

## PID 制御則を利用した立位姿勢制御能力の評価

### Stability estimation of standing posture using PID control law

後藤博哉\*, 佐川貢一\*,

Hiroya Goto\*, Koichi Sagawa\*,

\*弘前大学

\*Hirosaki University

キーワード： 姿勢制御 (Postural control), 安定性 (Stability), 倒立振り子 (Inverted pendulum), PID 制御 (Proportional-integral-derivative control), 安定判別 (Stability distinction)

連絡先： 〒 036-8561 青森県弘前市文京町 3 弘前大学大学院 理工学研究科  
後藤 博哉, Tel/Fax.: (0172)39-3691, E-mail: h11gs614@stu.hirosaki-u.ac.jp

## 1. 緒言

現在、身体運動の障害を持つ患者や高齢者を対象として、徒手により立位姿勢制御能力を定性的に検査する理学療法が実施されている。その方法は簡便ではあるが姿勢制御能力を定量的に評価できないため、治療や指導の方法を正しく作成できないという問題が指摘されている。従来、このような問題を解決するため、矢状面内の倒立振り子モデルを使用して、随意傾斜運動から立位姿勢のトルクが時変 PD 制御に従うと仮定し、傾斜運動時の足関節パラメータと制御系の極の時間変化を求める方法が提案されている。その結果、パラメータと制御システムの極実部の時間変化が筋力などの影響を反映し、これらの指標が立位姿勢制御能力の定量評価に有効である可能性が示唆された<sup>1)</sup>。一方、立位姿勢の静的モデル構築に関しては、Kimura ら<sup>2)</sup>は PID 制御を利用していることから、積分要素も安定化制御に組み込むことが可能なのではないかと考えられる。

本報告では、人の立位姿勢制御能力を解析するために、身体が動的姿勢制御時の足関節トルクが時変 PID 制御に従うとして仮定して、リンク下端に回転軸を有する 1 自由度の倒立振り子モデルに近似し、時変立位姿勢制御則パラメータの逐次推定を行い、制御パラメータの時間変化から立位姿勢制御能力の定量評価につながる指標の導出を試みる。

## 2. 原理

### 2.1 倒立振り子モデル

本報告では、人の立位姿勢制御能力を解析するために、立位時の身体を Fig.1 に示す倒立振り子モデルに近似する。そして、人が行う制御を PID フィードバック制御則に従うと仮定する<sup>2)-8)</sup>。

矢状面での足関節まわりの慣性モーメントを  $J$ 、体重から足部質量を除いた重量を  $m$ 、足関

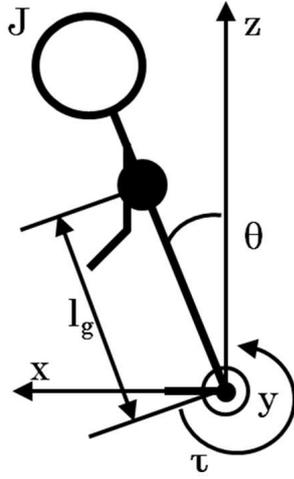


Fig. 1 Inverted pendulum model of standing posture

節角度を  $\theta$ 、重力加速度を  $g$ 、 $\sin \theta \approx \theta$  とすると、運動方程式は Lagrange 法を利用して

$$\tau = J\ddot{\theta} - mgl_g\theta \quad (1)$$

で表される。 $\tau$  は足関節トルクである。また、倒立振り子を制御するトルクが、身体角度を制御する能動的トルクと、重力による傾斜トルクに対抗する受動的トルクで構成されると仮定する。制御トルクの比例ゲインを  $K_P$ 、目標角度を  $\theta_d$ 、微分ゲインを  $K_D$ 、目標角速度  $\dot{\theta}_d$ 、積分ゲインを  $K_I$  とすると、生成される足関節トルク  $\tau$  は

$$\begin{aligned} \tau = & K_P(\theta_d - \theta) + K_D(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \\ & + K_I \int (\theta_d - \theta) dt - mgl_g\theta \end{aligned} \quad (2)$$

で表すことができる。結局、倒立振り子モデルの運動方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} = & K_P(\theta_d - \theta) + K_D(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \\ & + K_I \int (\theta_d - \theta) dt \end{aligned} \quad (3)$$

