

IMP の構造を用いたロバスト制御系による DC サーボモータの制御

DC Servo Motor Control using Robust Controller based on a structure of IMP

○大内田俊*, 有我祐一*, 渡部慶二*, 遠藤茂*

○Shun Ohuchida*, Yuichi Ariga*, Keiji Watanabe*, Shigeru Endo*

*山形大学

*Yamagata University

キーワード：モデルブリッジ制御 (Model Bridge Control), ばらつき (dispersion)

モデル誤差 (Model Error), ロバスト制御 (Robust Control)

連絡先：〒992-0037 米沢市城南 4-3-16 山形大学工学部応用生命システム工学科

有我研究室

大内田俊, TEL 0238-21-7905, E-mail : tsh35620@st.yamagata-u.ac.jp

1. 序論

現在, 様々なロボットコンテストが開催されている. その中でも, ET ソフトウェアデザインロボットコンテスト (通称 ET ロボコン) [1]は, 指定された 2WD ロボットをレゴマインドストーム NXT [2]で構成し, それを制御するソフトウェアのデザインを競う競技会として, 組み込みシステム分野では有名な大会である.

この大会で使われる 2WD ロボットを制作する際, モータ特性が揃っていないと走行性能が悪く, 制御しづらい機体になってしまうという問題が生じる. このため一般的には, 複数のモータ特性を測定し, 特性が一致するモータを選定してから機体を制作する. しかし, 選定作業には時間を要する, モータが故障した場合にすぐ別のモータに交換できない, モータ交換後に制御器を再設計しなければならない, という問題点がある.

この問題を解消するために, モータ特性のばらつきをモデル誤差として考慮して制御を行うロバスト制御を適用することを考える. 今回は, 我々が提案しているモデルブリッジ制御 (以下 MBC) [2][3][4]を適用する.

MBC は, モデル誤差のゲインと位相の両情報を用いて誤差補償器を設計することで, 従来のスモールゲイン定理に基づくロバスト制御 (H_∞ など) に比べ保守性が少ないという特徴を持っている. また誤差補償, 目標値応答, 外乱抑制といった複数の制御仕様を個々に設定できる多自由度ロバスト制御系となっており, H_∞ 制御のように高度な専門的知識を必要としないことも特徴である.

本研究ではレゴマインドストーム NXT の DC サーボモータを制御対象とし, モータ特性のばらつきを制御理論におけるモデル誤差の表現と結びつけることで, MBC によるばらつきを考慮したロバスト制御系設計法の提案をする.

2. 制御対象とモータ特性の測定結果

2.1 制御対象

レゴマインドストームNXTのDCサーボモータを制御対象として Fig.1 に示す. また参考文献^{[5][6][7]}から与えられるノミナルパラメータを Table.1 に示す. なお本研究では入力を電圧, 出力を角速度とし, モータの角速度制御をする.

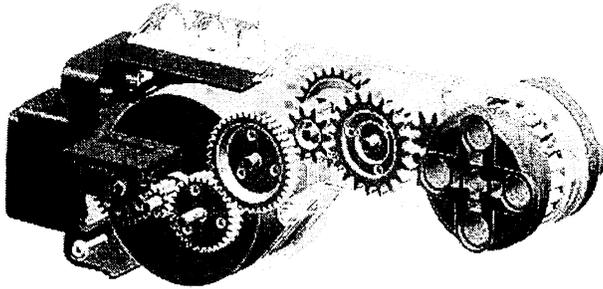


Fig.1 Model for control^[5]

Table.1 Definition of parameter

L_a	Armature inductance	0.1 [H]
R_a	Armature resistance	0.68562 [Ω]
K_t	Torque constant	0.31739 [N·m/A]
K_b	back electromotive force coefficient	0.46839 [N·m/A]
J	Rotor's moment of inertia	10^{-5} [Kg·m ²]
B	Viscosity resistance coefficient	$1.1278 \cdot 10^{-3}$ [N·m/(rad/s)]

Fig.10 に示したノミナルモデルの運動方程式は以下のように表わされる.

