

# 積分型サンプラを用いたリセットサーボ系の構成

## Composition of reset servo system using integration sampler

○村田 孝平, 佐藤 淳

○Kohei Murata, Atsushi Satoh,

岩手大学

Iwate University

キーワード: Clegg 積分器 (Clegg Integrator), 一次リセット要素 (First Order Reset Elements),  
サーボ系 (Servo System), 時間正常化 (Temporal Regularization), Zeno 解 (Zeno Solution)

連絡先: 〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4-3-5 岩手大学大学院工学研究科機械システム工学専攻  
佐藤 淳, Tel: (019)621-6404, E-mail: satsushi@iwate-u.ac.jp

## 1. 緒言

リセットコントローラは、Clegg が 1958 年に提案した Clegg Integrator が始まりとされている。これは積分器にリセット動作を実装したものであり、その入力と状態が適当な条件を満たすとき、コントローラの状態がゼロにリセットされる。

また、FORE は一次遅れ要素にリセット動作を追加したリセットコントローラで、リセット動作を行う条件は Clegg Integrator と同様である。

リセットコントローラは線形制御システムの本質的な限界を打開することが示されてきた。線形フィードバックにリセット動作を導入することで、システムの速応性の向上や安定化される場合があることが知られている。

通常の線形制御系では、ステップ参照値 (目標値) への追従を考えた場合、積分器を開ループ内に持たせれば、目標値に追従でき、ステップ外乱の影響などを取り除けることが知られている。

一方 FORE を用いたリセットフィードバックシステムではステップ参照値 (目標値) に対する追従は、プラントが積分器を持つ場合保障されるが、そうでない場合は保証されない。

そこで、FORE を用いたリセットシステムにおいてステップ目標値に対する追従を達成するための一手法として、Nesic ら [1] は 2 自由度制御の構成を提案している。しかし、2 自由度制御の問題点として厳密に基本線形システムの静的ゲインが分からなくてはならないため、パラメータ変動に対してロバストに目標値へ追従できない。

そこで本研究では、FORE に積分型サンプラを新たに導入し、1 自由度の構成において、プラントが積分器を持たなくても、ステップ目標値に定常偏差なく追従できることを示す。

## 2. 準備

### 2.1 First Order Reset Elements

リセット要素とは、基本となる線形システムに、その内部状態を瞬間的に変化させるリセット動作を追加したシステムである。本研究では FORE と呼ばれるリセット要素をコントローラとして、線形システムで表される制御対象と構成される Fig.1 のフィードバック系について考える。

FORE は基本的には一次遅れ要素とみなすことが

できる。

すなわち出力  $u$  (内部状態  $x_r$ ) が入力と同符号 ( $ex_r \geq 0$ ) であるときには通常の線形システムとして動作する。一方、異符号 ( $ex_r \leq 0$ ) であるときには内部状態  $x_r$  がゼロにリセットされる。

FORE の状態方程式は次のようである。

$$FORE \begin{cases} \dot{x}_r = \lambda_r x_r + e, & \text{if } ex_r \geq 0 \\ x_r^+ = 0, & \text{if } ex_r \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

ここで  $\lambda_r \in R$  は FORE 基本線形システムの極を表している。

また、(1) 式で  $\lambda_r = 0$  のときを Clegg Integrator と呼んでいる。

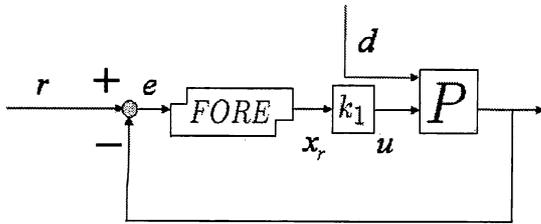


Fig. 1 閉ループ系 (1 自由度系)

### 3. 1 自由度リセット制御系による設定点安定化

#### 3.1 問題設定

$u$  が制御入力、 $y$  が測定プラント出力 ( $A_p, B_{pu}$  と  $C_p$  は適当なサイズの行列) として以下の厳密にプロパーな SISO 線形プラントを考える。

$$\mathcal{P} \begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_{pu} u, \\ y = C_p x_p, \end{cases} \quad (2)$$

#### 3.1.1 時間正常化 (Temporal regularization) と Zeno 解

リセット線形システムには Zeno 解が存在することが知られている [2]。Zeno 解とは有限な時間区間に無限に多くのリセットを生じてしまうような解のことである。リセットシステムではこの現象を避けるために、[2],[3] で提案した時間正常化の概念を

利用することが有効である。

時間正常化とは、リセット発生後ある一定時間経過しないと、再度リセットが生じないような条件を課すことである。そのためにリセット条件に最小リセット間隔  $\rho > 0$  およびタイマーシステムを加える。

