計測自動制御学会東北支部第250回研究集会(2009.6.19)
資料番号250-8

Youla のパラメータ化を用いた構造物のヘルスモニタリング法

A Health Monitoring Method for Structure Using Youla Parameterization

○上久保辰哉[*]，黒沢忠輝[*]，佐藤勝俊[*]，大日方五郎[**]

○Tatsuya Kamikubo[*], Tadateru Kurosawa[*], Katsutoshi Sato[*], Goro Obinata[**]

[*]八戸高専，[**]名古屋大学

[*]Hachinohe National College of Technology, [**]Nagoya University

キーワード：システム同定(System Identification)，故障診断(Fault Diagnosis)，既約分解表現(Co-prime Factorization)，線形分数変換(Linear Fractional Transformation)

連絡先：〒039-1192　青森県八戸市田面木字上野平16–1 八戸工業高等専門学校 機械工学科
黒沢忠輝，Tel.:(0178)27-7272，Fax.:(0178)27-7275，E-mail:kuro-m@hachinohe-ct.ac.jp

1.　はじめに

橋梁，高速道路などの老朽化および輸送機器や大規模産業設備などの安全かつ効果的な延命が社会的な重要課題となってきている背景から，構造物や設備機器の状態変化や健全性を客観的かつ経済的に監視できる方法の確立が急務となっている．近年，構造物の健全性を常時にモニターしようとする構造物のヘルスモニタリング[1)]と呼ばれる概念が提唱され多くの研究が行われている．しかしながら，従来あるひずみ計などの電気的なセンサや非破壊検査技術によるモニタリングなどは，大型構造物を常時監視するには膨大なセンサ数が必要であることや，その耐久性，信頼性および運営・維持管理費用などの問題点が山積している．これに対し筆者らは線形連続時間系における閉ループ構造の表現方法の一つである既約分解表現の構造を利用して，システム中の指定したパラメータだけを同定する新しい開ループ同定方法を提案した[2)]. この手法は従来のヘルスモニタリング技術のような膨大なセンサ計測は必要なく，構造物全体の動特性を表す一定時間長の入出力信号１組が得られればよいという特徴がある．本研究では塔状建築構造物を対象として，加振入力に対する構造物の応答を得る加振実験を行い，提案する同定法の検証および推定精度向上のためのサンプリングタイムやデータ長との関係について検討を行った．

2.　同定問題の定式化

2.1　左既約分解表現への帰着

同定の対象となるシステムは同定しようとするパラメータを係数として含む１入出力の伝達関数で表現できると仮定する．このモデルに含まれるパラメータをベクトル p で表し，対象システムを $G_p(s)$ と表すこととする．物理パラメータの基準値が事前に知られており，これを p_0 とする．$G_p(s)$ と $G_{p0}(s)$ はともに漸近安定であるとし，$G_p(s)$ は次のように表現できると仮定する．

$$G_p(s)=\frac{N_0(s)+V(s)R(s)}{D_0(s)-U(s)R(s)} \tag{1}$$

ここで$N_0(s)$，$D_0(s)$，$U(s)$，$V(s)$，$R(s)$ は安定プロパな伝達関数であり，$N_0(s)$，$D_0(s)$ は $G_{p0}(s)$の既約因子である．すなわち，

$$G_{p0}(s)=\frac{N_0(s)}{D_0(s)} \tag{2}$$

である．もし$U(s)$，$V(s)$ が次のBezout方程式

$$N_0(s)U(s)+D_0(s)V(s)=1 \tag{3}$$

を満たすなら，式(1)は，$R(s)$が安定プロパであるとき，コントローラ$U(s)／V(s)$ によって安定化される全てのシステムを表すことが知られており[3)]，$N_0(s)$，$D_0(s)$，$U(s)$，$V(s)$ を既知として$R(s)$を同定することは，システム$G_{p0}(s)$ がコントローラ$U(s)／V(s)$ によって制御されている閉ループの状態での同定法の表現として用いられてきた．しかし本研究では$U(s)$，$V(s)$ が式(3)を満たすことは仮定せず，また閉ループ系での同定問題を扱うものでもない．ただし対象システムの左既約分解表現の構造は利用する．

