

平板中のガイド波の伝搬解析

Analysis of guided wave propagation in thin plate

○高村周平*, 今野和彦*

○Shuhei Takamura *, Kazuhiko Imano*

*秋田大学 工学資源学部

*Faculty of Engineering and Resource Science, Akita University

キーワード：ガイド波(Guided wave), FDTD 法(FDTD method), 超音波探傷(Ultrasonic flaw detection)

連絡先：〒010-8502 秋田市手形学園町 1-1

秋田大学 工学資源学部 電気電子工学科 今野研究室

高村周平, Tel. : (018)889-2494, Fax : (018)837-0406, E-mail : imanoken@ee.akita-u.ac.jp

1. はじめに

近年、超音波は様々な分野に用いられている。なかでも工業製品や工業材料内部の欠陥検出には垂直探傷法が用いられてきた¹⁻³⁾。しかし垂直探傷法は、測定範囲が狭いため検査領域が広大となる場合においては時間・労力が膨大となり、また測定部位の厚さによっては送波信号と受波信号が重畳してしまうなどの問題を持つ。従って、広大な検査領域を持つ化学プラントなどの探傷において高速かつ網羅的に検査できる新しい検査技術が求められている。そのため近年、伝搬時の拡散減衰が少なく平板に

沿って伝搬するガイド波が大型施設に対する有望な検査技術として期待されている⁴⁻⁸⁾。

ガイド波は様々な形状の構造物に沿って伝搬する弾性波の総称であり、その多くは構造物に斜角入射された超音波が構造物の内部でモード変換を起こしながら複雑に結合していくことで形成される。その伝搬挙動は非常に複雑で、入射する超音波の周波数や構造物の形状によって大きく変化する。そのため、平板や円筒などの形状が比較的単純な場合を除き、ガイド波の伝搬挙動を理論的に把握することは不可能である。

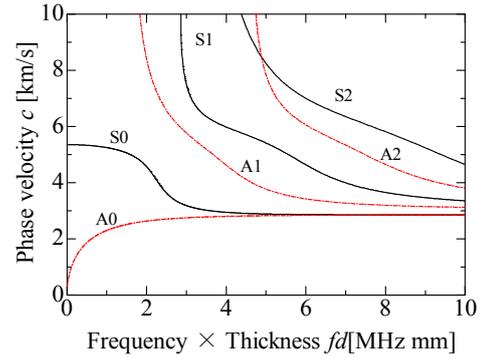
そのため、複雑な形状を持つ構造体にガイド波を伝搬させる場合において、数値解析的手法を用いて伝搬挙動を把握する試みが行われている⁹⁾。しかし、一般的な音響モデルと比較して境界条件が複雑かつ境界条件による解析結果への影響が強いことや、空間的な分割数をより多く取らなければいけないことなどの問題から、ガイド波の伝搬挙動を把握するための数値解析的手法は確立されていない。

本研究では、ガイド波の伝搬挙動を把握できる数値解析的手法の確立を目的とし、ガイド波の伝搬挙動に大きな影響を及ぼすと考えられる境界条件の設定法について新たな提案を行う。また、提案法を用いてガイド波のうち理論解の導出方法が確立されている板波、特に Lamb 波についての数値解析を行い、理論解との比較を行う。最後に、数値解析モデルと同等の測定実験を行い、数値解析により得られた結果との比較を行う。

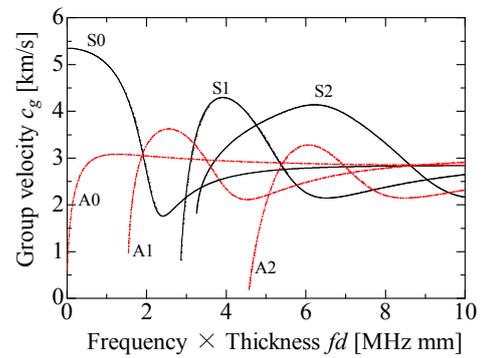
2. Lamb 波伝搬特性

Lamb 波は平板中を伝搬するガイド波の一種であり、平板の材質やその厚さ、超音波の周波数に依存して伝搬特性が大きく変化するという特徴を持っている。また、S(Symmetric)モード、A(Anti-symmetric)モードという伝搬形態の異なる 2 種類のモードが存在し、さらにそれぞれの高次モードが同時に伝搬する。その伝搬特性は、平板材料の音速が既知であれば(1)、(2)式に示す Rayleigh-Lamb 方程式から Lamb 波の位相速度 c の速度分散曲線(理論解)を算出することができる。

