

# 1 軸サーボ系の摩擦モデリングと位置決め制御

## Friction Modeling and Position Control of One Axis Servo System

○金子高太郎, 佐藤俊之, 齋藤直樹

○Kotaro KANEKO, Toshiyuki SATOH, Naoki SAITO

秋田県立大学

Akita Prefectural University

キーワード: 位置制御 (motion control), 摩擦補償 (friction compensation), サーボ系 (servo system), ボールねじ (ball screw)

連絡先: 〒 015-0055 由利本荘市土谷字海老ノロ 84-4 秋田県立大学大学院 システム科学技術研究科 機械知能システム学専攻 自動制御系研究室 金子高太郎,

Tel.: (0184)27-2000(内線 2536), Fax.: (0184)27-2188, E-mail: m12a011@akita-pu.ac.jp

### 1. はじめに

比較的大きな変位を伴う 1 軸サーボ系の位置決め制御において, 一般化動摩擦モデル (Generalized Kinetic friction model) あるいはその派生モデルを用いたモデルベース制御手法が提案されている<sup>1)</sup>. この手法は, オフラインで同定された摩擦モデルを用いた直接的な摩擦補償と, 位置・速度偏差, 目標角速度および慣性モーメントの値から操作量トルクを生成するモデルベース制御則の組み合わせにより良好な追従性能を達成するものである. しかし, この摩擦補償法をモデルベース制御以外の制御則と組み合わせても高い位置決め制御を実現できる可能性がある. そこで本報告では, モデルベース制御則の代わりに LQ サーボ系およびモデル予測制御の一種であるモデル機能制御 (Predictive Functional Control; PFC) を含むいくつかの制御則を実装し, それらの出力と追従性

能を調べることで, 各制御則の比較検討をおこなう.

### 2. 実験装置と摩擦モデリング

本報告で使用する実験装置の仕様を表 1 に, 外観図を図 1 に示す. なお, 本報告ではキャリッジを動かす範囲を明確にするために, 約 12 cm 毎に AB, BC, CD, DE の 4 つの測定区間を設けた. このうち本研究では区間 BC を用いることとする. 以下に本報告で用いる一般化動摩擦

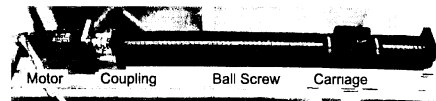


Fig. 1 External view of experimental apparatus

Table 1 Specification of experimental apparatus

駆動モータ	0.28 Nm, 1660 rpm, 24.0 V
エンコーダ	カウント/回転 (分解能) :1000
モノキャリア	日本精工, MCM08050H10K, ストローク : 500 mm, ボールねじのリード : 10 mm

(GK) モデルを示す.

$$T_f = \begin{cases} \left( T_c + (T_s - T_c) e^{-|\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_{str}}|} \right) \text{sgn}\dot{\theta} + D\dot{\theta}, & \dot{\theta} \neq 0, \\ T_e, & |T_e| < T_s, \dot{\theta} = 0, \ddot{\theta} = 0, \\ T_s \text{sgn}T_e, & |T_e| > T_s, \dot{\theta} = 0, \ddot{\theta} \neq 0. \end{cases} \quad (1)$$

ここで,  $T_c$  はクーロン摩擦トルク,  $D$  は粘性摩擦係数,  $T_e$  は外部トルク,  $T_s$  は静止摩擦領域と動摩擦領域との間の境界を特徴付ける brake-away トルク,  $\dot{\theta}_{str}$  はストライベック速度である (Fig.2(b) 参照).

