

パラメトリック発振利用機器の磁路形状と発振安定性に関する一考察
Study on the Relation between the Shape of Magnetic Path and the
Stability of the Oscillation in Electrical Appliances
Using a Parametric Oscillation

○吉田雅昭* 太田 勝** 笠原大誠** 坂本禎智**
Masaaki Yoshida* Masaru Ohta** Hironobu Kasahara** Yoshinori Sakamoto**

八戸高専 八戸工業大学
*Hachinohe National College of Tech. **Hachinohe Institute of Tech.

キーワード：パラメトリック変圧器(Parametric transformer), パラメトリック発振(Parametric oscillation), 磁気回路モデル(Magnetic circuit model), Mathieu 方程式(Mathieu equation), MATLAB

連絡先：〒039-1192 八戸市田面木上野平 16-1 八戸高専 電気情報工学科
tel:0178-27-7277, e-mail:yoshida-e@hachinohe-ct.ac.jp

1. はじめに

筆者らは、構造簡単、低価格、過負荷保護機能、雑音ろ波機能、定電圧機能を有するパラメトリック発振現象を利用した機器に関する研究を行ってきた。平面磁路構造は、直交磁路構造に比べて、小型、薄型化になるが、磁心の非線形性によって共通磁路での磁束の振る舞いがより複雑となり、動作の解明が困難となっている。そこで、筆者らは、パラメトリック発振利用機器の一例として、平面磁路形パラメトリック変圧器を取り上げ、Mathieu 方程式に基づく変圧器の動作方程式とパラメトリック発振の安定性についての検討を行い、その手法が有効であることを明らかにした。今回は、変圧器の磁路形状の異なる2つの変圧器を製作し、その磁化特性が磁束の5次式として表されたときの近似係数を見積り、磁路形状と発振の安定性について検討した。

2. 平面磁路形パラメトリック変圧器の基本特性

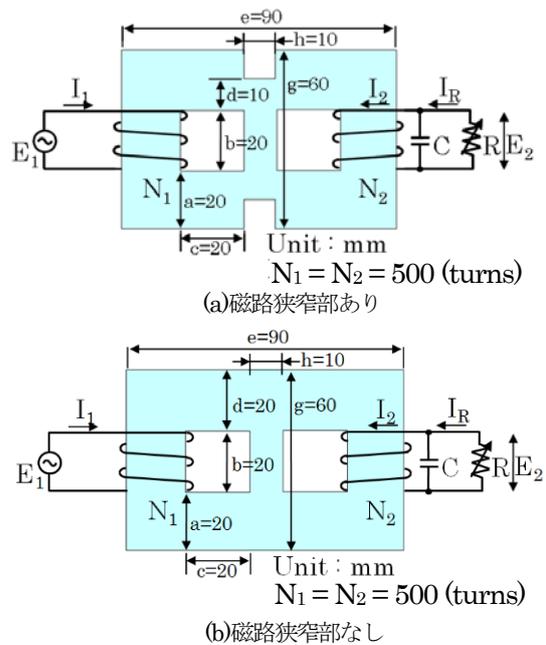


図1 平面磁路形パラメトリック変圧器の構成

今回、磁路形状の比較を行うため、図1のような2種類の形状で、実験を行う。図1(a)は、共通磁路の上下に溝を掘って磁路を狭くしており、磁路狭窄部を形成した。今後、本研究資料で、図1(a)は、磁路狭窄部がある場合なので、溝あり、図1(b)は、磁路狭窄部がない場合なので、溝なしと呼ぶことにする。巻線数は共に $N_1=N_2=500$ 回で、材質は無方向性ケイ素鋼板を使用し、板厚 0.35mm の鋼板を 50 枚積層した。

この変圧器は、パラメトリック発振を生じさせるために、励磁側及び共振側磁路よりも共通磁路を狭くした。励磁電圧によって励磁側巻線に生じた磁束は、共通磁路の共振側から見た磁気抵抗を励磁周波数の2倍で変化させる。よって、共振側巻線にパラメトリック発振電圧が誘起する。

図2、図3に図1の各変圧器の励磁電圧—共振電圧特性を示す。同調用コンデンサ容量が $20\mu\text{F}$ から $90\mu\text{F}$ の範囲でパラメトリック発振が生じた。 $90\mu\text{F}$ 以上のコンデンサ容量でも発振が生じると思われるが、共振側のコイルを流れる電流が許容

