

PID 制御則を利用した立位姿勢制御能力の評価

Stability estimation of standing posture using PID control law

後藤博哉*, 佐川貢一*

Hiroya Goto*, Koichi Sagawa*

*弘前大学大学院理工学研究科

*Graduate School of Science and Technology, Hirosaki University

キーワード： 姿勢制御 (Postural control), 安定性 (Stability), 倒立振り子 (Inverted pendulum), PID 制御 (Proportional-integral-derivative control), 安定判別 (Stability distinction)

連絡先： 〒 036-8561 青森県弘前市文京町 3 弘前大学大学院 理工学研究科 佐川研究室
後藤 博哉, Tel/Fax.: (0172)39-3691, E-mail: h11gs614@stu.hirosaki-u.ac.jp

1. 緒言

現在、身体運動の障害を持つ患者や高齢者を対象として、徒手により立位姿勢制御能力を定性的に検査する理学療法が実施されている。その方法は簡便ではあるが姿勢制御能力を定量的に評価できないため、治療や指導の方法を正しく作成できないという問題が指摘されている。従来、このような問題を解決するため、矢状面内の倒立振り子モデルを使用して、随意傾斜運動から立位姿勢のトルクが時変 PD 制御に従うと仮定し、傾斜運動時の足関節パラメータと制御系の極の時間変化を求める方法が提案されている。その結果、パラメータと制御システムの極実部の時間変化が筋力などの影響を反映し、これらの指標が立位姿勢制御能力の定量評価に有効である可能性が示唆された¹⁾。一方、立位姿勢の静的モデル構築²⁾⁻⁶⁾に関しては、Kimura²⁾は PID 制御を利用していることから、積分要素も安定化制御に組み込むことが可能なのではないかと考えられる。

そこで本報告では、人の立位姿勢制御能力を解析するために、身体の動的姿勢制御を行った時の足関節トルクが時変 PID 制御に従うとして仮定して、リンク下端に回転軸を有する 1 自由度の倒立振り子モデルに近似し、時変立位姿勢制御則パラメータの逐次推定を行い、制御パラメータの時間変化から立位姿勢制御能力の定量評価につながる指標の導出を試みる。

2. 原理

2.1 倒立振り子モデル

本報告では、人の立位姿勢制御能力を解析するために、立位時の身体を Fig.1 に示す倒立振り子モデルに近似する。そして、人が行う制御を PID フィードバック制御則に従うと仮定する²⁾⁻⁸⁾。矢状面での足関節まわりの慣性モーメントを J 、体重から足部質量を除いた重量を m 、足関節角度を θ 、重力加速度を g 、 $\sin \theta \approx \theta$ と

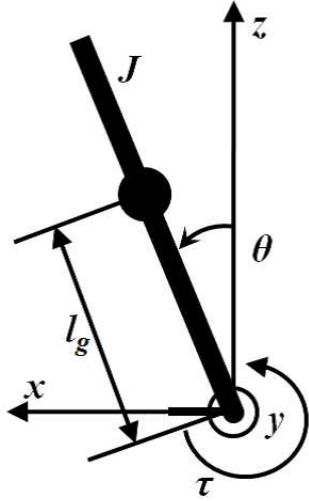


Fig. 1 Inverted pendulum model of standing posture

すると、運動方程式は

$$\tau = J\ddot{\theta} - mgl_g\theta \quad (1)$$

で表される。 τ は足関節トルクである。また、倒立振り子を制御するトルクが、身体角度を制御する能動的トルクと、重力による傾斜トルクに対抗する受動的トルクで構成されると仮定する⁵⁾。制御トルクの比例ゲインを K_P 、目標角度を θ_d 、微分ゲインを K_D 、目標角速度 $\dot{\theta}_d$ 、積分ゲインを K_I とすると、生成される足関節トルク τ は

$$\begin{aligned} \tau = & K_P(\theta_d - \theta) + K_D(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \\ & + K_I \int (\theta_d - \theta) dt - mgl_g\theta \end{aligned} \quad (2)$$

で表すことができる。結局、倒立振り子モデルの運動方程式は次式ようになる。

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} = & K_P(\theta_d - \theta) + K_D(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \\ & + K_I \int (\theta_d - \theta) dt \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 固定トレース法