$$\frac{\tan(k_\alpha d/2)}{\tan(k_\beta d/2)} = -\frac{(k^2 - k_\beta^2)^2}{4k^2 k_\alpha k_\beta} \quad (1)$$



(a) 位相速度



(b) 群速度

Fig.1 アルミニウムにおける分散曲線

$$\frac{\tan(k_\alpha d/2)}{\tan(k_\beta d/2)} = -\frac{4k^2 k_\alpha k_\beta}{(k^2 - k_\beta^2)^2} \quad (2)$$

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad k_\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2}, \quad k_\beta = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2}$$

ここで、 k は波数、 d は板厚、 ω は角周波数、 c は Lamb 波の移送速度である。本研究では Lamb 並みの伝搬媒質として、一般に工業材料として多く用いられているアルミニウム(縦波音速 $c_L=6400$ m/s, 横波音速 $c_T=3040$ m/s)を用いる。速度分散曲線を Fig.1(a), (b)に示す。

本研究では解析結果と理論値との比較を行うため、多数のモードが混在することで解析結果が複雑になることは好ましくない。そのため、S0 モードおよび A0 モードの二

つの基本モードのみが発生・伝搬すると考えられる 1 MHz mm の領域，すなわち入力信号の周波数を 1 MHz, 平板の厚さを 1 mm として数値解析を行う．また，超音波の入射角度を Fig.1 の速度分散曲線と Snell の法則を用いて求められる臨界角に設定することで，特定のモードを効率よく発生できることが知られている．そこで，本報告では S0 モードが効率よく励起されるような入射角での数値解析を行う．

3. DSG-FDTD 法による数値解析

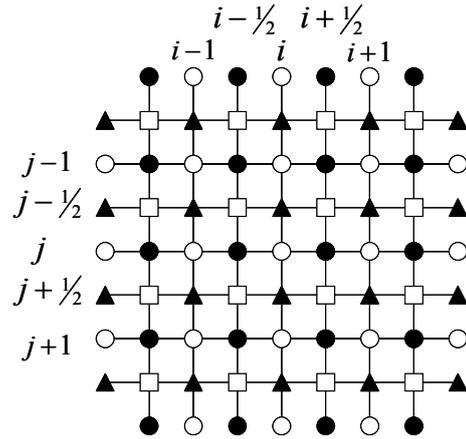
本研究では数値解析的手法として DSG-FDTD 法(diagonally staggered grid – finite difference time domain method: 対角線スタガード格子時間領域差分法)¹⁰⁾を用いる．DSG-FDTD 法は SSG(standard staggered grid: スタガード格子)-FDTD 法¹¹⁻¹³⁾の座標軸を θ だけ回転させた座標軸を用いる解析手法である．任意の角度だけ座標を回転させることにより同種の媒質定数を一直線上に並べることが可能であり，境界条件の設定が容易になると考えられる．

3.1. DSG-FDTD 法による定式化

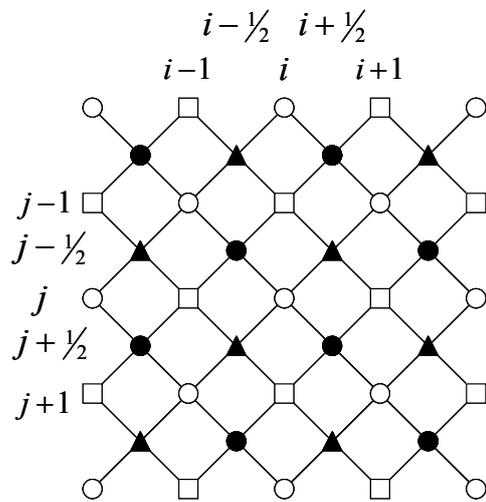
DSG-FDTD 法では一階の微分方程式を時間および空間的に差分化することで定式化を行う．本研究では，弾性波動伝搬の微分方程式として(3)，(4)式に示す Hook の法則および運動方程式を差分化および定式化する．

