ値におけるChua回路からの出力がカオス的であることを示すことができ、非

線形統計量を用いたカオス検定は有効であった。

よって、Chua回路を利用したシステムにおけるパラメータの設定には、分岐図を用いたカオス分岐パラメータ値の探索と、サロゲートデータ法を応用したカオス検定および非線形統計量を用いたカオス性の検定が有効であることがわかった。また、特定の分岐パラメータ値をとる場合のChua回路から発振する信号のカオス性の有無を確かめるには、複数のサロゲート法を用いるのがよいことがわかった。

参考文献

［1］鈴木 昱雄:カオス入門,コロナ社,2000

［2］合原一幸,池口徹,山田泰司,小室元政：カオス時系列解析の基礎と応用,産業図書,2000

［3］潮 俊光:「カオス同期化制御とその秘匿通信への応用」,情報処理学会 pp.525-530,1995

［4］合原一幸:カオスセミナー,海文堂出版,1994

［5］潮 俊光:「カオスの通信への応用」,電子情報通信学会,pp.47-54,1997

［6］藤井恭平，清水能理：カオス発生回路を用いた秘匿通信システムの製作，平成20年度　第1回情報処理学会東北支部研究会，講演資料，セッション1，講演番号4，2008.12

［7］目黒友紀，清水能理：カオス制御を応用したカオス同期化システム，平成20年度第2回情報処理学会東北支部研究会，講演資料，セッション2，講演番号9，2008.12

［8］元井和征，清水能理：カオス分岐と窓に関する考察，平成20年度　第4回情報処理学会東北支部研究会，講演資料，2009.2

［9］小向大輝，清水能理:統計的解析に基づくカオス生成回路のパラメータ決定法，平成21年度　計測自動制御学会，講演資料，2009．6

［10］Sunday ChaosTimesによる解析の実例「http://www.aihara.co.jp/rdteam/sunday-chaostimes/sundayct-examples.pdf」

［11］相関次元法「http://www.hep.osaka-cu.ac.jp/~crs/BAR4/chaos.html.ja.iso2022-jp」

［12］アトラクタ構成 -カオス解析解説-「http://chaos.cci-web.co.jp/chaos/attractors.html」