## 2.2 固定トレース法

固定忘却ゲインを導入した逐次最小二乗法は時変パラメータ推定が可能である<sup>9)</sup>が、推定に適さない入力信号、すなわち周波数成分が乏

しい信号が持続した場合に、推定に必要とされる過去情報が忘却されてしまい、得られる推定結果が不安定になる<sup>9)10)</sup>。本報告のように、静止-傾斜-静止のような一連の運動を解析の対象とする場合は、逐次最小二乗法は利用できない。そのため、固定トレース法<sup>10)</sup>を使用して時変パラメータ推定を行った。固定トレース法の時間更新式は、推定対象が、時刻  $k$  のときの出力  $y(k)$ 、パラメータベクトル  $A(k)$ 、回帰ベクトル  $x(k)$  とした線形モデル  $y(k) = A(k)x(k)$  で表されるとき、

$$y(k) = J\ddot{\theta}(k) \quad (4)$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} -\theta(k) & -\dot{\theta}(k) & -\int \theta(k) dt & 1 \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

$$A(0) = A_0 \quad \text{初期推定値} \quad (6)$$

$$P(0) = \gamma I \quad \text{初期行列ゲイン} \quad (7)$$

$$K(k) = \frac{P(k-1)x(k)}{1 + x(k)^T P(k-1)x(k)} \quad (8)$$

$$e(k) = y(k) - x(k)^T A(k) \quad \text{事前誤差} \quad (9)$$

$$A(k) = A(k-1) + K(k)e(k) \quad \text{推定値} \quad (10)$$

$$Q(k) = P(k) - K(k)x(k)^T P(k-1) \quad (11)$$

$$\lambda(k) = \frac{\text{tr}Q(k)}{\text{tr}P(k)} \quad \text{忘却ゲイン} \quad (12)$$

$$P(k) = \frac{Q(k)}{\lambda(k)} \quad (13)$$

で記述される。また、(6)(7)式で表される各初期値は、

$$A_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\gamma = 10^3$$

とした。固定トレース法は、推定に適さない入力信号が持続している場合には、可変忘却ゲイン  $\lambda(k)$  を高く維持し過去情報を記録しておくことで、比較的安定した推定値を得ることができる。一方、推定に適する信号が持続して利用できる場合は  $\lambda(k)$  を小さい値に調節することで過去の情報を素早く忘却し、推定値の変動に追従することができる。また、(3)式で与えられた立

位モデルを固定トレース法アルゴリズムに適用するため

$$J\ddot{\theta} = \begin{bmatrix} K_P & K_D & K_I & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\theta \\ -\dot{\theta} \\ -\int \theta dt \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$C = K_P\theta_d + K_D\dot{\theta}_d + K_I \int \theta_d dt \quad (15)$$

の形に変形する。(14)(15)式から姿勢制御パラメータ  $K_P$ 、 $K_D$ 、 $K_I$  を推定することで、立位姿勢制御能力の定量評価が可能であると考えられる。

### 2.3 極配置を利用した安定判別

姿勢制御系を伝達関数で表すことで、制御工学的な安定判別が可能である。入力为目标角度  $\theta_d$ 、出力を身体角度  $\theta$  とした姿勢制御系の伝達関数は、初期値を  $\theta(0) = 0$ 、 $\dot{\theta}(0) = 0$  とし (3) 式を Laplace 変換すると

$$\frac{\Theta}{\Theta_d} = \frac{K_D s + K_P + \frac{1}{s} K_I}{J s^2 + K_D s + K_P + \frac{1}{s} K_I} \quad (16)$$

で表される。この制御系の特性方程式は

$$J s^3 + K_D s^2 + K_P s + K_I = 0 \quad (17)$$

となる。この方程式の実根の値は系の収束性を表しており、極が虚軸の左側にある場合は系の減衰を示し、右側にある場合は発散を示すことから、複素平面上の極配置の時間変化が姿勢制御系の安定性の時間変化を表していると考えられることができる。

## 3. 測定と解析

対象とする動作は Fig.2 のように股関節を曲げずに常に足裏を接地させた状態で、静止直立姿勢から前方にできるだけ傾斜して静止姿勢に戻るといった動作である。また、不安定を模擬す