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial T_5}{\partial z} \\ \frac{\partial T_3}{\partial z} + \frac{\partial T_5}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_3 \\ T_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{13} & c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & c_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} \\ \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4)$$



(a) SSG-FDTD



(b) DSG-FDTD

Fig.2 空間離散化

ここで， ρ は密度， c は弾性スチフネスである．また，Lamb 波の伝搬には y 軸方向の成分は関与しないため省略している．この 2 式の定式化を行うために，Fig.2(b)のような空間離散化を行う．Fig.2(a)は SSG-FDTD 法による空間離散化である．図より，SSG-FDTD 法とは異なり，DSG-FDTD 法では任意の平面に同種の媒質定数のみを配置することができることが分かる．SSG-FDTD 法のように同種の媒質定数が二つの平面に跨って配置されている場合，境界面が厚みを持つことによって解析結果に影響を与える可能性がある．特に，ガイド波の伝搬解析においては，解析対象が複数

の境界面に囲まれているため解析結果に与える影響が大きいと考えられる。これまでガイド波の伝搬解析に DSG-FDTD 法を用いたという報告はないが、DSG-FDTD 法を用いることでこの問題を解決できると考えられる。

3.2. 自由境界の設定

これまで、DSG-FDTD 法を用いた自由境界の設定法としては、自由境界面上に配置されている応力成分に直接零を代入する手法が提案されている⁹⁾。しかしながら、この手法では斜め方向の成分を持つ応力成分を零とするため、厳密には「自由表面上における垂直応力およびせん断応力が零」という条件を満たしていない。他の波動伝搬解析において大きな影響を与えたという報告はされていないが、ガイド波の伝搬解析においては構造体が自由表面に囲まれている場合が多く、境界条件を厳密に設定する必要があると考えられる。そこで本研究では、自由表面上の粒子速度節点に接続されているせん断応力および垂直応力成分のみを零とする手法を提案する。この手法を用いることにより、「自由表面上における垂直応力およびせん断応力が零」という条件を厳密に満たすことができ、かつ自由表面付近での媒質定数の不連続を緩和することができると考えられる。境界条件は(3)、(4)式のようになる。

$$u_{1[i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}]}^{n+\frac{1}{2}} = u_{1[i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}]}^{n-\frac{1}{2}} - 2VPL \left[\left(-T_{1[i-1,j-1]}^{n-1} \right) + \left(T_{1[i-1,j-1]}^{n-1} \right) \sin \theta + \left(T_{5[i,j-1]}^{n-1} \right) \right] \quad (3)$$

$$u_{3[i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}]}^{n+\frac{1}{2}} = u_{3[i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}]}^{n-\frac{1}{2}} - 2VPL \left[\left(T_{3[i,j]}^{n-1} \right) - \left(T_{3[i,j]}^{n-1} \right) \cos \theta + \left(-T_{5[i-1,j]}^{n-1} \right) \right] \quad (4)$$

ここで、 i は x 軸方向、 j は z 軸方向、 n は時間方向のステップ数、VPL は本解析にお

ける安定条件である。また u_1 および u_3 は斜め方向の粒子速度成分、 T_1 および T_3 は斜め方向の応力成分、 T_5 は $x-z$ 平面におけるせん断応力成分である。