$$\left. \begin{aligned} L_a \dot{i}_a + R_a i_a + K_b \dot{\theta} &= e_a \\ J \ddot{\theta} + B \dot{\theta} &= K_t i_a \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

伝達関数は

$$G(s) = \frac{K_t}{JL_a s^2 + (JR_a + BL_a)s + K_t K_b + BR_a} \quad (2)$$

2.2 モータ特性の測定結果

数あるモータの中から適当に5つを選び, モータ特性を測定する, パラメータ同定実験を行

った. 実験を行った各制御対象とノミナルプラントのボード線図を Fig.2 に示す. ノミナルプラントと制御対象に大きな特性の違いがみられるが, 実験した全ての制御対象の特性はほぼ一致していることが確認できる.

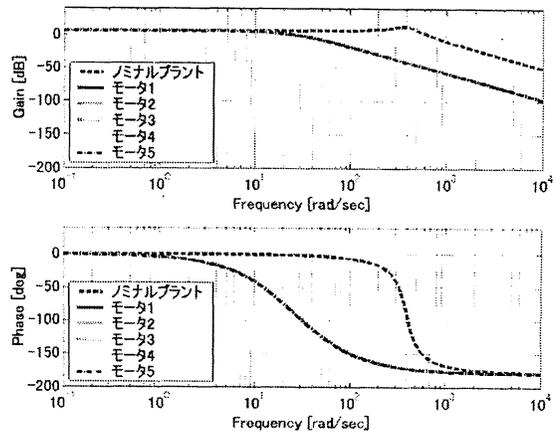


Fig.2 Error estimates

3. モデルブリッジ制御の構造と安定判別法

3.1 制御系の構成

制御対象の伝達関数を $(1+\Delta(s))G(s)$ とする. ただし, $G(s) \in R(s)$ はノミナルモデルであり, 目標入力に内部安定な制御を行うために虚軸上に零点を持たないとする. $\Delta(s) \in R(s)$ はモデル誤差であり, $(1+\Delta(s))G(s)$ と $G(s)$ の不安定極の数は等しいとする. この制御対象に対し Fig.1 の制御を考える.

ここで, $M(s) \in R(s)$ は誤差補償器で

$$M(s)G(s) = c(sI - A)^{-1}b \quad (3)$$

とする. ただし $A \in R^{n \times n}$, $b \in R^n$, $c \in R^{1 \times n}$, で (A, b) は可制御, (c, A) は可観測とする. また $f \in R^{1 \times n}$, $k \in R^n$ で $A - bf$, $A - kc$, $A - kc$ は安定, $Q_a(s), Q_b(s) \in R(s)$ は安定なパラメータとする. Fig.1 における各制御器について, 目標入力に対する過渡特性を f , 定常特性を Q_a で設定することができる. また外乱に対する過渡特性を k , 定常特性 Q_b で設定することができる. このように MBC は複数の特性を個々に設定できる多自由度ロバスト制御である.

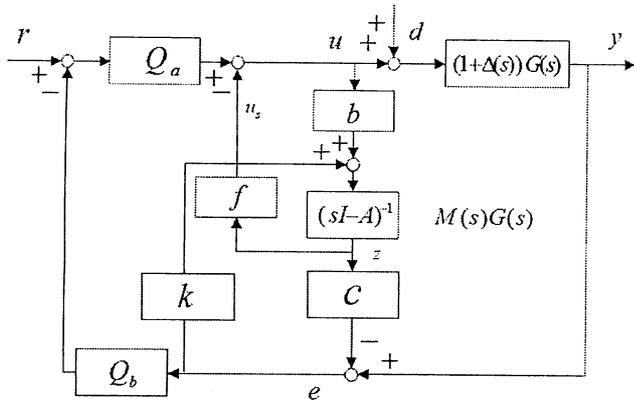


Fig.3 A structure of a control system

3.2 伝達関数と安定判別法

Fig.3 の系は $Q_a(s), Q_b(s) \in R(s)$ とおくと一般化安定化制御となり, $M(s)=1+\Delta$ のとき, 状態フィードバックとオブザーバーの分離性が成り立つので制御系は安定である.