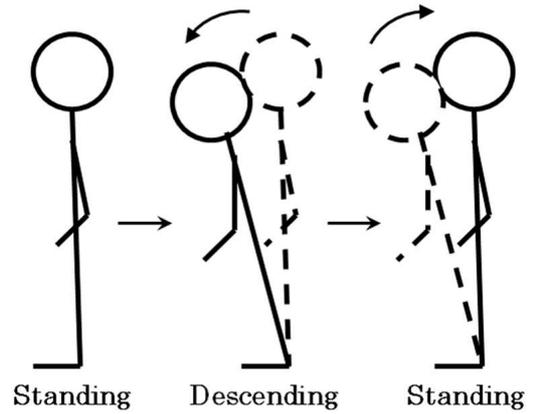


Fig. 2 Performed motion to investigate control parameters

るため、立位条件は両足立位の状態 (条件 1: 健全な状態) と、アイマスクを着用した状態 (条件 2: 視覚障害を模擬)、左脚だけで立ち右脚はシーソーのように自由に傾斜する補助台にのせた状態 (条件 3: 下肢筋力低下を模擬) の 3 条件とした。

足関節角度は光学式モーションキャプチャ (VICON 460, VICON MOTION SYSTEM) を使用して 120 [Hz] で測定し、角速度および角加速度は測定した角度データを数値微分して求めた。これらの身体運動データと (14)(15) 式から、(4)~(13) 式の固定トレースアルゴリズムを使用して制御パラメータの時間変化を推定した。さらに、推定した制御パラメータを (17) 式に代入して極配置の時間変化を求めた。

## 4. 結果と考察

### 4.1 姿勢制御パラメータ推定結果

Fig.3 は、被験者 1 名の足関節実測角度  $\theta$ 、比例ゲイン  $K_P$ 、微分ゲイン  $K_D$ 、積分ゲイン  $K_I$  の平均波形である。 $\theta$  のピークが 0 [s] になるよう時間軸を調整した。この推定結果より、 $K_P$  は -1.5 [s] の付近で上昇した後、-1.2 [s] 付近で減少を始めてから 0.8 [s] まで減少を続け、1 [s] 付近で再び上昇してから初期値に戻っている。 $K_D$  は -2 [s] から減少を始めて負の値となり -1.2 [s] 付近で上昇してほぼ 0 となり、1 [s] 付近で減少

してから上昇して、1.5[s] 付近から一定の値を保つようになる。また、 $K_I$  は  $-1.5[s]$  から緩やかに減少し、0[s] から 1[s] にかけてほぼ 0 を維持するようになり、1[s] から 1.5[s] にかけて上昇し、それ以降で 0 に戻る。

$K_P$  に注目すると、条件 1 に比べて条件 2 と条件 3 は、 $-1.8[s]$  付近での上昇を始める時間が遅い。また、 $K_I$  における  $-1.5[s]$  以降のパラメータ減少時と 1[s] 以降におけるパラメータ上昇時の変化量が少ない。また、どちらの場合も条件 1 に比べて条件 2 と条件 3 はパラメータ変化の様子が緩やかである。これは、足や視覚に障害がある場合は、身体目標角度の設定や、身体の傾きを感知するための感度が低下していることを示していると考えられる。

$K_P$ 、 $K_D$ 、 $K_I$  は、足関節で発生する制御トルク  $\tau_{PID}$  への、角度、角速度、角度の積分値の寄与の程度を表す。大きい  $K_P$  は、目標角度に追従するために比例制御が強行われていることを意味し、小さい  $K_P$  は比例制御が殆ど行われず目標角度へ追従しないことを意味している。 $K_D$  の正値は、目標角速度に追従するために微分制御が行われていることを示し、 $K_D$  の負値は角速度を増す微分制御が行われていることを示す。 $K_P$  や  $K_I$  に比べて  $K_D$  は  $-2[s]$  付近で早期に減少していることから、前方傾斜は角速度を発生させることで実現していると予想される。

#### 4.2 足関節トルクの変化

Fig.4 は足関節で生成されたトルクを示しており、 $\tau_{PID}$  は PID 制御トルク、 $\tau_P$  は比例制御トルク、 $\tau_D$  は微分制御トルク、 $\tau_I$  は積分トルクを表す。また、各トルクは以下の式で表される。