固定忘却ゲインを導入した逐次最小二乗法は時変パラメータ推定が可能である⁹⁾が、推定に

適さない入力信号、すなわち周波数成分が乏しい信号が持続した場合に、推定に必要とされる過去情報が忘却されてしまい、得られる推定結果が不安定になる⁹⁾¹⁰⁾。本報告のように、静止-傾斜-静止のような一連の運動を解析の対象とする場合は、逐次最小二乗法は利用できない。そのため、固定トレース法¹⁰⁾を使用して時変パラメータ推定を行った。固定トレース法の時間更新式は、推定対象が、時刻 k のときの出力を $y(k)$ 、推定するパラメータベクトルを $A(k)$ 、回帰ベクトルを $x(k)$ とした線形モデル $y(k) = A(k)x(k)$ で表されるとき、

$$y(k) = J\ddot{\theta}(k) \quad (4)$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} -\theta(k) & -\dot{\theta}(k) & -\int \theta(k) dt & 1 \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

$$A(k) = \begin{bmatrix} K_P(k) & K_D(k) & K_I(k) & C \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} C(k) = & K_P(k)\theta_d(k) + K_D(k)\dot{\theta}_d(k) \\ & + K_I(k) \int \theta(k) dt \end{aligned} \quad (7)$$

$$A(0) = A_0 \quad \text{初期推定値} \quad (8)$$

$$P(0) = \gamma I \quad \text{初期行列ゲイン} \quad (9)$$

$$K(k) = \frac{P(k-1)x(k)}{1 + x(k)^T P(k-1)x(k)} \quad (10)$$

$$e(k) = y(k) - x(k)^T A(k) \quad \text{事前誤差} \quad (11)$$

$$A(k) = A(k-1) + K(k)e(k) \quad \text{推定値} \quad (12)$$

$$Q(k) = P(k) - K(k)x(k)^T P(k-1) \quad (13)$$

$$\lambda(k) = \frac{\text{tr}Q(k)}{\text{tr}P(k)} \quad \text{忘却ゲイン} \quad (14)$$

$$P(k) = \frac{Q(k)}{\lambda(k)} \quad (15)$$

で記述される。また、(8)(9)式で表される各初期値は、

$$A_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\gamma = 10^3$$

とした。固定トレース法は、推定に適さない入力信号が持続している場合には、可変忘却ゲイン $\lambda(k)$ を高く維持し過去情報を記録しておく

ことで、比較的安定した推定値を得ることができる。一方、推定に適する信号が持続して利用できる場合は $\lambda(k)$ を小さい値に調節することで過去の情報を素早く忘却し、推定値の変動に追従することができる。(4)~(7) 式から姿勢制御則パラメータ K_P 、 K_D 、 K_I を推定することで、立位姿勢制御能力の定量評価が可能であると考えられる。

2.3 極配置を利用した安定判別

姿勢制御系を伝達関数で表すことで、制御工学的な安定判別が可能である。入力为目标角度 θ_d 、出力を身体角度 θ とした姿勢制御系の伝達関数 $G(s)$ は、初期値を $\theta(0) = 0$ 、 $\dot{\theta}(0) = 0$ とし (3) 式を Laplace 変換すると

$$G(s) = \frac{K_D s + K_P + \frac{1}{s} K_I}{J s^2 + K_D s + K_P + \frac{1}{s} K_I} \quad (16)$$

で表される。この制御系の特性方程式は

$$J s^3 + K_D s^2 + K_P s + K_I = 0 \quad (17)$$

となる。この方程式の実根の値は系の収束性を表しており、極が虚軸の左側にある場合は系の減衰を示し、右側にある場合は発散を示すことから、複素平面上の極配置の時間変化が姿勢制御系の安定性の時間変化を表していると考えられることができる。

3. 測定と解析

対象とする動作は Fig.2 のように股関節を曲げずに常に足裏を接地させた状態で、静止直立姿勢から前方にできるだけ傾斜して静止姿勢に戻るといった動作である。また、不安定を模擬するため、立位条件は両足立位の状態 (条件 1: 健全な状態) と、アイマスクを着用した状態 (条件 2: 視覚障害を模擬)、左脚だけで立ち右脚はシーソーのように自由に傾斜する補助台にのせた状態 (条件 3: 下肢筋力低下を模擬) の 3 条件とした。