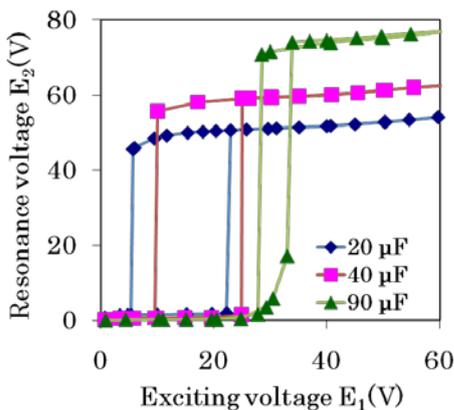


図2 平面磁路形パラメトリック変圧器の励磁電圧—共振電圧特性 (溝あり)

範囲を超えることから $90\mu\text{F}$ で実験を終えた。パラメトリック発振が確立する励磁電圧と発振が停止する時の励磁電圧は異なり、ヒステリシスを持つ。また、図2、3から、同調用コンデンサを同一の条件で測定した場合、溝なしの方が、パラメトリック発振が確立する励磁電圧、共振電圧共に高くなった。このことから、磁路の寸法形状による特性の変化が見て取れる。また、図3の発振

停止直前の領域で緩やかな曲線を描くことについては、鉄共振の影響が考えられる。

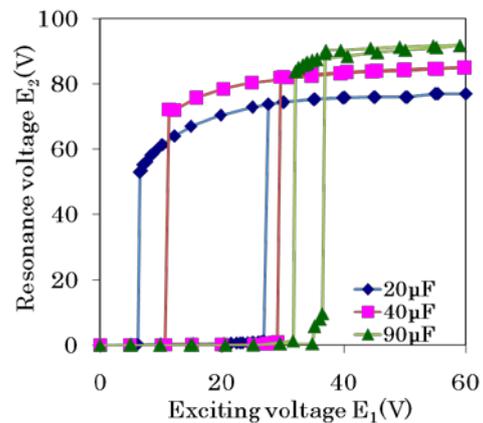


図3 平面磁路形パラメトリック変圧器の励磁電圧—共振電圧特性 (溝なし)

図4に溝あり、図5に溝なしの変圧器の負荷特性を示す。ただし、同調用コンデンサは $40\mu\text{F}$ とした。このとき、励磁電圧 E_1 は、 25V 、 30V 、 40V 、 50V とし、比較検討した。

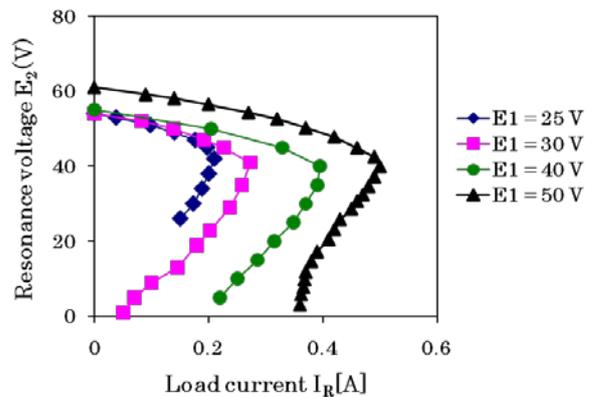


図4 平面磁路形パラメトリック変圧器の負荷特性 (溝あり $C=40\mu\text{F}$)

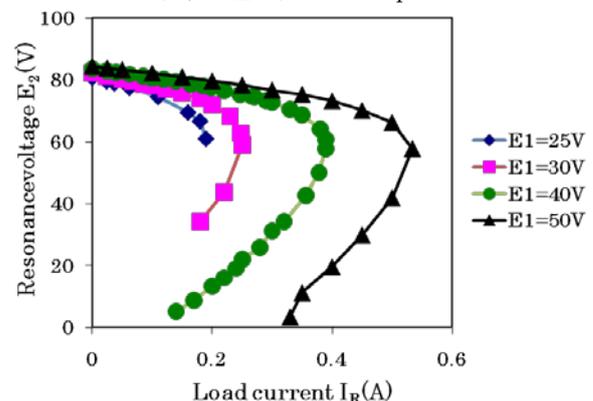


図5 平面磁路形パラメトリック変圧器の負荷特性 (溝なし $C=40\mu\text{F}$)

図 1(b)の寸法形状で、負荷特性のピークにおける共振電圧は大きくなり、ピーク以降は、図 1(a)の寸法形状と同様の過負荷保護機能が働いている。また、共振電圧、負荷電流を共に大きくすることができるため、出力や効率も上昇することが理解できる。