$$\tau_{PID} = \tau_P + \tau_D + \tau_I \quad (18)$$

$$\tau_P = K_P(\theta_d - \theta) \quad (19)$$

$$\tau_D = K_D(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \quad (20)$$

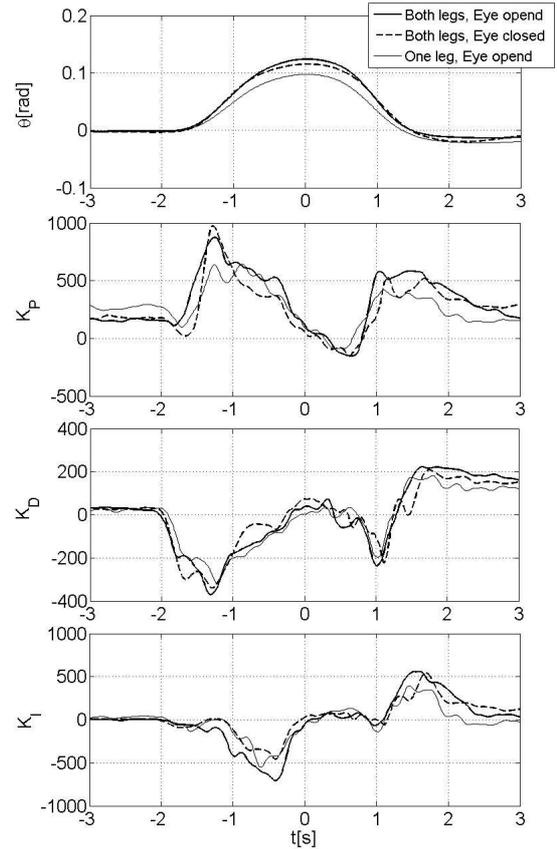


Fig. 3 Averaged waveforms of estimation results:  $\theta$ ,  $K_P$ ,  $K_D$  and  $K_I$ .

$$\tau_I = K_I \int (\theta_d - \theta) dt \quad (21)$$

$\tau_P$  に注目すると、 $-1.5[s]$  付近で減少してから、0[s] 付近で 0 に戻り、1[s] 付近で再び上昇してから、緩やかに 0 へと戻っていく。 $\tau_D$  は、 $-2[s]$  付近で上昇し、 $-0.5[s]$  付近で 0 へと戻り、1[s] 付近で急速に減少してからすぐに元に戻り、その後は緩やかに減少してから 0 へと戻っていく。 $\tau_I$  は  $-1[s]$  付近から 0[s] 付近の間で正の値をとり、0[s] 付近から 1[s] 付近の間で負の値をとり、1[s] 付近で少しだけ正の値をとってから、2[s] 付近まで負の値をとってから 0 へと戻る。

以上から、 $-2[s]$  付近で比例制御を弱めつつ、微分制御により傾斜運動が開始され、 $-1[s]$  付近から 0[s] 付近まで比例制御によって前方傾斜が抑制され、1[s] 付近から比例制御が静止姿勢を維持しようとしていると考えられる。

また、片足では踏ん張りが効きにくいいため、

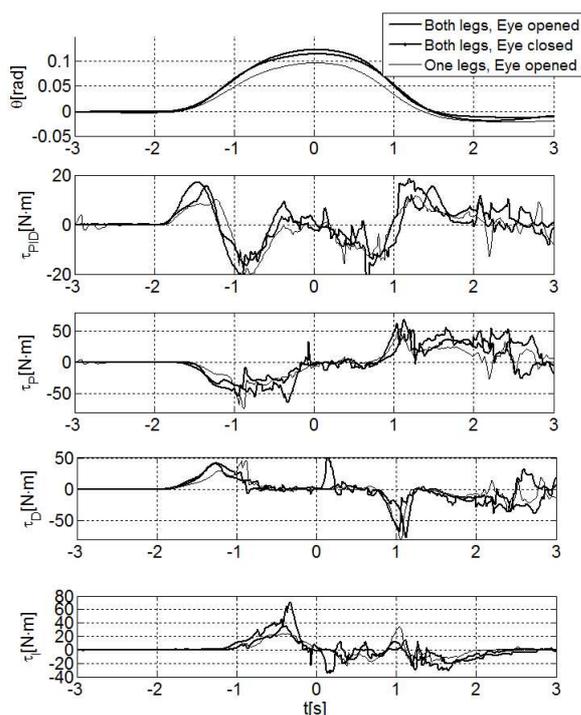


Fig. 4 Averaged waveforms of estimation results:  $\theta$ ,  $\tau_{PID}$ ,  $\tau_P$ ,  $\tau_D$  and  $\tau_I$ .