#### FORE 設定点安定化器 [1]

Nesic らは設定点安定化のため、FORE を含んだ 2 自由度制御系を提案している。

プラント (2) 式の  $u$  から  $y$  までの伝達関数が原点にゼロ点を持たないと仮定する。また、 $k_1 \neq 0$  でかつ時間正常化されたリセットシステム (1),(2) 式の原点は漸近安定であると仮定する。このとき、次のゲイン  $F$  は定義可能である：

$$F = \begin{cases} \frac{1}{C_p A_p^{-1} B_{pu} k_1}, & \text{if } A_p \text{ is invertible} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

さらに、任意の一定参照入力について以下の FORE は平衡点  $x^* = [x_p^*, x_r^*]^T$  まわりの漸近安定性を保証する。ここで、 $y^* = C_p x_p^* = r$  である。

$$FORE \begin{cases} \dot{x}_r = \lambda_r x_r + e, & \text{if } (r - y)(x_r + Fr) \geq 0 \\ \dot{\tau} = 1, & \text{or } \tau \leq \rho \\ x_r^+ = -Fr, & \text{if } (r - y)(x_r + Fr) \leq 0 \\ \tau^+ = 0, & \text{and } \tau \geq \rho \end{cases} \quad (4)$$

$$Interconnection \begin{cases} u = k_1 x_r \\ e = (1 + \lambda_r F) - y \end{cases} \quad (5)$$

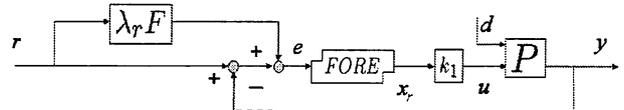


Fig. 2 閉ループ系 (2 自由度系)

ただし、2 自由度系ではフィードフォワードゲイン  $F$  の値を決めるために、基本線形システムの静的ゲイン  $C_p A_p^{-1} B_{pu} k_1$  が正確に分かっていなければならない。そのため、プラントにパラメータ変動がある場合定常偏差はゼロとならず、ステップ目標値へ

追従することが出来ないという問題がある。次にその具体例を示す。

### プラントパラメータ変動に対するロバスト性

(2) 式のプラントを考え、文献 [1] の例と同じ値のパラメータを利用する。ただし、 $\rho=0.001[\text{sec}]$  とした。

$$A_p = -1.5, B_{pu} = 1, C_p = 1, \\ k_1 = 2, \lambda_r = 1, F = -0.75$$

文献 [1] では Fig.2 の 2 自由度構成に用い、単位ステップ入力に対し追従可能なリセット制御の例が示されている。ここでは同じ制御系に対し、プラントパラメータに

$$A_p \rightarrow (1 + \Delta)A_p, B_{pu} \rightarrow (1 + \Delta)B_{pu}, C_p \rightarrow (1 + \Delta)C_p, \Delta = 0.5$$

の変動が生じたときの応答を示す。

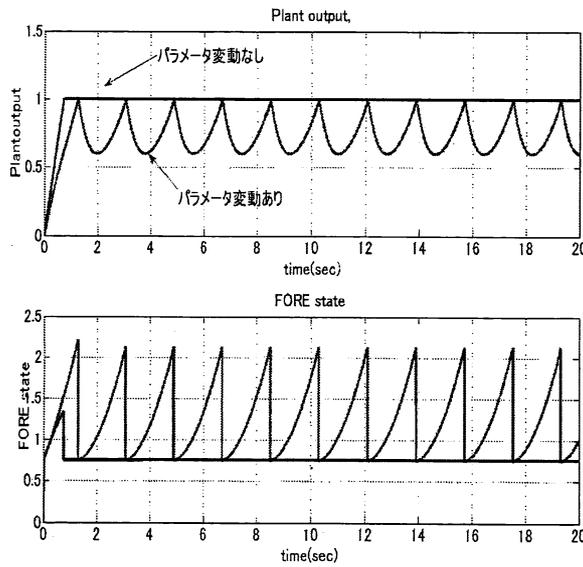


Fig. 3 パラメータ変動あり (太線), パラメータ変動なし (実線)

プラントにパラメータ変動がある場合の、適切なフィードフォワードゲインの値が  $F = -1.7$  となり、Fig.3 に示すように  $F = -0.75$  のままでは目標値へ追従できない。

