

## FEM による平板中を伝搬する Lamb 波に対するエッジ波の影響

### Effect of Edge Wave to Lamb Waves Propagation a Plate Using FEM

○若木 継裕\*, 今野 和彦\*

○Tsuguhiko Wakaki\*, Kazuhiko Imano\*

\*秋田大学 大学院工学資源学研究所

\*Graduate School of Engineering and Resource Science, Akita University

キーワード: エッジ波(Edge Wave), Lamb 波(Lamb Waves), 有限要素法(Finite Element Method),  
ガウス分布(Gaussian distribution), ウェーブレット変換(Wavelet transformation)  
音場(Sound Field), 振動速度(Vibration Velocity)

連絡先: 〒010-8502 秋田市手形学園町 1-1 秋田大学 大学院工学資源学研究所 電気電子工学専攻  
若木継裕, Tel.: (018)889-2490, Fax.: (018)837-0406, E-mail.: imanoken@ee.akita-u.ac.jp

#### 1. はじめに

非破壊検査などの分野において超音波は利用されており, 工業製品などの欠陥検出には垂直探傷法が多く用いられている. しかし, 垂直探傷法では測定範囲が狭いため, Lamb 波の利用が注目されている. Lamb 波は伝搬時の減衰が少なく平板に沿って伝搬するので, 広大な検査範囲でも迅速に検査することができる. Lamb 波とは構造物に斜角入射された超音波が構造物の内部でモード変換を起こしながら複雑に結合していくことで形成される. その伝搬挙動は, 入射する超音波の周波数や構造物の形状に依存して変化するため, 把握することが難しい. そのため, 数値解析を用いて伝搬速度や伝搬挙動を予め知る必要がある<sup>1)</sup>. Lamb 波の発生には圧電振動子が多く使われており, 構造物に斜角入射させる方法としては, くさびを用いる方法や構造物に振動子をアレイ状に配置

する方法などがある. 圧電素子の直径が厚さに対して十分大きい場合, くさびには平面波が入射する.

一方で, 振動子から平面波が入射する際, その端からはエッジ波が発生する<sup>2),3)</sup>. エッジ波とは端から外側に球面状に拡散する波面と, 振動子の内側に逆位相となって球面状に拡散する波面である. Lamb 波の伝搬挙動を把握するには, 平面波の入射角度や波長, 構造物の厚さを正確に計算する事が重要であるのに対し, エッジ波は球面状に拡散するためあらゆる角度に超音波を入射させていると考えられる. しかし, これまで Lamb 波の数値解析および実験を行うにあたり, エッジ波については考慮されていなかった. また, Lamb 波におけるモード変換にエッジ波が関係しているかについては厳密には明らかにされていない. そこで, 本研究では Lamb 波の数値解析を行い, 平面波がくさ

びに入射する際に発生するエッジ波が Lamb 波のモード変換に関連するかどうか検討する。

## 2. Lamb 波の伝搬特性

Lamb 波とは、入射する平面波の波長よりも十分薄い平板を伝搬する弾性波の一種であり、平板に対して斜角方向に縦波超音波を伝搬させることで発生する。平板中に入射した超音波は平板の下面に達し、空気との境界面において一部は空気中へ透過するが、エネルギーの大部分は平板内部へ反射される。反射した超音波の一部は横波超音波に変換されて平板中を伝搬する。この現象をモード変換といい、モード変換するためには平板が固体である必要がある。モード変換は平板の上面でも同様に生じ、また横波の伝搬においても反射を繰り返す過程でモード変換が生じ、一部は縦波に変換されて伝搬する。このように伝搬する過程でモード変換を繰り返すことにより、平板全体をみると平板表面がうねるような伝搬挙動となる。このように伝搬する超音波が Lamb 波である。

Lamb 波の伝搬モードを Fig.1, 数値解析によるそれぞれの断面図を Fig.2 に示す。平板の上面と下面が対称に伸縮・屈曲を繰り返す伝搬挙動を S(Symmetric)モード、非対称に伸縮・屈曲を繰り返す伝搬挙動を A(Anti-Symmetric)モードと呼ぶ。さらに、S モードおよび A モードには高次伝搬モードが存在し、それぞれ基本モードから順に S0, S1, S2, …モード, A0, A1, A2, …モードと呼ばれている<sup>1)</sup>。