次に実機の摩擦特性を求めるために, 二つの異なった測定を実行する. 一つは breakaway トルクを得るための測定である. まずキャリアッジを測定する区間の前の区間の端に移動させ, 指示電圧を 0.1V/s の割合で徐々に増加させる. そして, エンコーダが微小変位 (エンコーダ 80 パルス分) を検出した瞬間に, その時の位置と制御電圧を記録する. これを 10 回ずつ, 各区間で正回転と逆回転の両方を行う. もう一つは動摩擦パラメータ値を得るための測定である. すなわち, キャリッジを定速で動かす際の発生トルクを記録する. なお, 定速運転は PID コントローラにより実現しており, 速度を様々に変えながら測定を繰り返す (各区間で正回転と逆回転の両方を記録). また, 発生トルクは電流モニタのモニタ電圧をトルクに換算するプログラムによって計算している.

実機の摩擦モデルを同定するためのパラメータは, breakaway トルク  $T_s$ , クーロン摩擦トルク  $T_c$ , ストライベック速度  $\dot{\theta}_{str}$ , 粘性摩擦係数  $D$  の 4 つである. 実験データから  $T_s$  と  $T_c$  を求めることは容易だが,  $\dot{\theta}_{str}$  と  $D$  の正確な値を求めることは容易ではない. そのため, その二つの係数を最小二乗法に基づくカーブフィットによって求めた. なお, 同定の際には 0 rad/s に

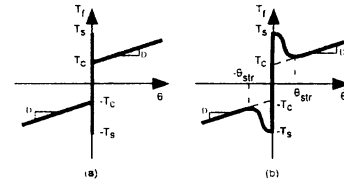


Fig. 2 (a) The Static-plus-Coulomb-plus-Viscous (SCV) friction model; (b) The General Kinetic Friction (GK) model

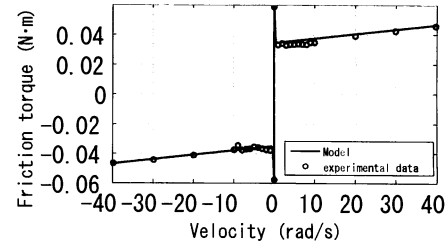


Fig. 3 Observed value of friction torque and GK friction model torque(zone BC)

相当する速度を正回転側及び逆回転側においてそれぞれ  $\pm 0.001$  rad/s とした. この理由は, 速度が 0 rad/s の時に対応するトルクが二つ存在するという状態を避けるためである. 摩擦モデルの同定結果を式 (2) と図 3 に示す.

$$T_{fBC} = \left( 0.0346 + (0.0588 - 0.0346) e^{-|\frac{\dot{\theta}}{0.2830}|} \right) \text{sgn}\dot{\theta} + 3.0216 \times 10^{-4} \dot{\theta}. \quad (2)$$

### 3. 摩擦補償と位置決め制御

制御対象の状態方程式は次のようになる.

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{D}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{K_s}{J} \end{pmatrix} e_a(t). \quad (3)$$

ここで,  $K_s$  はドライバ指示電圧から発生トルクへの変換係数,  $J$  は慣性モーメント,  $D$  は粘性摩擦係数,  $e_a$  は入力電圧,  $\theta$  は角度である. なお,  $K_s = 0.0801$  N·m/V,  $J = 1.6928 \times 10^{-4}$  kg·m<sup>2</sup>,  $D = 5.6201 \times 10^{-4}$  kg·m<sup>2</sup>/s である.

式 (2) を用いた摩擦補償は図 4 のようになう. ここで,  $T$  は発生トルク,  $\omega$  は角速度,  $T_f$

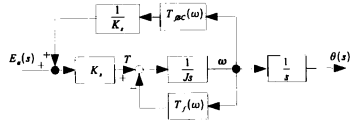


Fig. 4 Block diagram for friction compensation

は角速度に応じて外乱トルクを発生する非線形関数である。

次に PID 制御, PD 制御, モデルベースト (MB) 制御, LQ サーボ系, および PFC の各制御則を設計し実装する。なお, 本報告ではむだ時間を無視する。PID 補償器と PD 補償器の伝達関数はそれぞれ