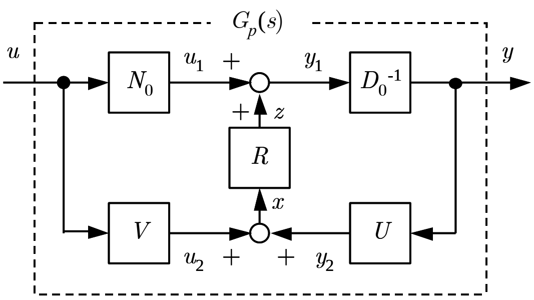


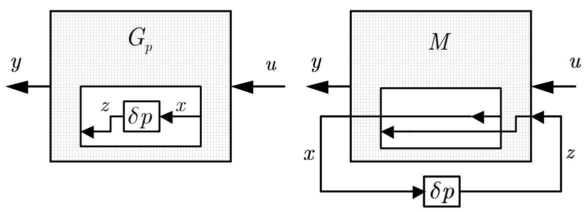
Fig.1　Left co-prime factorization based description of $G_p(s)$

2.2　同定問題とその解法

未知パラメータを推定する方法の仮定と手順を以下に示す．

1) 対象システムは１入力１出力系とする．
2) $G_{p0}(s)$は安定とする．すなわち未知パラメータの基準値 p_0 を$G_{p0}(s)$が安定になるように選べる．
3) パラメータ p の同定には $G_{p0}(s)$の左既約分解に対応した表現(図１)を用いるが，$U(s)$，$V(s)$ は式(3)を満足することは求めない．また $N_0(s)$，$D_0(s)$ は安定プロパであるとするが，$V^{-1}(s)$ が安定プロパであることは求めない．

（Step1）未知パラメータベクトルの基準値p_0は与えられ，仮定2は満足されるとする．p_0に対しての偏差 δp は，ほとんど全てのパラメータについて図2のように線形分数変換(Linear Fractional Transformation，以後 LFTと呼ぶ)を用いて整理できることは知られている[4)]．対象システム $G_p(s)$ から未知パラメータの基準値 p_0 からの偏差 δp を分離する．



(a) Uncertain System　　　　(b) LFT

Fig.2　Pulling out Uncertain Parameter

$$G_p(\delta p) = F_\ell(M, \Sigma) \tag{4}$$

ここでM，Σは次のような行列である．

$$\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} u \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$
$$z = \Sigma x = \begin{bmatrix} \delta p_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \delta p_n \end{bmatrix} x \tag{5}$$

（Step2）次に，図2(b)を図1に書き換える．式(5)中の伝達関数を用いて，図1の伝達関数は，

$$\left.\begin{aligned} N_0 &= M_{11} M_{12}^{-1} \\ D_0 &= M_{21}^{-1} \\ U &= M_{21}^{-1} M_{22} \\ V &= M_{12} - M_{11} M_{21}^{-1} M_{22} \\ R &= -\delta k \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

のように与えられる．この書き換えができるためには，M_{21}が可逆である必要がある．これは$D_0(s)$が可逆であることを意味する．

（Step3）書き換えられた図1において$N_0(s)$，$D_0(s)$，$U(s)$，$V(s)$が安定プロパであればx，zが入出力u，yから計算できる．このとき，

$$\left.\begin{aligned} x(s) &= U(s)y + V(s)u \\ z(s) &= D_0(s)y - N_0(s)u \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

である．したがって対象システムの入出力u，yを観測し，式(7)によってx，zを算出し，xからzへの伝達特性として通常の方法によりR=diag(δp)を同定することができる．例えば未知パラメータRの同定は次のような方法が考えられる．推定誤差の評価を

$$J = \int_0^T (z(t) - \delta p x(t))^2 dt \tag{8}$$

のように定義すると，最小化の必要条件

$$\frac{dJ}{dp} = 2\delta p \int_0^T x^2(t)dt - 2\int_0^T z(t)x(t)dt = 0 \tag{9}$$

より次式が得られる．

$$\delta p = \frac{2\int_0^T z(t)x(t)dt}{\int_0^T x^2(t)dt} \tag{10}$$

これにより未知パラメータの偏差δpが一意に算出することができる．

2.3　右既約の扱いについて

対象システムの既約化は，左既約と右既約の２通りの方法が存在するが，前述の通り本研究では左既約を主に扱う．ここで本論から見た左既約と右既約の違いをまとめておく．図3に閉ループ右既約分解表現を示す．ここで対象システム$G_p(s)$の伝達関数は左既約(図1)の場合と同じく式(1)で表される．$R(s)$の前後の入出力x，zは，左既約の構造では式(7)の形で得られるが，右既約の構造の場合には

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{Uy + Vu}{D_0 V + N_0 U} \\ z &= \frac{D_0 y - N_0 u}{D_0 V + N_0 U} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

となり，Bezout方程式(3)が成立すれば左既約と右既約は等価であることが知られている．

しかし本同定法において，未知パラメータの偏差は，$R(s)$に分離されるとともに単なるゲイン(係数)であり，同定するためには前後の入出力x，zがわかればよく，左既約と右既約が等価である必要はないため，式(3)を満