図 6 は、本変圧器の溝がある場合の出力電力、効率の励磁電圧依存性を示す。ただし、同調用コンデンサは $40\mu\text{F}$ とした。励磁電圧 40V、負荷電流 0.38A で、最大出力は 17.1W となり、最大効率 78.2% となった。

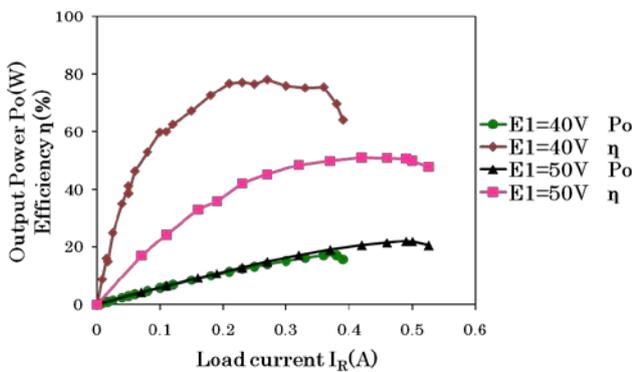


図 6 平面磁路形パラメトリック変圧器の出力電力と効率 (溝あり $C=40\mu\text{F}$)

図 7 は、本変圧器の溝がない場合の出力電力、効率の励磁電圧依存性を示す。ただし、同調用コンデンサは $40\mu\text{F}$ とした。励磁電圧 50V、負荷電流 0.45A で、最大出力は 31.5W となり、最大効率 87.9% となった。

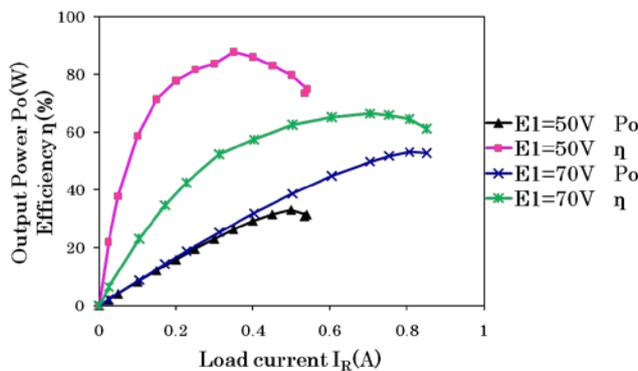


図 7 平面磁路形パラメトリック変圧器の出力電力と効率 (溝なし $C=40\mu\text{F}$)

図 6、7 で、励磁電圧を増加させ、負荷電流を

さらに増加させると、出力電力、効率共に低下する。これは、磁心の損失によるものと考えられる。

3. 磁気回路とMathieu方程式

(1) 近似係数の算出

ここで、磁路狭窄部とパラメトリック発振特性の関係を調べるために利用する近似係数の算出について述べる。図 8 は、本変圧器の磁気回路モデル²⁾である。励磁側及び共振側の磁気抵抗を共に R_a 、共通磁路の磁気抵抗を R_b 、中央溝による磁路狭窄部分の磁気抵抗を R_c 、励磁側及び共振側の磁束を ϕ_1 、 ϕ_2 とした場合の磁気回路モデルである。ただし、漏れ磁束は考慮していない。また、磁気抵抗 R_a は、 R_b と R_c に比べて十分小さいものとして無視する。

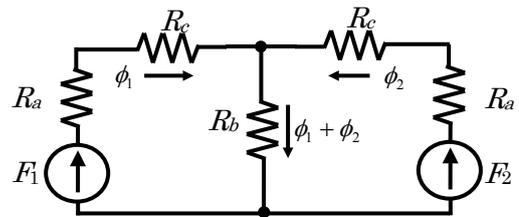


図 8 平面磁路形パラメトリック変圧器の磁気回路モデル

本変圧器の共通磁路の磁気抵抗 $f_b(\phi)$ と中央溝による磁路狭窄部の磁気抵抗 $f_c(\phi)$ が磁束の 5 次式³⁾で表されるものとする、次式のようなになる。