Fig.3 の系の伝達関数を求めるために, 伝達関数表示に変換すると, Fig.4 の内部モデル制御表示を経て Fig.5 の内部モデルパラメリーゼーション表示となる. ただし

$$P(s) = \{1 - f(sI - A + bf)^{-1}b\}Q_a(s) \quad (4)$$

$$N(s) = Q_a^{-1}(s)f(sI - A + kc)^{-1}k + Q_b(s)\{1 + c(sI - A + kc)^{-1}k\}^{-1} \quad (5)$$

である.

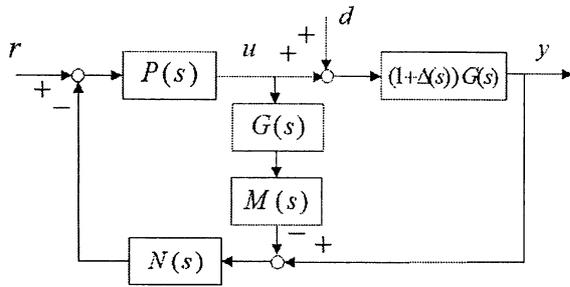


Fig.4 IMC representation

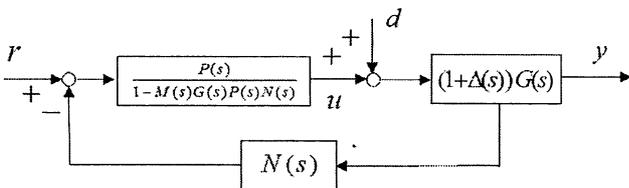


Fig.5 IMP representation

Fig.5 から, Fig.3 の系で $M(s)=1+\Delta(s)$ としたときも目標入力 $r(s)$ に対する出力 $y(s)$ は

$$\begin{aligned} y(s) &= M(s)G(s)P(s)r(s) \\ &= c(sI - A)^{-1}b[1 + f(sI - A)^{-1}b]^{-1}Q_a(s)r(s) \\ &= c(sI - A + bf)^{-1}bQ_a(s)r(s) \end{aligned} \quad (6)$$

である. 外乱 $d(s)$ に対する出力 $y(s)$ は次式となる.

$$\begin{aligned} y(s) &= [1 - M(s)G(s)P(s)N(s)]M(s)G(s)d(s) \\ &= [1 + c(sI - A + bf)^{-1}(k - bQ_a(s)Q_b(s))] \\ &\quad \times c(sI - A + kc)^{-1}bd(s) \end{aligned} \quad (7)$$

実際には $M(s) \neq 1+\Delta(s)$ であり, Eq.6,7 は次式で表される.

$$y(s) = \frac{(1 + \Delta(s))G(s) \frac{P(s)}{1 - M(s)G(s)P(s)N(s)}}{1 + (1 + \Delta(s))G(s) \frac{P(s)N(s)}{1 - M(s)G(s)P(s)N(s)}} r(s) \quad (8)$$

$$y(s) = \frac{(1 + \Delta(s))G(s)P(s)}{1 + (1 + \Delta(s))G(s) \frac{P(s)N(s)}{1 - M(s)G(s)P(s)N(s)}} d(s) \quad (9)$$

Eq.6,7 が安定であるためには

$$\begin{aligned} &1 + (1 + \Delta(s))G(s) \frac{P(s)N(s)}{1 - M(s)G(s)P(s)N(s)} \\ &= [1 + \{(1 + \Delta(s) - M(s))G(s)P(s)N(s)\} \\ &\quad \times \frac{1}{1 - M(s)G(s)P(s)N(s)}] \end{aligned} \quad (10)$$

のナイキスト線図が原点の周りを反時計方向に, 制御対象の不安定極の数だけ回ることである.