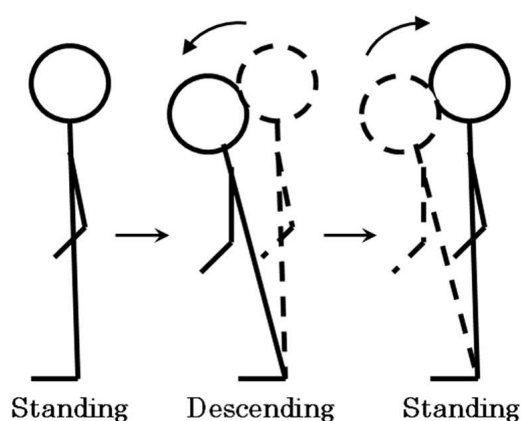


Fig. 2 Performed motion to investigate control parameters

足関節角度は光学式モーションキャプチャ (VICON 460, VICON MOTION SYSTEM) を使用して 120[Hz] で測定し、角速度および角加速度は測定した角度データを数値微分して求めた。これらの身体運動データと (4)~(7) 式から、(8)~(13) 式の固定トレースアルゴリズムを使用して制御パラメータの時間変化を推定した。さらに、推定した制御パラメータを (17) 式に代入して極配置の時間変化を求めた。

4. 結果と考察

4.1 姿勢制御パラメータ推定結果

Fig.3 は、被験者 1 名の足関節実測角度 θ 、比例ゲイン K_P 、微分ゲイン K_D 、積分ゲイン K_I の 8 回の運動の平均波形である。 θ のピークが 0[s] になるよう時間軸を調整した。この推定結果より、 K_P は $-1.5[s]$ の付近で上昇した後、 $-1.2[s]$ 付近で減少を始めてから 0.8[s] まで減少を続け、1[s] 付近で再び上昇してから初期値に戻っている。 K_D は $-2[s]$ から減少を始めて負の値となり $-1.2[s]$ 付近で上昇してほぼ 0 となり、1[s] 付近で減少してから上昇して、1.5[s] 付近から一定の値を保つようになる。また、 K_I は $-1.5[s]$ から緩やかに減少し、0[s] から 1[s] にかけてほぼ 0 を維持するようになり、1[s] から 1.5[s] にかけて上昇し、それ以降で 0 に戻る。

K_P に注目すると、条件 1 に比べて条件 2 と条件 3 は、 $-1.8[s]$ 付近での上昇を始める時間が遅い。また、 K_I における $-1.5[s]$ 以降のパラメータ減少時と $1[s]$ 以降におけるパラメータ上昇時の変化量が少ない。また、どちらの場合も条件 1 に比べて条件 2 と条件 3 はパラメータ変化の様子が緩やかである。これは、足や視覚に障害がある場合は、身体目標角度の設定や、身体の傾きを感知するための感度が低下していることを示していると考えられる。

K_P 、 K_D 、 K_I は足関節で発生する制御トルク τ_{PID} への、角度、角速度、角度の積分値の寄与の程度を表す。大きい K_P は、目標角度に追従するために比例制御が強行われていることを意味し、小さい K_P は比例制御が殆ど行われず目標角度へ追従しないことを意味している。 K_D の正值は、目標角速度に追従するために微分制御が行われていることを示し、 K_D の負値は角速度を増す微分制御が行われていることを示す。また、 K_P や K_I に比べて K_D は $-2[s]$ 付近で早期に減少していることから、前方傾斜は角速度を発散させることで実現していると予想される。

4.2 足関節トルクの変化

Fig.4 は足関節で生成されたトルクを示しており、 τ_{PID} は PID 制御トルク、 τ_P は比例制御トルク、 τ_D は微分制御トルク、 τ_I は積分トルクを表す。また、各トルクは以下の式で表される。

$$\tau_{PID} = \tau_P + \tau_D + \tau_I \quad (18)$$

$$\tau_P = K_P(\theta_d - \theta) \quad (19)$$

$$\tau_D = K_D(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \quad (20)$$

$$\tau_I = K_I \int (\theta_d - \theta) dt \quad (21)$$

τ_P に注目すると、 $-1.5[s]$ 付近で負の方向に増加してから、 $0[s]$ 付近で 0 に戻り、 $1[s]$ 付近で正の方向に増加してから、緩やかに 0 へと戻っていく。 τ_D は、 $-2[s]$ 付近で正の方向に増加し、