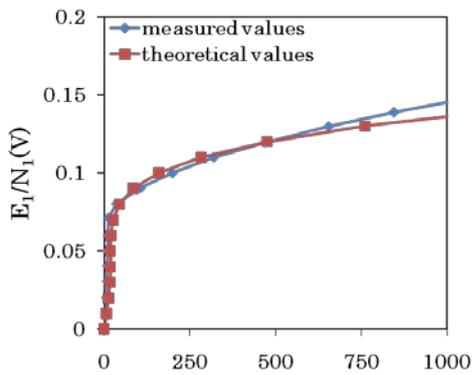
$$f_b(\phi) = b_1\phi + b_3\phi^3 + b_5\phi^5 \quad \dots \dots (1)$$

$$f_c(\phi) = a_1\phi + a_3\phi^3 + a_5\phi^5 \quad \dots \dots (2)$$

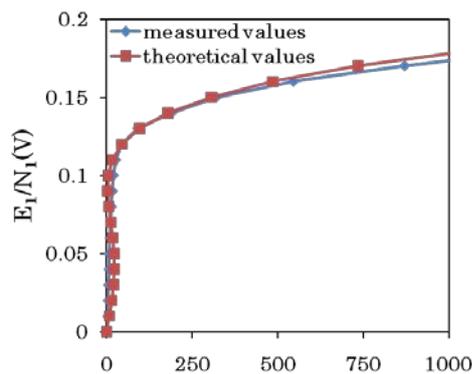
(1)、(2)式を利用して、励磁側の閉回路を次式⁴⁾のように表すことにする。

$$x_n = NI = (a_1 + b_1) \frac{y_n}{4.44f} + (a_3 + b_3) \left(\frac{y_n}{4.44f}\right)^3 + (a_5 + b_5) \left(\frac{y_n}{4.44f}\right)^5 \quad \dots \dots (3)$$

(3)式から、3 元 1 次連立方程式を解き、図 9 のように、測定値と理論値が一致するような磁心の近似係数は、表 1 のようになる⁶⁾。この近似係数を利用して、本変圧器の動作点を求める。



(a)溝あり



(b)溝なし

図9 磁化特性の測定値と理論値

表1 変圧器の形状による近似係数の比較

	図 1(a)	図 1(b)
a_1+b_1 A/Wb	9.3994×10^4	1.8134×10^5
a_3+b_3 A/Wb ³	-2.5274×10^{12}	-1.9933×10^{12}
a_5+b_5 A/Wb ⁵	1.7007×10^{19}	5.6608×10^{18}

(2)動作点について

図 10 は、負荷抵抗を考慮した本変圧器の回路図である。ただし、 r_2 は共振側の巻線抵抗、 R は負荷抵抗となっている。

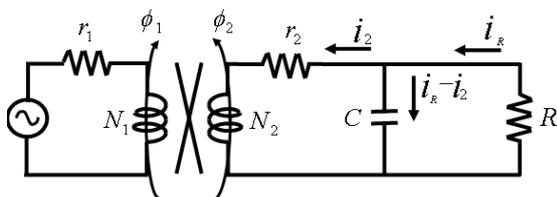


図10 負荷抵抗を考慮した

平面磁路形パラメトリック変圧器の回路図

この回路から次式が得られる³⁾。

$$N_2 \frac{d^2 \phi_2}{dt^2} + \frac{N_2}{CR} \frac{d\phi_2}{dt} + r_2 \frac{di_2}{dt} + \left(\frac{r_2}{CR} + \frac{1}{C} \right) i_2 = 0 \dots (4)$$

(4)式は、図 8 の磁気回路モデルと図 10 の電気回路モデルから、次式のようになる⁹⁾。

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \phi_2}{dz^2} + (a - 2q \cos 2z + k \cos 4z) \phi_2 \\ & + \left[\frac{1}{\omega CR} + \frac{r_2}{\omega N_2^2} \left\{ a_1 + b_1 + 3b_3 \phi_{1m}^2 \sin^2 z + 5b_5 \phi_{1m}^4 \sin^4 z \right. \right. \\ & + (6b_3 \phi_{1m} \sin z + 20b_5 \phi_{1m}^3 \sin^3 z) \phi_2 \\ & + \left. \left. (3a_3 + 30b_5 \phi_{1m}^2 \sin^2 z) \phi_2^2 + 20b_5 \phi_{1m} \sin z \phi_2^3 + 5(a_5 + b_5) \phi_2^4 \right\} \right] \frac{d\phi_2}{dz} \\ & + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 = 0 \\ & \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