Eq.8 の内 $1/\{1 - M(s)G(s)P(s)N(s)\}$ の部分は

$$\begin{aligned} &1 - M(s)G(s)P(s)N(s) \\ &= [1 + c(sI - A + bf)^{-1}(k - bQ_a(s)Q_b(s))] \\ &\quad \times [1 + c(sI - A)^{-1}k]^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

であるから, 制御対象の不安定極を持ち, そのナイキスト線図は原点の周りを反時計方向に制御対象の不安定極の数だけ回ることがわかる. したがって, この系が安定であるための必要十分条件は $1 + \{(1 + \Delta(s) - M(s))G(s)P(s)N(s)\}$ のベクトル軌跡が原点を回らないことである. この条件は

5.2 MBC 制御器設計

Fig.7 から, $-\omega L < \theta_L(\omega), W_H < g, \forall \omega \geq 0$ の条件を満たすよう, θ_L に $-\omega L$ が近接するように L を設定する. なお今回は $L=0.08, g=1$ とし, 誤差補償器を

$$M(s) = \frac{1}{0.08s+1} \quad (29)$$

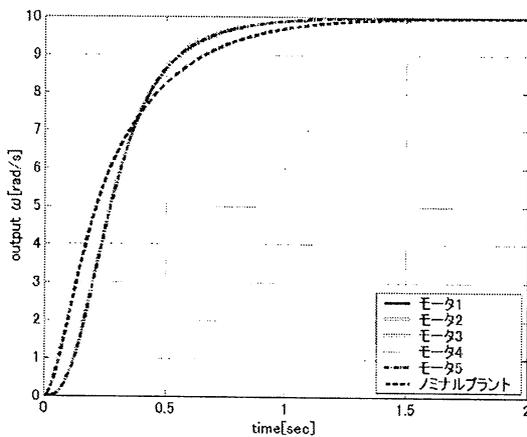
と定め, 過渡応答を決める設計パラメータは $r=0.1, \alpha=12.8$ とした.

5.3 シミュレーション結果

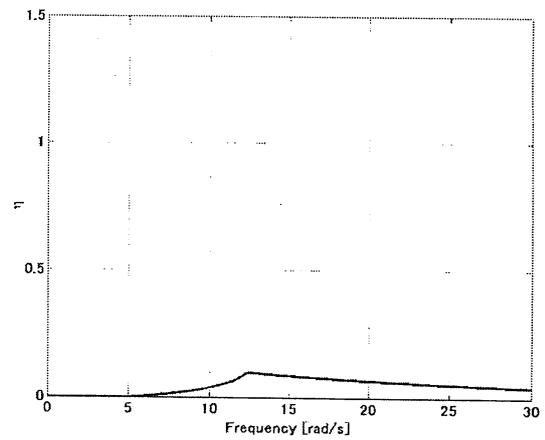
前節において設計した制御器を用いてシミュレーションを行った. なおステップ応答について観測し, その際の目標値は $r(s)=10$ [rad/s] とする.

時刻歴応答を Fig.8 の(a)に示す. 実験を行った全てのモータに対してノミナルプラントとほぼ同等の応答を得られておりロバスト制御性能が良好であることがわかる. この時の安定判別の結果を Fig.8 の(b)に示す. その結果から全てのモータがロバスト安定であることも確認できた.

比較として誤差補償を行っていない場合の時刻歴応答を Fig.9 の(a)に示す. 実験を行った全てのモータに対してノミナルプラントの応答には見られないオーバーシュートがあるが, モータの違いによる応答の変動はほぼ見られない. これは実験で適当に選んだ5つのモータ特性がほぼ一致していた為と考えられる.