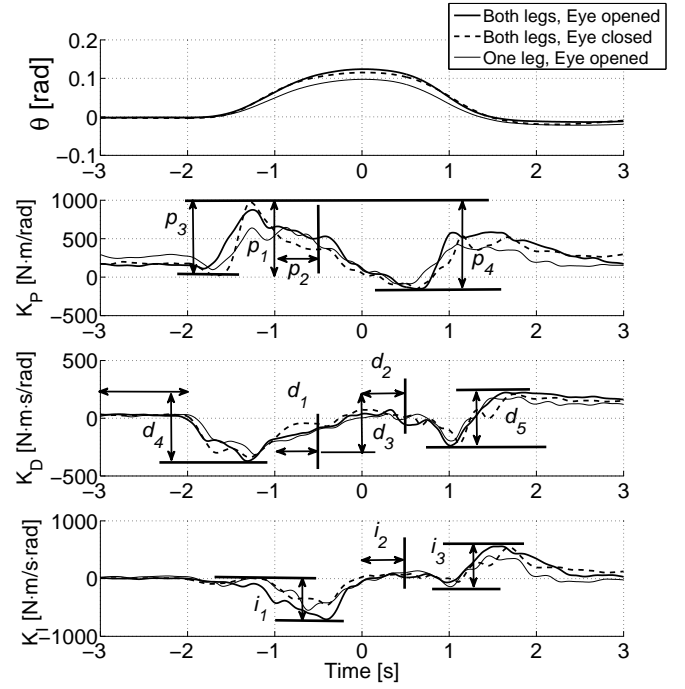


Fig. 3 Averaged waveforms of estimation results: θ , K_P , K_D and K_I .

$-0.5[s]$ 付近で 0 へと戻り、 $1[s]$ 付近で急速に負の方向に増加してからすぐに元に戻り、その後は緩やかに負の方向に増加してから 0 へと戻っていく。 τ_I は $-1[s]$ 付近から $0[s]$ 付近の間で正の値を取り、 $0[s]$ 付近から $1[s]$ 付近の間で負の値を取り、 $1[s]$ 付近で少しだけ正の値をとってから、 $2[s]$ 付近まで負の値をとって最後に 0 へと戻る。

以上から、 $-2[s]$ 付近で微分制御により傾斜運動が開始され、 $-1[s]$ 付近から $0[s]$ 付近まで比例制御によって前方傾斜が抑制され、 $1[s]$ 付近から比例制御が静止姿勢を維持しようとしていると考えられる。

また、片足では踏ん張りが効きにくいいため、条件 3 は他の条件に比べてトルク上昇時の変化量が少なく、変化の様子が緩やかである。

4.3 伝達関数の極の時間変化

Fig.5、Fig.6、Fig.7 は、被験者 1 名の極配置の各条件における平均軌跡を 1 秒間ごとに示し

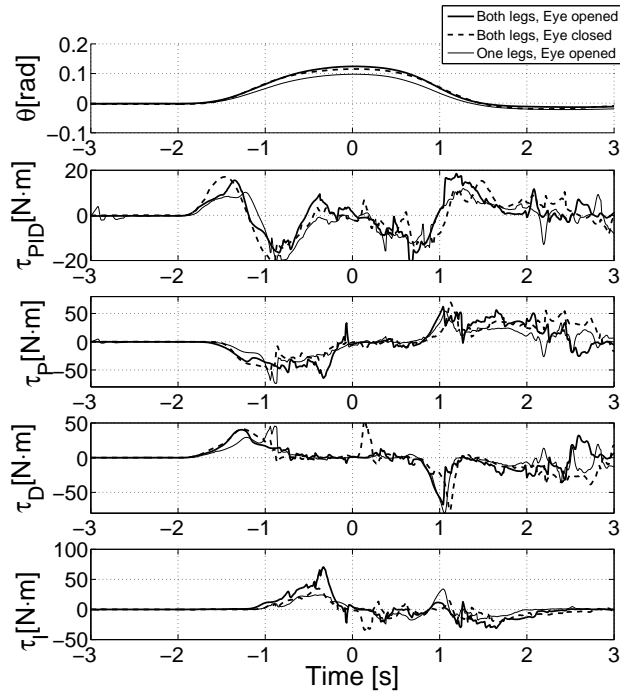


Fig. 4 Averaged waveforms of estimation results: θ , τ_{PID} , τ_P , τ_D and τ_I .