ここで、 ϕ_2 に関わる係数 a 、 $2q$ 、 k は、

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\omega^2 N_2^2 C} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) (a_1 + b_1) \\ &+ \frac{b_3}{2} \phi_{1m}^2 \left\{ \left(6 \frac{r_2}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 3 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2 \right. \\ &+ \left. \frac{3}{8} b_5 \phi_{1m}^4 \left\{ \left(20 \frac{r_2}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 5 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2 \right\} \right. \\ &\dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2q &= \frac{\phi_{1m}^2}{2} \left\{ b_3 \left\{ \left(6 \frac{r_2}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 3 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2 \right. \right. \\ &+ \left. \left. b_5 \phi_{1m}^2 \left\{ \left(20 \frac{r_2}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 5 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2 \right\} \right. \right. \\ &\dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &= \frac{b_5 \phi_{1m}^4}{8} \left\{ \left(20 \frac{r_2}{\omega N_2^2} \right)^2 + \left\{ 5 \frac{1}{\omega^2 C N_2^2} \left(\frac{r_2}{R} + 1 \right) \right\}^2 \right. \\ &\dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

ここで、(5)式の $k \cos 4z \phi_2$ ⁴⁾、 $d\phi_2/dz$ の項 (以下減衰項という) の一部、非線形項 A_1 から A_9 ⁵⁾ を無視した(9)式を利用して、動作点の励磁電圧依存性を考えてみる。

$$\frac{d^2\phi_2}{dz^2} + (a - 2q \cos 2z)\phi_2 + \left\{ \frac{1}{\omega CR} + \frac{r_2}{\omega N^2}(a_1 + b_1) \right\} \frac{d\phi_2}{dz} = 0$$

. (9)

(9)式を数値解析ソフト MATLAB で解析すると、図 11 のように、その解は発散領域（空白）と収束領域（黒点）で表される⁴⁾。発散領域は、パラメトリック発振が生じる不安定領域、収束領域は、パラメトリック発振が停止する安定領域を表す⁷⁾。この図に、本変圧器の実験結果と前節の近似係数を(6)、(7)式に代入して求めた動作点を重ねた。図中の■は溝ありの変圧器、●は溝なしの変圧器の動作点をそれぞれ表す。この動作点は、パラメトリック発振の安定・不安定領域と完全に一致していないが、磁路狭窄部の寸法形状を変化させることによって、励磁電圧が調整できることを示している。

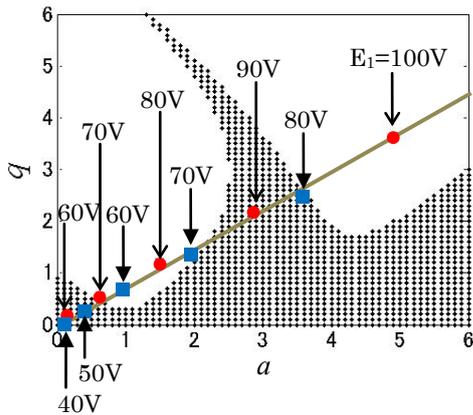


図 11 動作点の励磁電圧依存性 ($C=40\mu\text{F}$, $R=250\Omega$)

また、(9)式の減衰項の係数を γ とすると、これを算出するための条件をまとめたものが表 2 となる⁸⁾。図 11 は、表 2 の結果を考慮したものである。この減衰項の影響によって、黒点領域は、 q 軸に沿って移動し、変圧器の動作点に接近する。このとき、(6)、(7)式によって、 a と q が定まるので、動作点の傾きは一定となり、黒点領域のみが移動することになる。例えば、溝あり (■) と溝なし (●) の 70V に注目する。ここでは、黒点領域が接している状態と見て取れ、パラメトリック発振がやや不安定な状態と考えられる。次に、溝あり (■) の 60V と溝なし (●) の 80V では、空

白領域にあるため、パラメトリック発振が生じることを示す。よって、この動作点とパラメトリック発振の安定性が明確になれば、変圧器の設計指針となり得る。

表 2 減衰項 γ の算出

	図 1(a)	図 1(b)
a_1+b_1	9.3994×10^4	1.8134×10^5
ω	$2\pi \times 50\text{Hz}$	
C	40 μF	
R	250 Ω	
N	500turns	
r_2	4 Ω	
γ	0.3230	0.3268

さらに、表 2 から、近似係数 a_1+b_1 の違いによる γ の変化は 1%程度となり、 γ の第一項である $1/\omega CR$ の影響が支配的であることが理解できる。