3.3. 解析モデル

解析モデルを Fig.2 に示す。解析モデルは斜角探触子をアルミニウム平板に接着し、斜角入射法を用いて Lamb 波を励起するモデルとする。また、斜角探触子の端から 50 mm の地点における垂直方向の振動速度波形を受波波形とする。入力信号は 1 MHz バースト正弦波 1 波とし、伝送線路モデル¹⁴⁾を用いて波形を生成した。板厚は 1 mm とし、超音波の入射角度を S0 モード Lamb 波の発生効率が高くなるように設定する。また、端面での反射が生じないように吸収境界を設定している。媒質定数の値は、音場媒質(アルミニウム)が縦波音速 $c_l = 6420$ m/s、横波音速 $c_t = 3040$ m/s、密度 $\rho = 2.7$ kg/m³、斜角くさび(エポキシ)が縦波音速 $c_l = 2600$ m/s、横波音速 $c_t = 1100$ m/s、密度 $\rho = 2.6$ kg/m³、振動子が縦波音速 $c_l = 4500$ m/s、横波音速 $c_t = 2300$ m/s、密度 $\rho = 5.7$ kg/m³ とする。

3.4. 解析結果

Fig.3 のモデルを用いて数値解析を行った結果を Fig.4 に示す。解析結果より、Lamb 波と考えられる波形を確認した。しかしながら、Fig. 1 に示すように Lamb 波は同時に多数のモードが伝搬するため、波形そのものから Lamb 波の伝搬モードを判別することは困難である。そこで、群速度の速度分散曲線より得られる伝搬時間-周波数分散曲線および Wavelet 変換を用いたモード判別を行う。

Fig.5 に伝搬時間-周波数分散曲線、Fig.6 に Wavelet 変換結果、Fig.7 に伝搬モードの判別結果を示す。Fig.7 より、Wavelet 変換果と S0 モードの理論曲線が重なっているこ