## 3. 数値解析手法

数値解析の手法としては、主に有限要素法 (FEM) や FDTD<sup>4),5)</sup> 法などがあるが、本研究では境界条件が自動的に満たされる利点から FEM を使用する。また、Lamb 波の解析には多くの境界が存在し、領域も広くなる。そこで、ボクセル有限要素法を用いたソフトウェアである ComWAVE にて行う。ボクセル有限要素法と

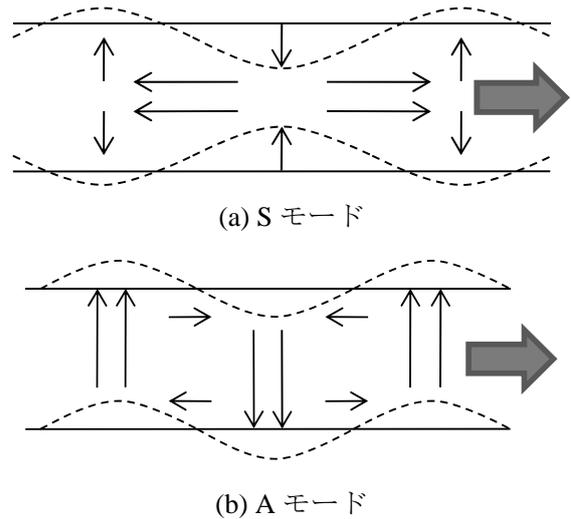


Fig.1 Lamb 波の伝搬モード

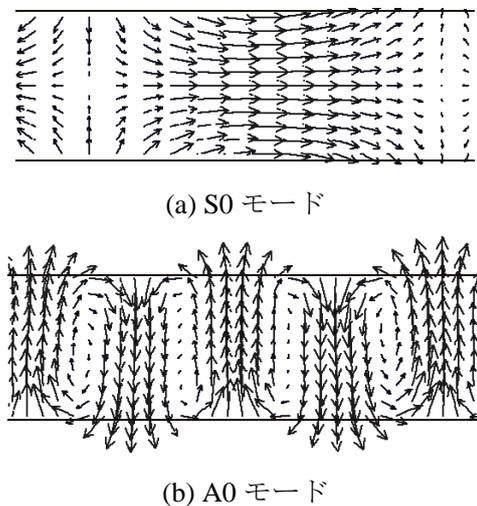


Fig.2 Lamb 波の数値解析結果

は六面体メッシュを均一に配置して計算を行い、解析に必要なメモリおよび時間を大幅に減少させることができる。

## 4. 解析によるエッジ波の発生

解析ソフトにおいてエッジ波の発生を確認する。解析するモデルを Fig.3, それぞれの物性値を Table 1 に示す。今回は圧電素子からアルミ板に超音波を垂直入射させるものとする。解析領域は、振動子中央から左右に対称であると仮定し、奥行きを無限とした 2 次元の断面として解析を行う。圧電素子に印加する信号は、周波数 1 MHz のバーストサイン半波とする。

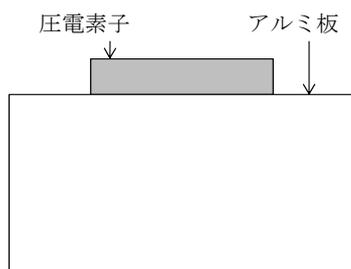


Fig.3 エッジ波の解析モデル(単一振動子)

Table 1 物性値

	密度 [kg/m <sup>3</sup> ]	縦波音速 [m/s]	横波音速 [m/s]
圧電素子	6.9×10 <sup>3</sup>	4500	2300
音場媒質 (アルミニウム)	2.7×10 <sup>3</sup>	6420	3040

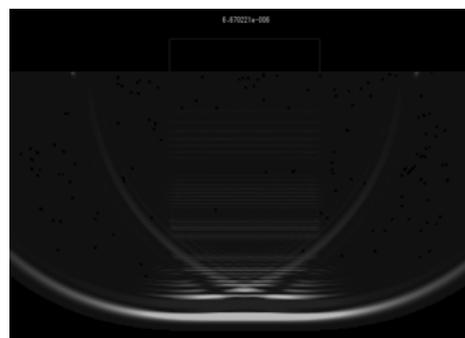
解析した結果を Fig.4 に示す. 圧電素子に信号が印加されるとアルミ板に平面波が入射し, 平面波の外側に拡散波が広がっていることがわかる. また, 平面波の内側に逆位相となっているエッジ波が存在していることがわかる. 遠距離音場では, エッジ波と平面波が近い位置で伝搬していることがわかる.