また、図 4 の負荷特性における励磁電圧は、図 11 の aq 平面上では、 $a=1$ 付近にあると考えられ、その付近の磁路形状の近似係数と詳細な励磁電圧との関係をさらに調べた。図 12 は、図 1(a) の 1 次の近似係数のみを変化させた場合の詳細な励磁電圧を見積もった結果である。

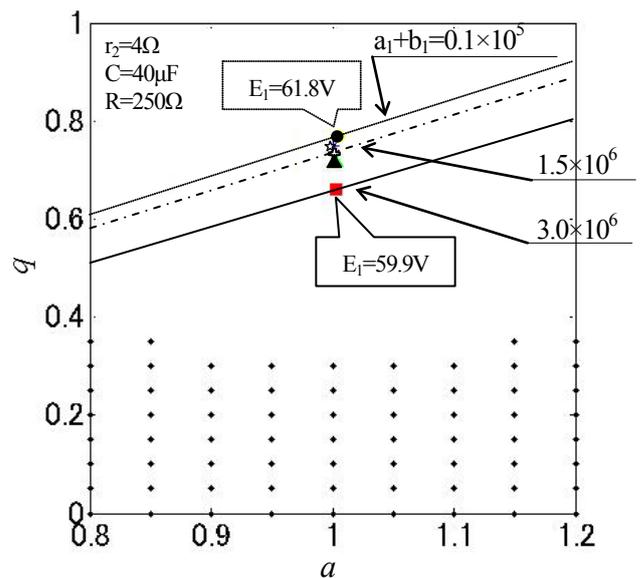


図 12 近似係数と励磁電圧

この結果から、動作線の傾きは、近似係数の変化に対して、ほぼ一定となる。また、近似係数が小さくなると、 $\alpha=1$ 付近の励磁電圧 E_1 が大きくなり、動作線は発振が不安定領域へ移動する。さらに、 E_1 が小さくなると動作線は発振停止領域に近づくことが見て取れる。よって、溝なしの変圧器では、磁化特性は線形であると考えられるので、発振停止領域に近づくことが理解できる。

4. まとめ

磁路狭窄部の異なる寸法形状の2つの変圧器を製作し、比較検討を行い、次のようなことが分かった。

1. 本変圧器の磁路形状によって、同程度の励磁電圧であっても負荷電流を変化させることができる。
2. 磁路形状による近似係数と励磁電圧の関係から、本変圧器の動作領域が決定される。
3. 本変圧器の動作領域とパラメトリック発振の関係が定性的に説明できるので、変圧器の最適設計に役立つ成果であると考えられる。

文献

- (1) Yoshinori Sakamoto, Mitsuo Natsusaka, and Masaru ohta: "Present Status of the Analysis of Electrical Appliance Using a Parametric Oscillation" the paper of Technical meeting on Magnetism, IEEJ, MAG-01-67 (2001) (in Japanese)
- (2) 坂本禎智・夏坂光男・太田勝:「パラメトリック発振利用機器の動作解析の現状」、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-01-67 (2001)
- (3) Masatoshi Ara, Masaru Ohta, Mitsuo Natsusaka, Yoshinori Sakamoto: "A basic study using Matlab on the equation of a parametric oscillation in a parametric motor" the paper of Technical meeting on Magnetism, IEEJ, MAG-07-17(2007)(in Japanese).
- (4) 荒雅敏・太田勝・夏坂光男・坂本禎智:「Matlab を用いたパラメトリックモータの発振方程式に関する基礎的検討」、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-07-17(2007)
- (5) E. SALIH TEZ, and I. R. SMITH: "The

Parametric Transformer: A Power Conversion Device Demonstrating the Principles of Parametric Excitation" IEEE TRANSACTIONS ON EDUCATION, VOL. E-27, NO. 2, MAY 1984

- (6) 吉田雅昭・太田勝・夏坂光男・坂本禎智:「Mathieu 方程式による平面磁路形パラメトリック変圧器の動作点に関する基礎的検討」、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-09-35 (2009)
- (7) 吉田雅昭・太田勝・夏坂光男・坂本禎智:「平面磁路形パラメトリック変圧器の Mathieu 方程式に基づく動特性に関する考察」、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-09-134(2009)
- (8) 吉田雅昭・笠原大誠・太田勝・坂本禎智:「平面磁路形パラメトリック変圧器の磁路狭窄部の発振特性に与える影響」、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-10-059(2010)
- (9) 吉田雅昭・太田勝・夏坂光男・坂本禎智:「平面磁路形パラメトリック変圧器の Mathieu 方程式に基づく動特性に関する考察」日本磁気学会誌(2010)