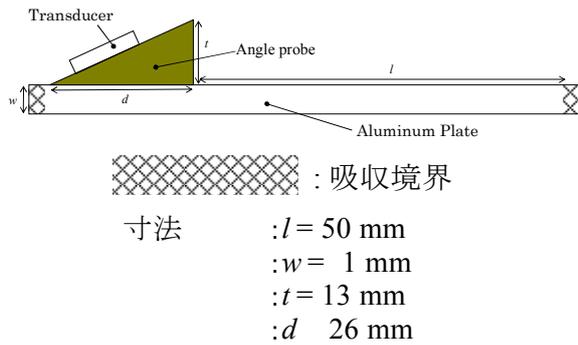


Fig.3 解析モデル

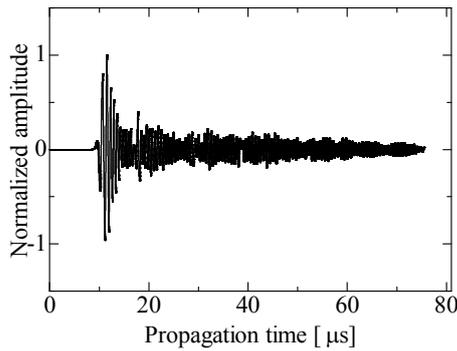


Fig.4 数値解析結果

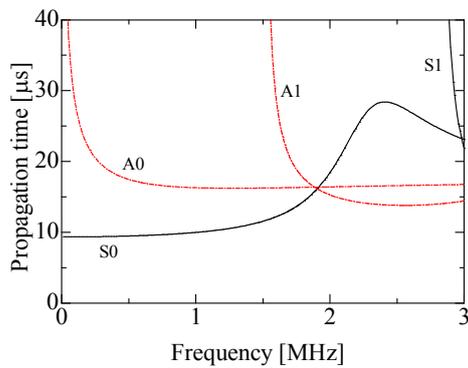


Fig.5 伝搬時間-周波数分散曲線

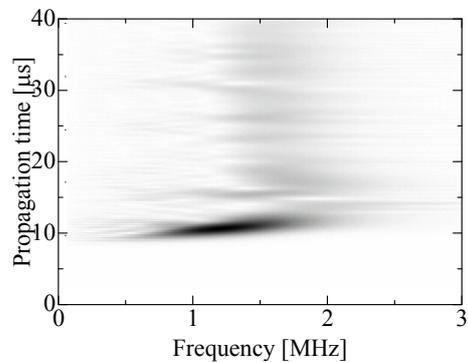


Fig.6 Wavelet 変換結果

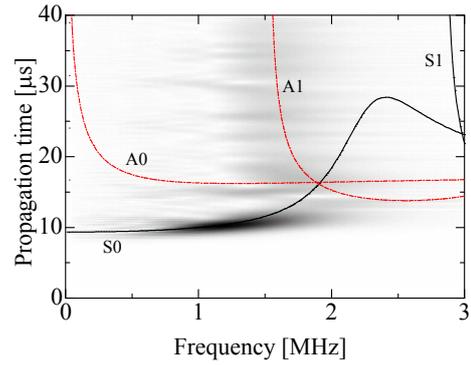


Fig.7 モード判別結果

とから、数値解析により得られた波形は S0 モードであると考えられる。

4. レーザドップラ振動計による測定実験

4.1. 測定システム

数値解析により得られた結果と比較するために、Fig.3 の解析モデルと同等の測定実験を行う。本研究で使用する測定システムを Fig.8 に示す。振動子には 1 MHz バースト正弦波 1 波を印加し、数値解析の結果と同様の地点での振動速度波形を得るため、レーザドップラ振動計を用いて斜角探触子の端から 50 mm の地点の振動速度波形を観測する。

4.2. 実験結果

実験結果を Fig.9 に示す。実験結果より、Lamb 波と考えられる波形が確認できた。解析結果とほぼ同じ時間に受波されていることが分かる。また、解析結果の場合と同様に群速度の速度分散曲線より得られる伝搬時間-周波数分散曲線および Wavelet 変換を用いたモード判別を行う。伝搬モードの判別結果を Fig.10 に示す。Fig.10 より、Wavelet 変換結果と S0 モードの理論曲線が重なっていることから、測定実験により得られた波形は S0 モードであると考えられる。

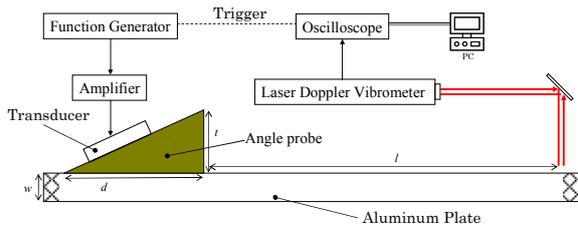


Fig.8 測定システム

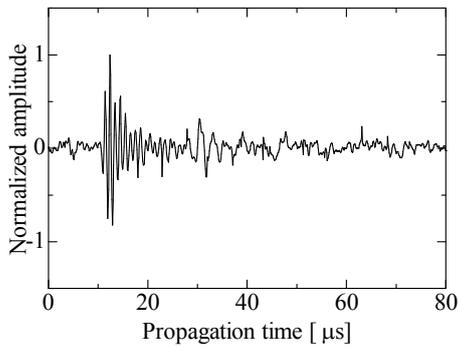


Fig.9 実験結果

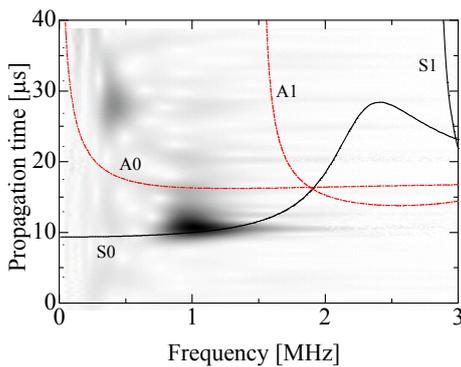


Fig.10 モード判別結果

5. 解析結果と測定結果の比較

解析結果および実験結果を Fig.11 に示す。両者を比較すると、波形の伝搬時間や包絡線のおおまかな形状がよく一致していることが分かる。また、伝搬モード判別によってどちらも S0 モード Lamb 波の波形であることが判別されている。これらのことから、本提案法を用いた数値解析を用いることにより S0 モード Lamb 波の伝搬挙動を把握できたと考えられる。