$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{\varepsilon s + 1}, \quad (4)$$

$$C(s) = K_P + \frac{K_D s}{\varepsilon s + 1} \quad (5)$$

で与えられる。ここでは,  $\varepsilon = 0.006$  に取り, PID 制御をおこなう場合には  $K_P = 2.2$ ,  $K_I = 2.6$ ,  $K_D = 0.1$  に取る。また, PD 制御を行う場合には  $K_P = 2.3$ ,  $K_D = 0.1$  とする。また, モデルベースト (MB) 補償器は

$$C(s) = J\ddot{\theta}_d + K_d\dot{e} + K_p e \quad (6)$$

で与えられる。ここで  $\theta_d$  は目標値,  $e$  は目標値と出力の偏差,  $K_d = 1.3$ ,  $K_p = 2.5$  である。LQ サーボ系の制御則は

$$u = -K \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \bar{N}\theta_d \quad (7)$$

で与えられる。評価関数を

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left( x_d(k)^T Q x_d(k) + r e_a(k)^2 \right) \quad (8)$$

として, 重み行列を

$$Q = \begin{pmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, R = 1 \quad (9)$$

にとると,

$$\begin{cases} K = (k_1 \ k_2) = (24.6751 \ 0.8376) \\ \bar{N} = 24.6751 \end{cases} \quad (10)$$

を得る。PFC の制御則は以下の式のようになる。

$$u(k) = k_0 \{c(k) - y_p(k)\} - \sum_{m=1}^{d_e} k_m e_m(k) + \nu_x^T x_M(k). \quad (11)$$

ここで,  $c(k)$  は設定値 (set-point),  $y_p(k)$  は実プラント出力,  $d_e$  は将来の予測誤差を多項式近似する際の次数,  $e_m(k)$  は将来の予測誤差を多項式近似する際に用いる未知係数,  $x_M$  は制御対象モデルの状態変数である。また,  $k_0$ ,  $k_m$ ,  $\nu_x$  は, 以下の式によって与えられる。

$$k_0 = \nu^T \begin{pmatrix} 1 - \alpha^{h_1} \\ \vdots \\ 1 - \alpha^{h_{n_h}} \end{pmatrix}, \quad k_m = \nu^T \begin{pmatrix} h_1^m \\ \vdots \\ h_{n_h}^m \end{pmatrix},$$

$$\nu_x = - \begin{pmatrix} C_M^T (F_M^{h_1} - I) \\ \vdots \\ C_M^T (F_M^{h_{n_h}} - I) \end{pmatrix}^T \nu,$$

$$F_M \in \mathbb{R}^{n \times n}, C_M^T \in \mathbb{R}^{1 \times n}. \quad (12)$$

ここで,  $\alpha$  は  $\alpha = e^{-3T_s/T_{CLRT}}$  で与えられ,  $T_s$  はサンプリング周期,  $T_{CLRT}$  は希望する閉ループ応答時間 (set-point の 95% に応答が到達するために必要な時間) である。また,  $h_j$  は一致点 (coincidence point) ( $j = 1, 2, \dots, n_h$ ) である。なお,  $\nu$  は以下の式で与えられる。

$$\nu = (y_B(h_1) \dots y_B(h_{n_h}))^T \left\{ \sum_{j=1}^{n_h} y_B(h_j) y_B(h_j)^T \right\}^{-1} U_B(0). \quad (13)$$

ここで,

$$y_B(h_j) = (y_{B_1}(h_j) \dots y_{B_n}(h_j))^T, U_B(0) = (10 \dots 0)^T. \quad (14)$$

ここでは PFC の設計パラメータである希望閉ループ応答時間を 0.005, 基底関数の最大次数を 1 に取り, 過去 20 サンプル分のモデル誤差データに基づく自動補償を有効にしている。