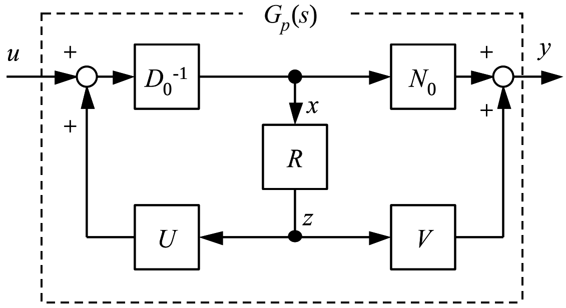


Fig.3　Right Co-prime Factorization Based Description of $G_p(s)$

たすことは考えない．対象システムを閉ループ左既約の構造に帰着させる場合には式(7)を，右既約の場合には式(11)を用いればよい．もちろん左も右も等価となるように式(3)を満たすような因子の設計も可能ではあるだろうが，複雑化を招く場合もあるだろう．これらのことから本論では数式構造の簡単な左既約分解表現による式(7)を採用している．

3. 構造パラメータ推定

3.1 着目した１つのパラメータの同定

本研究では３自由度建築構造物を想定し，構造物をモデルを使用するため，３自由度系のパラメータの同定が必要になる．運動方程式は次式で表される．

$$\left.\begin{aligned}\ddot{x}_1&=\frac{1}{m_1}\left\{k_2\left(x_2-x_1\right)+c_2\left(\dot{x}_2-\dot{x}_1\right)-k_1x_1-c_1\dot{x}_1\right\}\\ \ddot{x}_2&=\frac{1}{m_2}\left\{k_3\left(x_3-x_2\right)+c_3\left(\dot{x}_3-\dot{x}_2\right)-k_2\left(x_2-x_1\right)-c_2\left(\dot{x}_2-\dot{x}_1\right)\right\}\\ \ddot{x}_3&=\frac{1}{m_3}\left\{f-k_3\left(x_3-x_2\right)-c_3\left(\dot{x}_3-\dot{x}_2\right)\right\}\end{aligned}\right\}\quad(11)$$

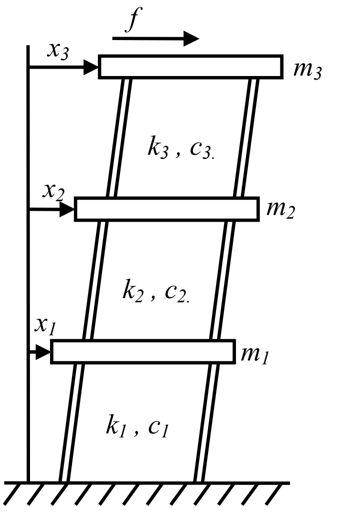


Fig.4　3 Degree of Freedom System

ここで，状態変数ベクトルを式（13）のように与えると，式（14）のように状態方程式が得られる．

$$x=\begin{bmatrix}x_1 & x_2 & x_3 & \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{x}_3\end{bmatrix}^T\quad(13)$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}&=Ax+Bf\\ y&=Cx\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

$$\left.\begin{aligned}M&=diag\begin{bmatrix}m_1 & m_2 & m_3\end{bmatrix}\\ A&=\begin{bmatrix}O_{3\times3} & I_{3\times3}\\ -M^{-1}K & -M^{-1}C\end{bmatrix}\\ B&=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_3}\end{bmatrix}\\ C&=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & O_{1\times3}\end{bmatrix}\\ K_f&=\begin{bmatrix}k_1+k_2 & -k_2 & 0\\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3\\ 0 & -k_3 & k_3\end{bmatrix}\\ C_0&=\begin{bmatrix}c_1+c_2 & -c_2 & 0\\ -c_2 & c_2+c_3 & -c_3\\ 0 & -c_3 & c_3\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}\quad(15)$$

本研究では，種々のパラメータのうち剛性に関わるばね定数 k_1 が未知として同定を行っていく．この未知パラメータ k_1 を基準値 k_0 と偏差 δk を用いて $k_1=k_0+\delta k$ として表し，システム行列を分離すると以下のように表される．

$$\left.\begin{aligned}K_f&=\begin{bmatrix}k_1+k_2 & -k_2 & 0\\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3\\ 0 & -k_3 & k_3\end{bmatrix}\\ \delta K_f&=\begin{bmatrix}\delta k & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\\ A_0&=\begin{bmatrix}O_{3\times3} & I_{3\times3}\\ -M^{-1}K_0 & -M^{-1}C\end{bmatrix}\\ \delta A&=\begin{bmatrix}O_{3\times3} & O_{3\times3}\\ -M^{-1}\delta k_f & O_{3\times3}\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}\quad(16)$$