条件3は他の条件に比べてトルク上昇時の変化量が少なく、変化の様子も緩やかである。しかし、 $K_P$ 、 $K_D$ 、 $K_I$ やトルクの変化の様子から、安定性を定量的に評価するのは困難であると考えられる。そこで、システムの極の動きから安定性について考える。

#### 4.3 伝達関数の極の時間変化

Fig.5、Fig.6、Fig.7は、被験者1名の極配置の時間変化の各条件での平均軌跡を1秒間ごとに示した図である。運動開始後、虚軸の左側にあった極は右側へ移動し、最大傾斜角で虚軸付近に近付き、直立静止姿勢に戻るときに減少していることがわかる。しかし、これでは極の推移と安定性の関係がわかりにくい。そこで、3つの極のうち、システムの挙動に最も影響を与えると考えられる、最も右側に位置する極の実部と虚部の動きから安定性との関係について考察する。結果をFig.8に示す。

-2 ~ -1[s]の間で実部が虚軸の右側へ推移

することから、制御工学的観点から系は不安定である。これは被験者があえて不安定な状態になって前方に加速しており、姿勢制御を行わないためであると考えられる。また、虚部の動きに注目すると、0に近付いていることから系は振動的に発散するのではなく、単調増加のように不安定になっていると予想できる。そして、1 ~ 2[s]の間で実部は負となり、直立姿勢へ戻る制御によって運動が安定化され、系が安定となるものと考えられる。

Fig.8の実部の時間変化では、正の値で制御系が不安定となり、値が大きいほど不安定の度合いが増すものと考えられる。条件2や3は-2[s]から0[s]における実部の最大値が条件1に比べて低くなっている。これは、不安定な立位条件では、被験者が能力の低下を予測して安定性を失いすぎないように、条件1よりも消極的な制御を行ったことを反映していると考えられる。虚部は、制御系の振動特性を表しており、大きくなるほど系の振動数が高くなり、少ない値では低減する。-2[s]付近と0[s]付近で減少するのは、傾斜時と復元時には身体が振動を伴わずに運動を行うためであると考えられる。-1 ~ 0[s]の間と1[s]付近で値が大きくなるのは、身体が目標傾斜角度を定め、それを中心に身体が振動を行っているためであると考えられる。また、-2[s]以前では、条件3は他の条件に比べて値が大きくなっていることから、不安定な立位条件では静止状態における身体の振動が強くなると考えられる。また、Table1は極から求めた標準偏差をまとめたものである。この表から、不安定な立位条件では標準偏差が少なくなっていることがわかる。このことから、不安定な立位条件では慎重な制御が行われており、そのため、極の変化が小さくなっていると考えられる。以上の結果から、制御パラメータの時間変化と極配置に時間変化が、立位安定性の定量評価に利用できる可能性が示唆された。

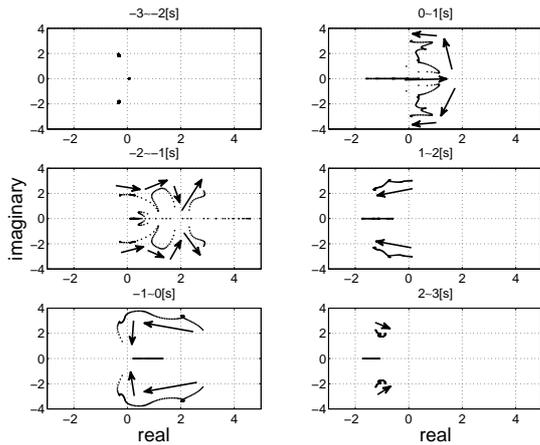


Fig. 5 Example of pole assignment of the control system in condition 1.

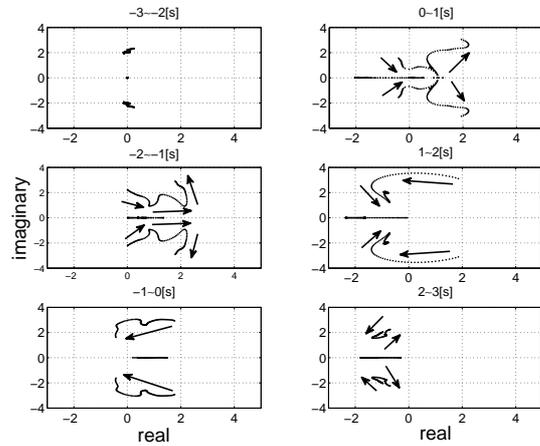


Fig. 6 Example of pole assignment of the control system in condition 2.