正弦波状の目標値に対する追従性能とコントローラの出力を調べる。図 5 に追従誤差を, 図 6 にコントローラの出力を示す。また, 表 2 に最大追従誤差を, 表 3 に 12 秒まで制御するのに要した操作量のエネルギーを示す。すなわち, 以下の式で計算して求めた。

$$\sqrt{\int_0^{12} u(t)^2 dt}. \quad (15)$$

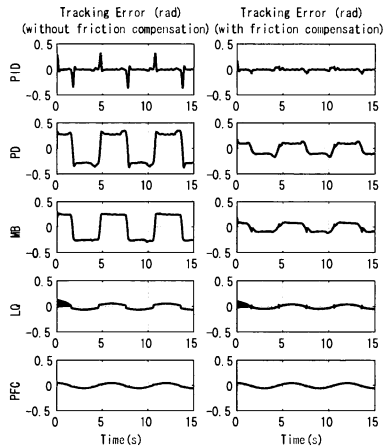


Fig. 5 Tracking errors with different control schemes

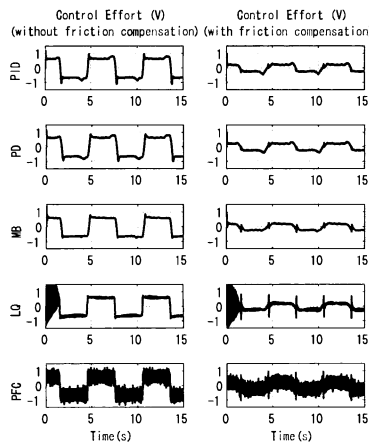


Fig. 6 Control efforts with different control schemes

なお、各制御則のゲインは不安定になる限界の直前まで調整した。実験結果を見ると、どの制御則においても摩擦補償を施した方が追従誤差が小さくなっていることが分かる。追従性能に関しては、古典制御の中ではPID制御が最も良好な結果となった。これは比較した制御則の中で唯一積分要素を含んでいたためであると考えられる。表2より、PFCは最も追従性能が優れていることがわかる。また、表3より、MBはコントローラ出力のエネルギーが最も低かった。なお、LQとPFCに関しては実験中に発振が起り、実機の動作中に音が出ていた。この原因としては高周波領域においてややハイゲイ

Table 2 Max tracking errors

制御則	最大追従誤差 (rad) 摩擦補償なし	最大追従誤差 (rad) 摩擦補償あり
PID	0.3598	0.1669
PD	0.3704	0.1737
MB	0.2962	0.1822
LQ	0.1334	0.1099
PFC	0.0628	0.0560

Table 3 Energy of control effort

制御則	操作量のエネルギー 摩擦補償なし	操作量のエネルギー 摩擦補償あり
PID	2.3180	0.8185
PD	2.3041	0.8176
MB	2.1575	0.6999
LQ	2.4736	1.2459
PFC	2.2600	0.9912

ンになっていることが考えられる。

#### 4. 結言

本報告では、一軸サーボ系の摩擦モデリングと位置決め制御をおこなった。まず、実験装置の摩擦特性を測定し、一般化動摩擦モデルに基づき摩擦を同定した。次に、PD, PID, MB, LQおよびPFCの各制御則を設計・実装し、それらの追従特性の違いと出力を、摩擦補償の有無とともに実験的に比較・検討した。その結果、いずれの制御則においても摩擦補償の効果は確認できた。また、PID, LQ, PFCが良好な追従性能を示すことが確認できた。さらに、LQとPFCとではPFCの方がコントローラ出力エネルギーを抑えながら追従性能を向上させていることを確認した。今後は、無駄時間を考慮した制御則の設計やLQとPFC使用時の発振の抑制、PFCの改良等を検討していく。

#### 参考文献

- 1) Evangelos G. Papadopoulos and Georgios C. Chasparis, "Analysis and Model-Based Control of Servomechanisms With Friction", *ASME Journal of Dynamic Systems, and Control*, vol. 126, pp. 911-915, 2004.