

多重楕円体の切断面による計算機ホログラム

Computer Generated Hologram using Cross-sectional of Coaxial Ellipsoids

○小池健太, 大坊真洋

○Kenta Koike, Masahiro Daibo

岩手大学工学部

Faculty of Engineering, Iwate University

キーワード： ホログラフィ (holography), 計算機ホログラム (Computer Generated Hologram), 楕円 (ellipsoid)

連絡先： 〒 020-8551 岩手県盛岡市上田 4-3-5 岩手大学工学部電気電子工学科大坊研究室
大坊真洋, Tel:(019)621-6983, E-mail: daibo@iwate-u.ac.jp

1. 序論

現在, 立体像を表示する技術が考案, 実用化されているが, その中でもホログラフィ技術は光の波面そのものを記録し再生する技術であるため, 観測者の視機能に不自然な感覚を与えず疲労が少ない¹⁾. そのため, ホログラフィは理想的な立体表示方法であるが, その一方で回折を原理としているため微細で多画素の空間光変調が必要であり, 計算量が膨大となることなどの問題がある.

そこで, これらの問題を解決する方法として, 点光源と再生像の2点からなる位相面を計算し, これによりホログラムに描かれる干渉パターンを数式化する手法を提案する. この手法は, 記録する物体の光の強度や位相を1ピクセルごとに計算する従来の手法と異なるものである.

本研究は, 楕円体軌道を経由した2焦点間の距離が一定であるという楕円の性質を利用し, 等位相面を計算することを特徴とし, 全空間のホログラムを得ることができる.

2. ホログラフィの原理

ホログラフィは, 光の波面を記録し, 同じ波面を再現する技術である. 光の波面を記録をするためには, ホログラフィ用の写真乾板を平面上に置き, 物体表面で散乱されたレーザー光(これを物体光という)と, それと同じレーザー光源が発した照明光(これを参照光という)を照射する. レーザー光は可干渉性という性質を持ち, 2つ以上の波面が同時に存在すると空間的に強めあったり弱めあったりして干渉縞を作り出す. 従って, 物体光と参照光の間の干渉によって, 干渉縞が乾板の上に形成される. 得られた干渉縞のパターンをホログラムという.

三次元像を再生するにはホログラムを元の位置に置き, 元の参照光と同じ光を照射する. このとき, ホログラム上の干渉縞は, 再生用照明光に対して回折格子として働き, 光の経路を変える働きをする. 回折によって形成された光の波面は, 元の物体光の波面と完全に同じものである. 従って, 観測者は, 物体の三次元再生像

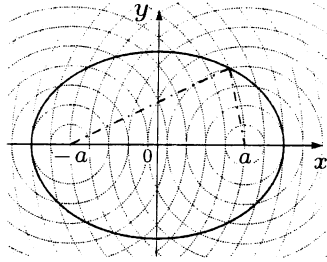


Fig. 1 $-a$ がレーザー光源，楕円体がホログラム， a が物体を構成する点群の一つ

を見ることができる²⁾。

3. 点光源と再生像の関係

本研究で提案する計算機ホログラムは，点光源2点を焦点とする多重楕円と xyz 空間にある任意の平面との交線である．ここでFig. 1の片方を点光源，もう片方を再生像と見なす． $-a$ の位置にある点光源から発生した光は，楕円上で散乱し a の位置に光が届く． $-a$ から a の位置に達した光は，楕円の性質から経路によらず同じ距離となるため，位相が等しくなる．そのため $-a$ の位置にある点光源が a の位置に再生される．

Fig. 1から，光の強め合う点の条件式が求まる．焦点から楕円までの距離の和を $l = n\lambda$ (n : 整数， λ : 波長) とおくと

$$\frac{x^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{\sqrt{l^2 - 4a^2}}{2}\right)^2} = 1 \quad (1)$$

のように楕円の方程式と同じ形となる．点光源の位置と波長の値は定数で，点光源からは絶えずコヒーレント光が発生しているので，この空間には2つ点光源を焦点とする同じ位相を表す多重楕円が描かれる．