エッジ波の影響を調べる方法として, エッジ波の発生しない振動子を用いて比較することが考えられる. エッジ波の発生を抑える方法として, 振動子に振動速度分布を与える方法がある. 振動速度分布を与える振動子としては, 分割励振重み付けコニカル型トランスデューサ<sup>6),7)</sup>や, Fig.5 のように圧電振動子の電極を中央付近にのみ塗布する方法などがあるが, 解析において上記のような振動子を再現することは難しい.

そこで, 振動速度分布を与える方法として振動子をアレイ状に配置する方法を採用する. これにより, 各振動子の印加信号の振幅を変化させることで振動速度分布を擬似的に与えることができると考えられる.



(a) 近距離音場



(b) 遠距離音場

Fig.4 エッジ波の解析結果(単一振動子)

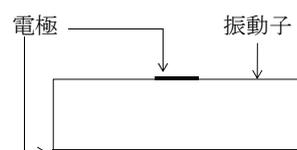


Fig.5 振動速度分布を与えた振動子

## 5. 振動速度を与える方法の検討

### 5.1 単一振動子とアレイ振動子の比較

振動子をアレイ配置とした場合において, 振動速度を全振動子で同じとした状態で同様の解析を行ったときの結果を Fig.6 に示す. この結果から, 単一振動子で超音波を入射させたときと同様にエッジ波が発生していることがわかる. 振動子をアレイ配置とした場合でも単一の平板振動子と同様の結果が得られるので, この方法により単一振動子に振動速度分布を与えた状態を擬似的に再現できるのではないかと考えられる.

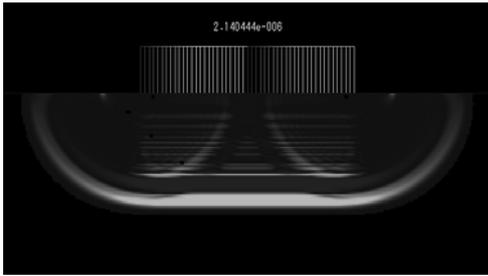


Fig.6 エッジ波の解析結果  
(アレイ振動子, 一様な振動速度分布)

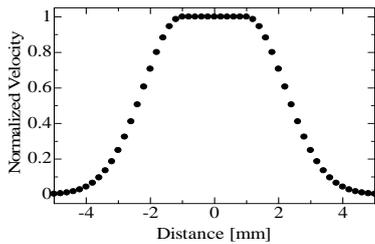


Fig.7 振動速度分布

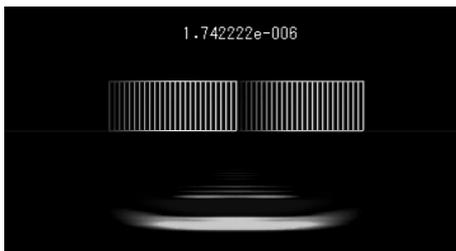


Fig.8 エッジ波の解析結果  
(アレイ振動子, 中央の振動速度大)

## 5.2 アレイ振動子による振動速度分布の付与

先ほどのアレイ配置振動子に振動速度分布を与えた場合の解析を行う。振動子の振動速度分布を Fig.7 に示す。振動速度分布は振動子中央の振幅を 1 として、端にいくほど振幅を小さくしている。媒質には同様にアルミ板を用いる。解析時間は  $15 \mu\text{s}$ 、時間間隔は  $0.05 \mu\text{s}$  とする。

解析した結果を Fig.8 に示す。入射した超音波は中央付近の音圧が高く、振動子の端では逆位相のエッジ波がほとんど見られないことがわかる。

## 5.3 エッジ波を強調した振動子モデル

振動速度がガウス分布に従うように振動子

を駆動させることでエッジ波が小さくなる事が明らかになっており<sup>6)</sup>、実際にシミュレーションした結果、エッジ波が小さくなることを確認している。以上の結果から、振動速度を調整して速度の緩急を和らげる事でエッジ波が小さくなっているのです、逆に速度の差を大きくすることでエッジ波のみの再現が可能になると予想される。

そこで、振動速度分布を調整することによりエッジ波を強調する方法について検討する。解析モデルはエッジ波の低減を行ったモデルと同じとする。この配列振動子の速度分布を、今回は逆ガウス分布(探触子の端の振動速度を大きく)となるように印加信号を設定する。このときの振動速度分布を Fig.9 に示す。

以上の解析を行った結果を Fig.10 に示す。振動子の平面波を完全には取り除く事ができないため、端付近に平面波が残っているが、外側の拡散波および内側の逆位相が発生していることが確認できる。