さらに偏差 δk を含むシステム行列 δA は次式のように表すことができる．

$$\left.\begin{aligned} &\delta A = \delta k L H \\ &L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{m_3} \end{bmatrix}^T \\ &H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

すなわち，

$$\left.\begin{aligned} &\dot{x} = A_0 x + Bf + Lz \\ &y = Cx \\ &\tilde{x} = Hx, z = \delta k \tilde{x} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

のように δk をゲインとするフィードバックシステムに書き換えることができ，次式の線形分数変換表現に帰着する．

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y \\ \tilde{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ z \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C(sI - A_0)^{-1} B & C(sI - A_0)^{-1} L \\ H(sI - A_0)^{-1} B & H(sI - A_0)^{-1} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ z \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{19}$$

次に，図２に示す左既約分解表現の構造を利用する．線形分数変換と既約分解表現の関係は式(6)で導かれる．このように未知パラメータの偏差 δk は図１のブロック線図の R の部分に単なるゲインとして表されることになる．したがって対象システムの入出力 u，y を観測すれば，式(7)によって $R(s)$ の前後の入出力 x，z は算出され，偏差 δk は式(10)により一意に算出することができる．

4.　既約分解表現を利用したパラメータ推定と故障診断

4.1　加振実験装置

本同定法の有効性を検証するために３自由度系を用い加振入力に対する応答実験を行った．図４に本実験に用いた実験装置の概要を示す．屋上に設置された偏心質量の回転により，その水平方向分力により構造物が励振される．偏心量および各フロアの応答をレーザセンサにより計測して入力と出力を得た後，式(7)および式(10)によって未知パラメータを一意に算出することができる．

本同定法の検証を行うために実際の物性値が必要となるが，質量 m_1，m_2，m_3 については質量計による直接測定を，粘性係数 c および剛性 k については初期変位を与えたときの自由振動実験と MATLABによる数学モデルのシミュレーションの重ね合せにより物性値を求めた．得られた各物性値を表１に示す．

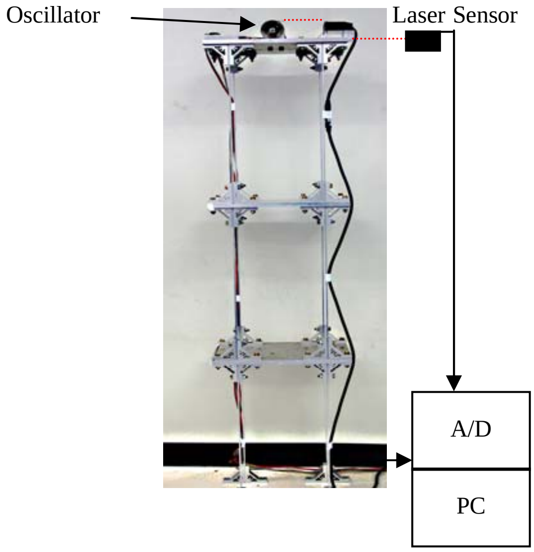


Fig.4　3 Degree of Freedom System

Table.1　Specification

Mass：m_1, m_2, m_3	2.5，2.5，3.1　[kg]
Elasticity：k_1, k_2, k_3	4152.8　[N/m]
Damping　：c_1, c_2, c_3	1.775　[Ns/m]

4.2　既約分解表現を用いたパラメータ推定と故障診断

対象システムへの入力は，偏心質量を回転させたときの水平方向加速度成分による正弦波入力とし，一定時間の加振を行う．このとき，入力信号は出力が大きくなるように，構造物の固有振動数付近の正弦波を用いる．また出力は質量の変位とし，レーザセンサ測定およびA/D変換後にPCに取り込み，MATLABにより式(7)と式(10)の計算処理を行った．

パラメータの基準値 k_0 は物性値とした．つまり推定計算が良好なほど算出される偏差 δk は０に近くなることになる．逆にもし推定精度が良好な場合に偏差が現れたならば，それはパラメータの変化を示すことにもなり，構造部材それぞれの異常を検知することができる．また，本手法は構造パラメーター一つ一つについて計算上でそれぞれ同定器を設計することが可能であり，実際に必要な測定は１組の入出力波形だけであるため非常に簡易である．