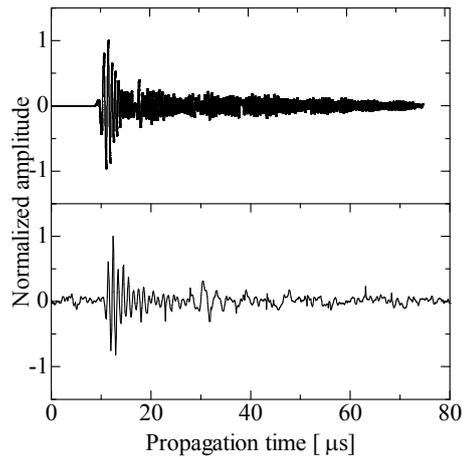


Fig.11 解析結果と実験結果の比較

上：解析結果

下：実験結果

6. おわりに

本研究では、ガイド波の伝搬挙動を把握できる数値解析的手法の確立を目的とし、ガイド波の伝搬挙動に大きな影響を及ぼすと考えられる境界条件の設定法について新たに提案を行った。また、提案法を用いて数値解析を行った結果、理論解および測定実験結果との良い一致が得られた。

今後は、構造物中に欠陥がある場合について本提案法を用いた数値解析を行うことを検討している。

<<参考文献>>

- 1) 日本学術振興会，製鋼第 19 委員会：“超音波探傷法”，日刊工業新聞社，pp.173_190(1974)
- 2) 超音波便覧編集委員会：“超音波便覧”，丸善，pp.62_69(1999)
- 3) 日本学術振興会弾性波素子技術第 150 委員会：“弾性波素子技術ハンドブック”，オーム社，pp.61_64,148_154(1991)

- 4) Kunihiro HORIE, Morimasa NISHIHARA, Kazuhiko IMANO : “Real-Time Measurement of Acoustic Properties of Coating Material Using Surface Wave and Plate Wave”, Jpn. J. Appl. Phys., Vol.44, No.6B, pp.4333_4335(2005)
- 5) Masaya WATANABE, Morimasa NISHIHARA, Kazuhiko IMANO : “Detection of Defects on Reverse Side of Metal Plate Using MHz-Range Air-Coupled Lamb Wave”, Jpn. J. Appl. Phys., Vol.45, No.5B, pp.4565_4568(2006)
- 6) Kazuhiko Imano : “A tilted angle polarization type piezoelectric transducer for plate wave generation” , IEICE Electron. Express, vol. 4, no. 10, pp. 340_343,(2007)
- 7) K. Imano, M. Kondou : “Possibilities of nondestructive evaluation of a pipe using air-coupled ultrasonic wave in the MHz range” , IEICE Electron. Express, vol. 5, no. 17, pp. 668_671,(2008)
- 8) K. Imano, M. Kondou : “Detecting pipe wall reduction using air-coupled MHz range ultrasonic wave” , IEICE Electron. Express, vol. 6, no. 10, pp. 613_617,(2009)
- 9) Tomonori KIMURA, Koichiro MISU, Shusou WADAKA, Mitsuhiro KOIKE : “Discussion on Transmission and Reception of Shear Vertical Wave Propagation along Surface of Test Object”, Jpn. J. Appl. Phys., Vol.46, No.7B, pp.4564_4567(2007)
- 10) Masahiro Sato : “Diagonally Staggered Grid for Elastodynamic Analysis Using the Finite-Difference Time-Domain Method”, Jpn. J. Appl. Phys., Vol.46, No.7B, pp.4514_4520(2007)
- 11) Masahiro Sato : “Application of the finite-difference time-domain method and total field / scattered field formulation to scattering phenomena in solids”, Acoust. Sci. & Tech. Vol.28 ,No.4, pp.260_270 (2007)
- 12) Jean Virieux : “SH-wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method”, GEOPHYSICS, Vol.49, No.2, pp.193/1957(1984)
- 13) Jean Virieux : “P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method”, GEOPHYSICS, Vol.51, No.4, pp.889/901(1985)
- 14) 川西千広, 奥山大太郎, 菊池喜充 : “任意の波形で励振される超音波トランスデューサの等価回路”, 信学論(A), 56-A, pp.141/147(1973)