## 6.Lamb 波におけるエッジ波と平面波の比較

### 6.1 解析モデル

解析モデルを Fig.11 に示す。エッジ波の比較として、エッジ波強調駆動方法に加え、アレイ探触子の振動速度を全て同じ設定とし、送波タイミングも同じとすることにより、アレイ探触子を平板型振動子と同じように駆動させる方法、また、アレイ探触子の振動速度を、中心から端の方向に向けて、ガウス分布に従い振動速度を減衰させることで、エッジ波を分散させて影響を少なくする方法の、合わせて3つの方法を用いて振動子を駆動させる。送波する波形はいずれも周波数  $1 \text{ MHz}$  のバーストサイン波、伝搬挙動の可視化を目的として波形は正位相の半波とする。解析モデルのメッシュ分割幅は超音波波長の 100 分割に相当する  $0.025 \text{ mm}$  とする。比較方法として、Lamb 波が平板中を伝

搬し, 10 mm の位置において表面の振動変位を取得して比較を行う。

## 6.2 エッジ波の影響

平板表面の振動変位に関して, 10 mm の位置における波形をそれぞれ Fig.12 に示す. 振動子の速度を平面として駆動した場合と, ガウス分布に従い駆動させた場合を比較すると, 3 波目までの挙動は振幅以外にはほとんど違いが見られないが, 3 波目以降の挙動は違っている事がわかる. また, 3 波目以降の挙動は, 平面駆動とエッジ波抽出駆動の挙動が似ている事がわかる. この波形をウェーブレット変換しモード判別した結果を Fig.13 に示す. モード判別の結果では, エッジ波の有無に関わらずモード判別が可能であることがわかる.

平面駆動, ガウス分布駆動, エッジ波抽出駆動の波形から差分を取り, エッジ波の挙動を検討する. 波形の差分を Fig.14 に示す. 差分波形を比較すると, 平面波とガウス分布の差分, およびエッジ波抽出駆動とガウス分布の差分が似た挙動を示していることがわかる. また, この差分波形と Fig.12 の平面駆動の波形を比較すると, 差分波形の位相が遅れていることから, 振動子の内側に発生する逆位相のエッジ波の挙動近い

## 7. おわりに

有限要素法の解析ソフトを用いて, エッジ波の発生の確認およびエッジ波の分散駆動法, エッジ波を強調する駆動方法について検討した. また, これらの駆動法を用いて Lamb 波の伝搬挙動を解析した結果, S0 モード Lamb 波の判別にエッジ波は影響しない事, および平板表面の振動変位における歪みの原因がエッジ波である可能性を示した.

今後の課題として, S0 モード以外の Lamb 波について検討し, 計測におけるエッジ波の影

響を検討する. また, これまで行ってきた解析手法の妥当性を示すため, 振動子の圧電解析を行い実際の印加信号に対する振動子の応答を明らかにし, 得られた結果を用いて Lamb 波の解析を行う必要があると考えられる.

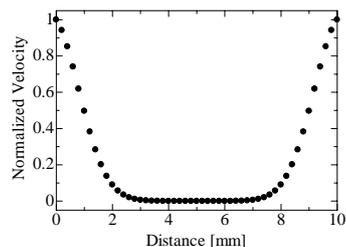


Fig.9 エッジ波抽出用振動速度分布

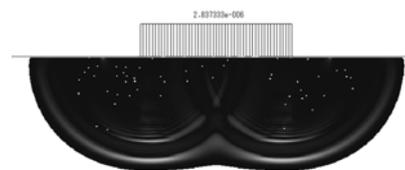


Fig.10 エッジ波抽出解析結果

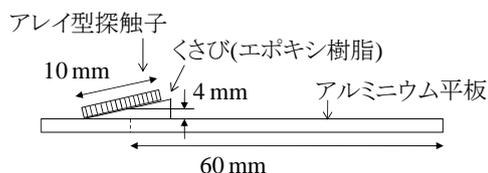
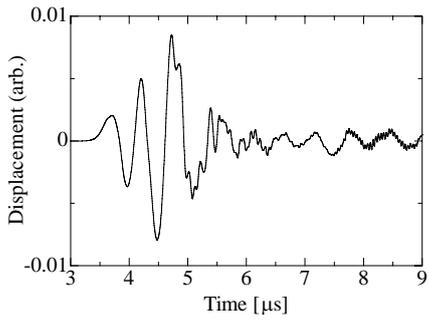
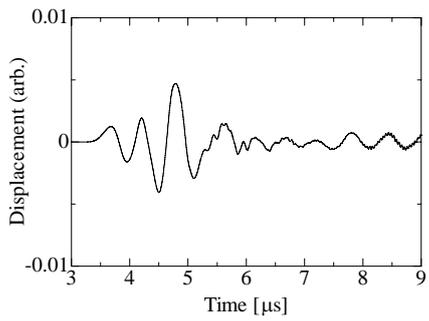