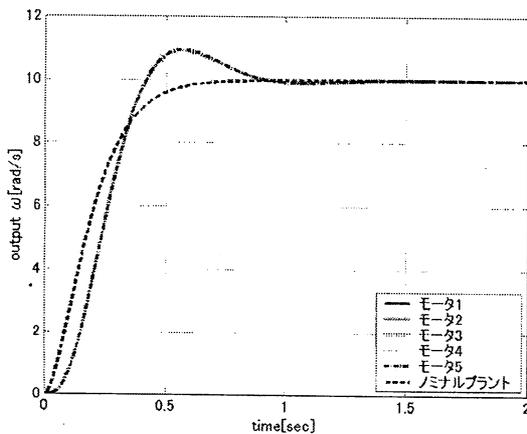


(a) Step response

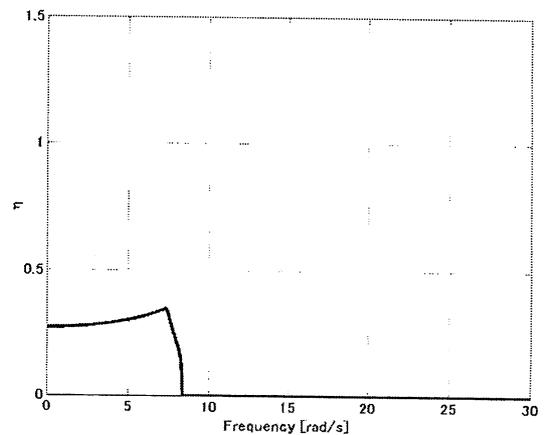


(b) Stability check by theorem

Fig. 8 With An error compensator



(a) Step response



(b) Stability check by theorem

Fig. 9 Without An error compensator

$$\psi = a_v \bar{c} A^v + a_{v-1} \bar{c} A^{v-1} + \dots + a_1 \bar{c} A + \bar{c} \quad (19)$$

から、制御器ゲインとして次式を得る。

$$f = (a_v \bar{c} A^{v-1} b)^{-1} \psi \quad (20)$$

$$Q_a(s) = (a_v \bar{c} A^{v-1} b)^{-1} Q_r(s) \quad (21)$$

ここで、 $Q_r(s)$ は目標入力 $r(s)$ の極 $s_j (j=1,2,\dots,r)$ に対し次式とする。

$$Q_r(s) = \frac{k_0 + k_1 s + \dots + k_{r-1} s^{r-1}}{(1 + \tau s)^{r-1}} \quad (22)$$

k_j は次式を満たすように選んだ実数である。

$$G_i(s_i) \frac{1}{(1 + \tau s_i)^v} Q_r(s_i) = 1 \quad (i=1,2,\dots,r) \quad (23)$$

これらを Eq.4 に代入すると、

$$y(s) = \frac{1}{(1 + \tau s)^v} Q_r(s) G_i(s) r(s) \quad (24)$$

となる。時定数 τ を小さくすることで目標値応答を早め、 $Q_r(s)$ で定常偏差を 0 にできる。なお、上記の制御で $A - bf$ は安定であり、制御系は安定である。

STEP3 【外乱抑制】

$\alpha \geq 0$ を $A + \alpha I$ が虚軸上に固有値を持たないように選び、リカッチ方程式

$$Y(A^T + \alpha I) + (A + \alpha I)Y - Yc^T c Y = 0 \quad (25)$$

の安定化解 $Y = Y^T \geq 0$ を用いて

$$k = Yc^T \quad (26)$$

とする。このとき、Eq.7 の $A - kc$ の固有値は安定となる。 $\alpha \geq 0$ の値を変えることで外乱に対する過渡応答を調整できる。定常偏差は 0 にするには、Eq.7 のうちの $1 + c(sI - A + bf)^{-1}(k - bQ_a(s)Q_b(s))$ の零点で、外乱の極を消去する。そのためには、外乱 $d(s)$ と目標入力 $r(s)$ の極を $s_j (j=1,2,\dots,\xi)$ として、

$$Q_b(s) = \frac{c_0 + c_1 s + \dots + c_{\xi-1} s^{\xi-1}}{(1 + \tau s)^{\xi-1}} \quad (27)$$

をおき、分子の係数 c_j を

$$1 + c(sI - A + bf)^{-1}(k - bQ_a(s)Q_b(s)) = 0 \quad (28)$$

を満たすように決める。これにより、目標値入力 $r(s)$ の極 s_j に対して $1 - M(s_j)G(s_j)P(s_j)N(s_j) = 0$ かつ、 $M(s_j)G(s_j)P(s_j) = 1$ であるので $N(s_j) = 1$ となる。

このとき、Eq.8 から $M(s) \neq 1 + \Delta(s)$ であっても目標値入力に対する定常偏差は 0 となる。また、外乱の極に対して $1 - M(s_j)G(s_j)P(s_j)N(s_j) = 0$ となるので、Eq.9 より $M(s) \neq 1 + \Delta(s)$ でも外乱に対する定常偏差 0 が補償される。