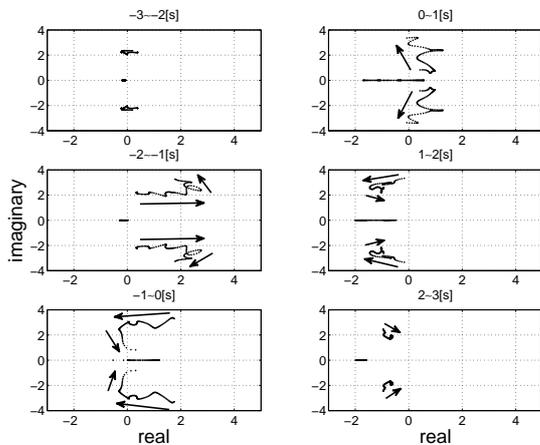


Fig. 7 Example of pole assignment of the control system in condition 3.

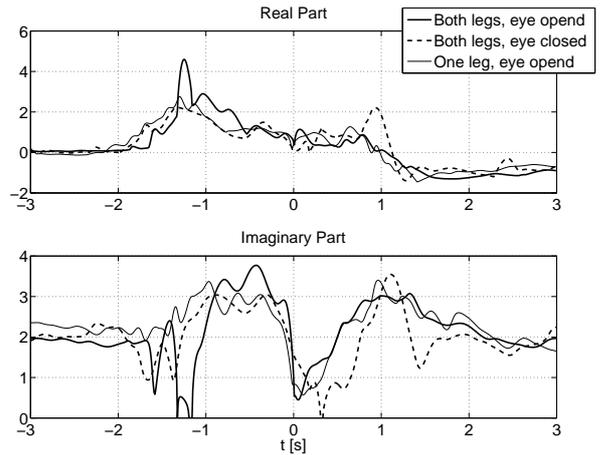


Fig. 8 Example of pole assignment of the control system in three experimental conditions: real part and imaginary part.

Table 1 Standard deviation of pole.

Condition	1	2	3
Real part	1.20	0.98	1.02
Imaginari part	0.73	0.67	0.58

## 5. 結言

本報告では、人の立位姿勢制御能力を定量化し、立位姿勢制御能力の定量指標を導出することを目的として、人の立位姿勢制御能力を時変PID制御された足関節トルクによる倒立振り子モデル化した。そして、全身を前方に傾斜させて直立静止姿勢に戻る運動から姿勢制御パラメータの逐次推定を行い、制御系の極の時間変化を求めた。それらの結果、立位条件によってパラメータの変化に違いが出ることを確認した。また、もっとも右側にある極の時間変化が立位姿勢制御能力の定量評価に有効である可能性が示唆された。今後は定量評価の方法についてさらなる考察を加え、診断に応用する方法について考える予定である。

## 参考文献

- 1) Akifumi Goto, Mizuri Ishida, Koichi Sagawa: Temporal parameter change of human postural control ability during upright swing using

- recursive least square method, SPI, Vol.7500 (2009)
- 2) Kimura Hidenori, Yufa Jiang: A PID Model of human Balance Keeping, IEEE Control System Magazine, **26-6**, 18/23 (2006)
  - 3) Christoph Maurer, Robert J. Perterka: A New Interpretation of Spontaneous Sway Measures Based on a Simple Model of Human Posture Control, J Neurophysiol, Vol.93, 189/200 (2005)
  - 4) 斯琴, 長崎幸雄, 江依法, 加藤義弘, 吉田善伯, 松岡敏男: 立位姿勢時の身体動揺制御および視覚の影響について, 体力力学, Vol.55, 469/476 (2006)
  - 5) Alessandra Bottaro, Maura Casadio, Pietro G. Morasso, Vittorio Sanguineti: Body sway during quiet standing: Is it the residual chattering of an intermittent stabilization process?, Human Movement Science, Vol.24, 588/615 (2005)
  - 6) 政二慶, 阿部匡樹: バイオメカニクス的手法を用いた静止立位制御機構の解析, バイオメカニクス研究, Vol.9, No.1, 10/17 (2005)
  - 7) Robert J. Peterka, Patrick J. Loughlin: Dynamic Regulation of Sensorimotor Integration in Human Posture Control, J Neurophysiol, Vol.91, 410/423 (2004)
  - 8) Lennart Ljung: SYSTEM IDENTIFICATION, Prentice Hall PTR, 197/211 361/397 (1999)
  - 9) 足立修一: MATLAB による制御のためのシステム同定, 東京電気大学出版局 (2002)
  - 10) 新中新二: 脳波を用いた 3 次元運動計測システム, 適応アルゴリズム-離散と連続 真髄へのアプローチ, 産業図書 (1990)