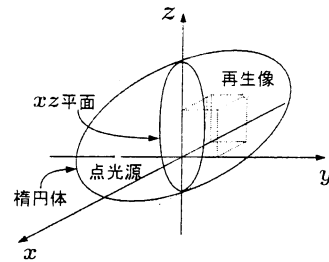


Fig. 2 シミュレーションの座標系

4. 多重楕円体によるホログラム

4.1 点光源1点を再生するホログラム

例として再生像の1点を発生するホログラムを計算しシミュレーションにより再生する (Fig. 2)．光の等位相面は点光源と再生像の2点を焦点とする楕円体となり， xz 平面においてホログラムを記録するとその交線が描かれ，それがホログラムとなる．ここで楕円体の2つの焦点は y 軸上にないので，楕円体は標準形で表すことができない．そのため楕円体の式を affine 変換により回転，平行移動の処理を行う． x 軸に対する回転角を θ_x ， z 軸に対する回転角を θ_z ，平行移動する座標を (T_x, T_y, T_z) ，変換後の変数を X, Y, Z とおくと

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{平行移動}} \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta_z & \sin \theta_z & 0 & 0 \\ -\sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{z \text{ 軸に対して回転}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x & 0 \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{x \text{ 軸に対して回転}} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

となる．ここで 4×4 の行列としたのは平行移動も行列で扱えるようにしたためである．これを得られた楕円体の式

$$\frac{x^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{\sqrt{l^2 - 4a^2}}{2}\right)^2} + \frac{z^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 1 \quad (3)$$

に代入すれば xyz 空間上の任意の2点に焦点を持つ楕円体の式が得られる． affine 変換した式は複雑になるので $f(x, y, z) = 0$ とおき， xz 平

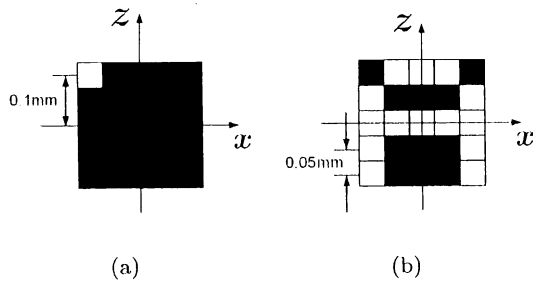


Fig. 3 記録する点光源 (a) と仮想物体 “A” (b)

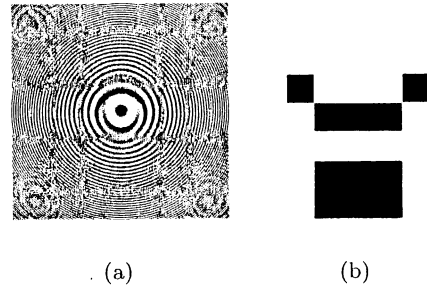


Fig. 5 再生像が複数のホログラム (a) と再生像 (b)

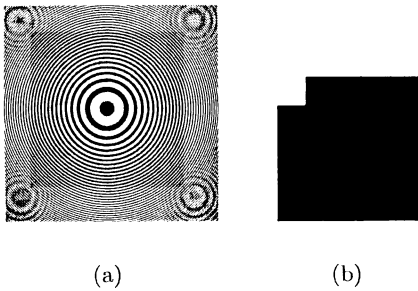


Fig. 4 再生像が1点のホログラム (a) と再生像 (b)

面との交線は

$$\begin{cases} f(x, y, z) = 0 & (\text{affine 変換した楕円体の式}) \\ y = 0 & (xz \text{ 平面}) \end{cases} \quad (4)$$

の連立方程式を解けば求められ、その解は

$$f(x, 0, z) = 0 \quad (5)$$

となる。この式が xz 平面に描かれる図形となる。ホログラムは Fig. 4(a) のようになり、大き

Table 1 シミュレーションで用いたパラメータ

パラメータ名	数値
参照光波長	632.8 nm
参照光の電界強度	1.0 V/m
物体光の画素間隔	0.05 mm
記録距離	0.10 m
ホログラムの画素間隔	2.50 μm
観測面の画素間隔	0.05 mm