STEP4 【安定判別】

定理 1 の条件を満たすかどうか調べる。これには、各周波数における領域 $ABCD$ を線分 EF を求め、交点の有無と、交点がある場合には $\eta(\omega)$ を算出する。この計算は一般的 CG アルゴリズムを流用することで容易に実現できる。全周波数域に渡って条件を満たせば終了。満たせないとき、STEP2 に戻り時定数 τ を少し大きくして再計算する。

5. MBC 制御器設計とシミュレーション結果

5.1 誤差見積もり

Fig.2 にみられる、モータ特性のばらつきを乗法的モデル誤差とし、この誤差範囲のゲインの上下限及び位相の上下限を指定するため、Eq.12, 13 に基づきそれぞれの重みを設定した。そのときのボード線図を Fig.7 に示す。

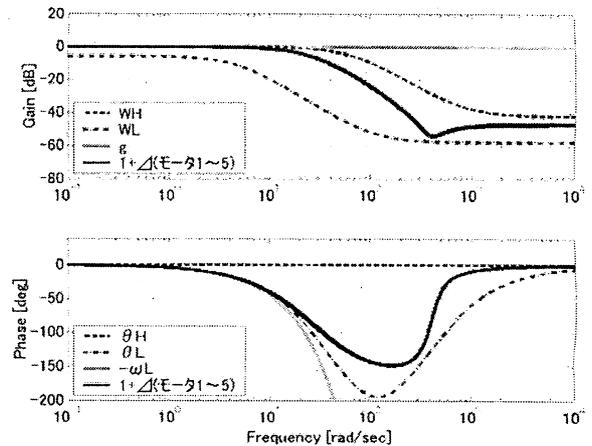


Fig.7 Error estimates

6. おわりに

本研究では MBC によるばらつきを考慮したロボスト制御系設計法を提案し, DC サーボモータの角速度制御システムに対して制御器設計及びシミュレーションを行った. その結果, 良好な応答が得られた.

しかし, 今回使用したモータはばらつきが少ないために応答の変動があまり見られなかった. これは使用したモータが新品であること, モータ特性の変化の大きな要因であるバッテリーの電圧降下を考察していないことが原因である.

今後の課題として, 電圧変動も考慮した設計法を確立させる及び, ばらつきの大きい制御対象による検証を行う予定である.

【 参考文献 】

- [1] ET ロボコン 2011 公式サイト :
<http://www.etrobo.jp/2011/>
- [2] 渡部慶二, 王蕊, 村松鋭一, 有我祐一: 「内部モデル制御をもとにした多自由度制御」, システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, pp. 401-402, 2007.
- [3] 王蕊, 渡部慶二, 村松鋭一, 有我祐一, 遠藤茂: 「モデルブリッジ制御の体系化」 - MBC システム構造とパラメトリゼーション -, 第 52 回自動制御連合講演会講演論文集, pp. 230-235, 2008.
- [4] 小野寺祐紀, 有我祐一, 渡部慶二, 遠藤茂: 「モデルブリッジ制御のによる 2 自由度系の振動制御」, 第 260 回計測自動制御学会, (2010).
- [5] Philo'sHomePage :
<http://www.philohome.com/>
- [6] NXTway-GS のモデルベース開発 :
<http://www.mathworks.com/mason/tag/proxy.html?dataid=11804&fileid=56683&product=ML>
- [7] Model-Based Design for Electrical Automobile Chassis Control :
http://www.google.co.jp/url?sa=t&rct=j&q=%E3%83%AA%E3%83%A2%E3%82%B3%E3%83%B3%E3%82%AB%E3%83%BC%E3%80%80nxt&source=web&cd=3&ved=0CDQQFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.mathworks.co.jp%2Fmason%2Ftag%2Fproxy.html%3Fdataid%3D12128%26fileid%3D58053&ei=cDumTt6yIcPqmAXH7_y9Dw&usg=AFQjCNHPcz-SLNsBvYcx6L2mjuHF7T02tA&sig2=cp4JsoQbDoJr-y1P6FGZNg&cad=rja