## 3.2 積分サンプルつきリセットコントローラ

本研究では FORE を用いたリセットシステムが 1 自由度系で設定点安定化を実現する方法を考えたい。そこで FORE のリセット値を積分サンプル動作を含むものに変更した、設定点まわりの漸近安定化が可能であることを示す。 $\tau_i$  を  $i$  回目のリセット発生時刻として、時間正常化を加えた新たな FORE の式は

$$\text{FORE} \begin{cases} \dot{x}_r = \lambda_r x_r + e, & \text{if } ex_r \geq 0 \\ \dot{\tau} = 1, & \text{or } \tau \leq \rho \\ x_r^+(\tau_i) = x_r^+(\tau_{i-1}) + k_2 \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} e(t) dt, & \\ & \text{if } ex_r \leq 0 \\ \tau^+ = 0, & \text{and } \tau \geq \rho \end{cases} \quad (6)$$

である。ここでの  $x_r^+(\tau_i)$  は今回のリセット値で、 $x_r^+(\tau_{i-1})$  は前回のリセット値である。

また  $k_2$  は積分ゲイン、 $\rho$  はリセットの最小間隔である。

閉ループ系のブロック線図は Fig.1 のようになり、(1) 式と比べるとリセットのルールだけが異なっている。

## 3.3 数値例

### 例 1. 目標値への追従の比較

(2) 式のプラントを考える。リセットフィードバックシステムは次の 3 つを考える。

case1 (1) 式のシステム (1 自由度)

case2 (6) 式のシステム (1 自由度)

case3 (4),(5) 式のシステム (2 自由度)

各構成での目標値への追従を明らかにするために、単位ステップ入力に対する応答を比較する。

ここでは  $\rho = 0.001 \text{sec}$  とした。パラメータは文献 [1] の例と同じ値のパラメータを利用する。

$$A_p = -1.5, B_{pu} = 1, C_p = 1, \\ k_1 = 2, \lambda_r = 1, F = -0.75$$

Fig.4 に示すとおり、通常の FORE を用いた case1 では目標値へ追従できない。一方 case2,3 ではどちらも目標値へ追従している。

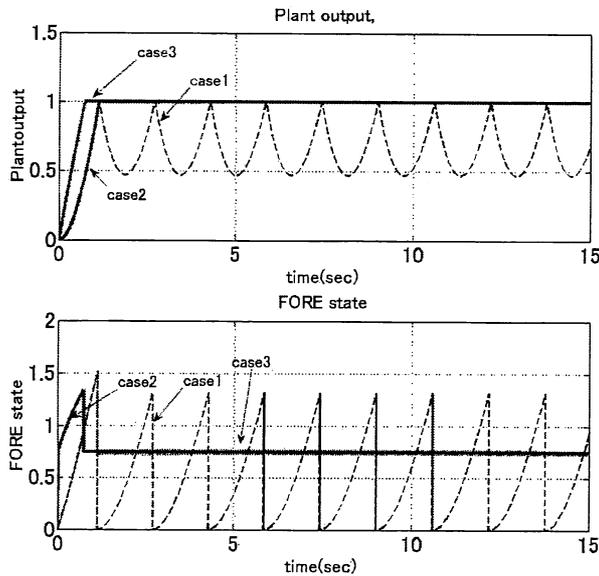


Fig. 4 case1(点線),case2(実線),case3(太線)

しかし、case3では厳密に基本線形システムの静的ゲインが分かっている必要はない。プラントパラメータ変動があると目標値に対して追従できない(Fig.3)。一方でcase2では静的ゲインにある程度の変動があっても目標値に対して追従できるという違いがある。

#### 4. 結言

文献 [1] ではFOREを用いた2自由度制御系を提案し、制御対象が積分器を持たない場合ステップ目標値への漸近的追従を示した。

しかし、このサーボ系設計手法では厳密にフィードバック系の静的ゲインが分かっている必要はない。プラントにパラメータ変動があるとき定常偏差が発生する。

一方、本研究ではプラントまたはコントローラが積分器を持たない場合でも、ステップ参照入力に対し追従可能であるような1自由度制御系を実現するために、新たに積分サンプルつきリセットコントローラ(FORE)を提案した。

数値例より、提案のコントローラを用いたフィードバック系は設定点まわりで安定化されており、2自由度構成とは異なりプラントのパラメータ変動に対してもロバストな追従性能を持つことが示された。

#### 参考文献

- 1) D.Nesic, L.Zaccarian, and A.Teel : Set-point stabilization of SISO linear systems using First Order Reset Elements, In Proceedings of the 2007 American Control Conference, New York City, USA, July 11-13, 2007.
- 2) D.Nesic, L.Zaccarian, and A.teel : First order reset elements and the Clegg integrator revisited, In American Control Conference, pages 563~568, Portland (OR), USA, June 2005.
- 3) D.Nesic, L. Zaccarian, and A.R. Teel, Stability properties of reset systems, In IFAC World Congress, Prague, Czech Republic, July 2005.