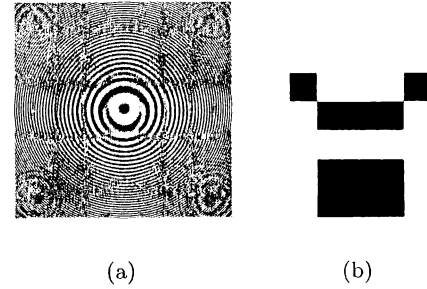


Fig. 6 従来の方法による計算機ホログラム (a) と再生像 (b)

さの異なる楕円の集まりとなった。ここで、シミュレーションの際に使用した各パラメータは Table 1 の通りである。

4.2 複数の点光源を再生するホログラム

次に現実の物体に近づけるため、多数の点を点光源とするものを考える。Fig. 3(b) のようにアルファベットの “A” を 5×5 ピクセルの画素に分解し、白い点を点光源とする。仮想物体である “A” の 1 点 1 点と点光源を焦点とする楕円体をそれぞれ計算すると、 xz 平面上で複数の楕円が重ね合わせられる。ホログラムは Fig. 5(a) となり、その再生像は Fig. 5(b) となる。Fig. 5(b) の再生像を見ると、記録した物体が再生されていることが分かる。

また、記録する距離やレーザー光の波長などの条件を同じにして従来の方法による計算機ホログラムを作製すると、その再生像は Fig. 6(b)

のようになる。Fig. 5(b) と Fig. 6(b) を比較すると、2つは全く同じ像ではない。これは多重楕円を計算した際、楕円と次の次数の楕円との補間の影響が現れたためだと考えられる。補間は、式 (3) を次数 n について解いて

$$n = \frac{\sqrt{2}}{\lambda} \sqrt{(a^2 + x^2 + y^2 + z^2) - \sqrt{(a^2 + x^2 + y^2 + z^2)^2 - 4a^2 y^2}} \quad (6)$$

の x, y, z に affine 変換した値を代入し、 X, Z にホログラムの座標を代入して求めた。その画素における n の値が整数の時光を透過し、整数ではない時光を通さないように

$$I = I_0 \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \cos^2(n_i \pi)}{I_M} \quad (7)$$

で得られる値をグレースケールの濃度とした。ここで、 N は点光源の数、 I は補間後の濃度、 I_0 は最大階調値、 I_M はホログラム画素の最大値である。記録面には各点光源の楕円が重なり合うので、それぞれの n_i の値から $\cos^2(n_i \pi)$ を求め、その総和を求めた。これを全てのホログラム画素において計算した。従来の方法による計算機ホログラムは、1画素ごとにグレースケールの計算を行うので正確な値を得ることができるが、本研究では補間によりホログラム画像を得たのでその影響が現れたものであると考えられる。

以上の2つのシミュレーションの結果より、本研究が提案する方法で記録物体を再生することができたといえる。提案した方法は、干渉縞が数式で与えられるので、ベクター型で描画できる電子ビーム露光装置で描画に好適である。さらに、画像をブロック分割して合成する場合において、ホログラムの記録場所を変更しても、直ちに計算できる。

5. 結論

本研究では、楕円体軌道を経由した2焦点間の距離が一定であるという楕円の性質を利用し

て計算機ホログラムを作製する手法を提案し、プログラミングにより確認した。この手法は、従来の物体光と参照光を干渉させてホログラムを得る方法と違い、物体から発する多数の点光源と再生光との等位相面をそれぞれ計算し、ホログラムを記録するものである。各点光源と再生光の等位相面が作る図形はその2点を焦点とする楕円体となり、ホログラムには任意の平面との交差線が記録される。従って、ホログラムに記録される干渉パターンは数式により表すことができる。この点が従来の手法と異なる。

今後の課題は、補間の計算方法の改善や記録場所を分散化したホログラムによる再生像の評価などが挙げられる。

参考文献

- 1) Hariharan P. : Optical Holography Principles, techniques, and applications, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2nd edition (1996)
- 2) Nils Abramson : Light in Flight or the Holodiagram: The Columbi Egg of Optics, Society of Photo Optical (1996)