4.2.1　本同定法における導入した既約因子の影響

文献[(2)]によると，対象とする構造物の固有振動数にカットオフ周波数の値を設定することで推定精度の向上が見込めるというシミュレーション結果が得られている．そこで，本実験装置でサンプリング周波数を，100・200・500・1,000[Hz]の４種類，サンプリングデータ長は480・1,024・2,048・4,096・8,192・16,384・32,768の７種類をそれぞれの組み合わせで10回の加振応答実験を行い，本研究で用いた実験装置の固有振動数の16.67[rad/sec]付近で推定精度の向上が見込めるか検証を行った．サンプリング周波数100[Hz]の場合の結果を図５に示す．横軸はカットオフ周波数1/*T*を，縦軸は真値からの誤差をパーセント化したものである．また図中の点は10組の推定結果の平均値を表す．図より，採取した入出力波形の良悪により推定誤差は幅広く帯状に分布してしまう．しかし10組の平均値をみると，システムの固有角周波数付近で推定結果が良好なことがわかる．このことからカットオフ周波数の値を固有振動数付近に設定して推定計算を行うことで，推定精度を向上させることができることが明らかになった．

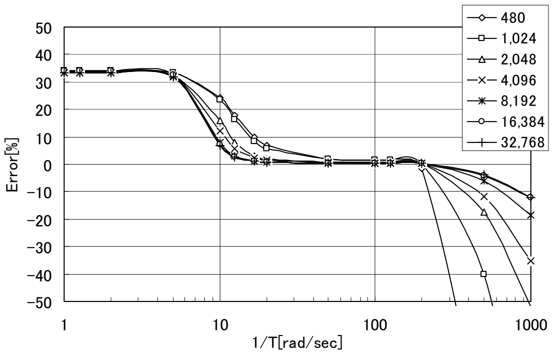


Fig.5　Effect of cut off frequency on the estimated　calculation
(Sampling frequency 100[Hz])

4.2.2　サンプリング長の影響

実際に機械や構造物の動特性を測定する場合には，一時的に設置して行うにしろ，常時設置して測定を連続的に行うにしろ，計測システムは廉価で，かつ測定が容易であることが望ましい．計測を高精度に行おうとしてサンプリング周波数を高めれば，それだけ計測システムの演算処理部が高価になる．またデータ長や採取回数が大きくなれば，記憶容量の増大を招く．そこで本同定法を用いた場合，

推定精度に及ぼすデータ長の影響について実験的に検討を行った．前述の3自由度系について，測定サンプリング周波数とデータ長を変え，10組の測定を行った結果を図６に示す．横軸は同定計算処理に用いたデータの時間長を，縦軸は真値からの誤差の平均値を表す．図中，各点は測定するサンプリング周波数ごとの5組の平均値を表す．どのサンプリング周波数においても，同定窓が約20[sec]以降になると推定結果が5%以内になることがわかる．以上のことから，本研究で用いている同定法はサンプリング周波数にはあまり依存せず，算出に用いる積分時間（同定窓）により精度の向上が見込まれることがわかった．また20秒または30秒ごとに良好な推定が行えることから，構造的異常を逐次監視するモニタリングシステムに利用できると考える．

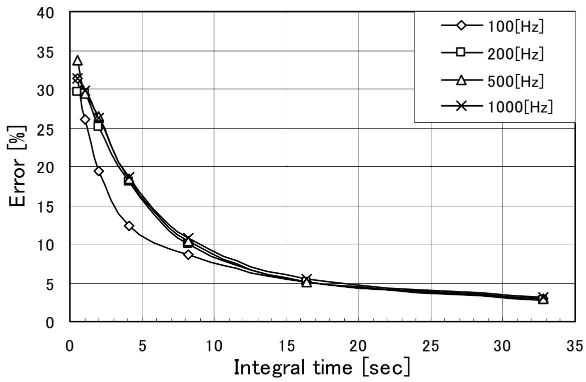


Fig.6　Effect of Sampling Length on the Estimated Calculation

5.　おわりに

３自由度系を対象として，加振入力に対する構造物の応答実験を行い，提案する同定法の推定精度向上について検討を行った．得られた結果を以下に示す．

(1)　既約化のために導入したフィルタリングの適した設計により，推定精度の向上を見込めることがわかった．

(2)　データ長は，ある一定時間長さえあれば推定精度が保てることがわかった．

6.　文献

1)例えば，山本鎮男(編著) : ヘルスモニタリング，共立出版(1991).

2)大日方，黒沢，川合 : 日本機械学会論文集C編，70巻，691号，106/109，(2004).

3)K. Zhou, J. C. Doyle, K. Glover: Robust and Optimal Control, Prentice-Hall, (1996).

4)S. Boyd, C. Barratt: Linear Controller Design - Limits of performance -, Prentice Hall, (1991).