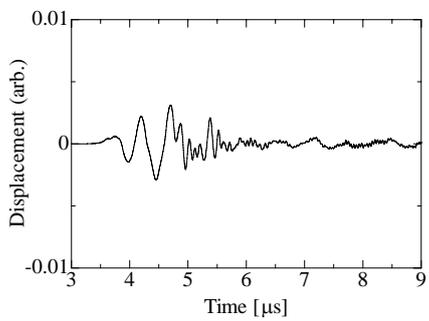
Fig.11 Lamb 波の解析モデル



(a) 平面駆動

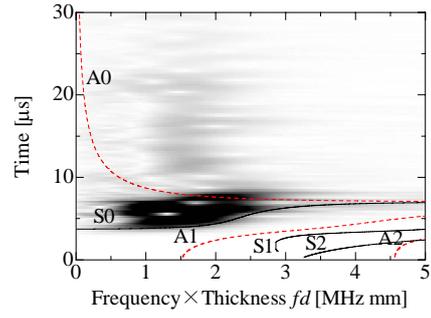


(b) ガウス分布駆動(エッジ波減)

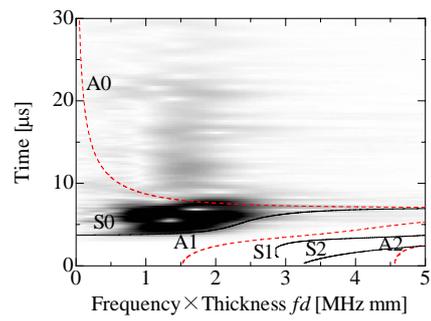


(c) エッジ波抽出

Fig.12 10 mm の位置における振動変位

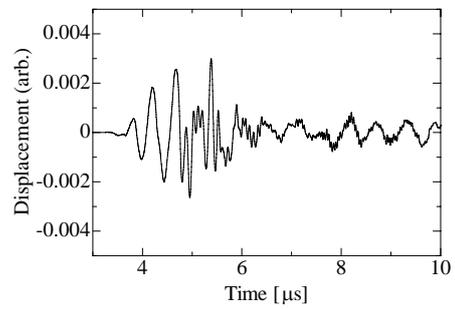


(a) 平面駆動

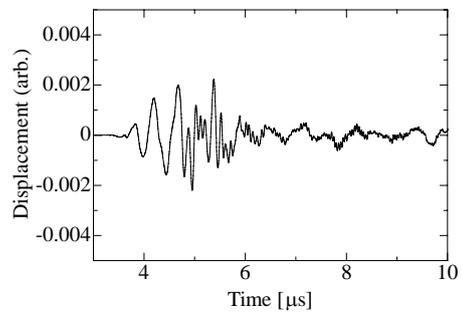


(b) ガウス分布駆動

Fig.13 モード判別



(a) 平面駆動とガウス分布駆動の差分



(b) エッジ波抽出とガウス分布駆動の差分

Fig.14 差分波形

## 参考文献

- 1) 超音波便覧編集委員会：“超音波便覧”，丸善，pp.62-69(1999)
- 2) ロッシ：“光学”，吉岡書店，pp.221-223(1957)
- 3) K.Imano, Y.Yoshida and D.Okuyama, A method of observing the sound field in transient radiation from a piston source, J.Acoust Soc. Jpn., Vol.E12, No.5, pp.233-234(1991)
- 4) 藤井大地, 鈴木克幸, 大坪英臣：“ボクセル有限要素法を用いた構造物の位相最適化”，日本計算工学会論文集，vol.2, pp.87-94(2000)
- 5) 佐藤雅弘：“FDTD 法における弾性振動・波動の解析入門”，森北出版，pp.1-32(2003)
- 6) J.Durnin, “Exact solutions for non-diffracting beams. 1. The scalar theory”, J. Opt. Soc. Am. A4, 651-654
- 7) 山田 顕, 多勢克己, 中村僖良：“コニカル形の放射面を用いたベッセルビームトランスジューサ”，日本音響学会誌，48巻，12号，pp.871-875(1992)