た図である。運動開始後、虚軸の左側にあった極は右側へ大きく移動し、最大傾斜角で虚軸付近に戻り、直立静止姿勢に戻るときに左側へ推移していることがわかる。しかし、これでは極の推移と安定性の関係がわかりにくい。そこで、3つの極のうち、システムの挙動に最も影響を与えると考えられる、最も右側に位置する極の実部と虚部の動きから安定性との関係について考察する。結果を Fig.8 に示す。

-2 ~ -1[s] の間で実部が虚軸の右側へ推移することから、制御工学的観点から系は不安定である。これは被験者があえて不安定な状態になって前方に加速しているためであると考えられる。そして、1 ~ 2[s] の間で実部は主に虚軸の左側を推移しており、直立姿勢へ戻る制御によって運動が安定化され、系が安定となるものと考えられる。

Fig.8 の実部の時間変化では、正の値で制御系が不安定となり、値が大きいほど不安定の度合いが増すものと考えられる。条件1は -2[s] か

Table 1 Standard deviation of pole.

Condition	1	2	3
Real part	1.20	0.98	1.02
Imaginari part	0.73	0.67	0.58

ら 0[s] における実部の最大値が他の条件に比べて高くなっている。一方、不安定な立位条件では、被験者が能力の低下を予測して安定性を失いすぎないように、健常時よりも消極的な制御を行ったことを反映していると考えられる。虚部は、制御系の振動特性を表しており、大きくなるほど系が振動的となり、小さい値では振動数が減少する。-2[s] 付近と 0[s] 付近で虚部の値が減少するのは、傾斜時と復元時には身体を振動させず、過減衰の状態とするためであると考えられる。-1 ~ 0[s] の間と 1[s] 付近で値が大きくなるのは被験者が目標角度を定め、それに対する早い応答を実現するためであると考えられる。-2[s] より前の時間で、条件3は他の条件に比べて虚部の値が大きくなっていることから、不安定な立位条件では静止状態における身体の振動が強くなると考えられる。また、Table 1 は極から求めた標準偏差値をまとめたものである。この表から、不安定な立位条件では標準偏差が少なくなっていることがわかる。このことから、不安定な立位条件では、慎重な制御が行われているため、極の変化が小さくなっていると考えられる。

4.4 特徴点の多重比較検定結果と考察

立位条件によるパラメータの違いを比較するため、複数被験者の各条件間に差があると予想した値を以下のように定義する。

p_1 : K_P の -2 ~ 0[s] の最大値

p_2 : K_P の -1 ~ -0.5[s] の平均値

p_3 : K_P の -2 ~ -1[s] の最小値と -2 ~ 0[s] の最大値の差

p_4 : K_P の -2 ~ 0[s] の最大値と 0 ~ 1[s] の最小値の差

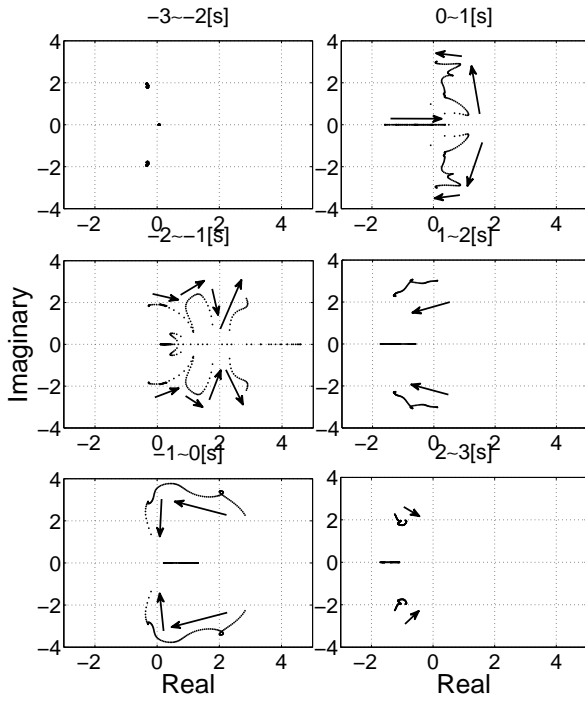


Fig. 5 Example of pole assignment of the control system in condition 1.

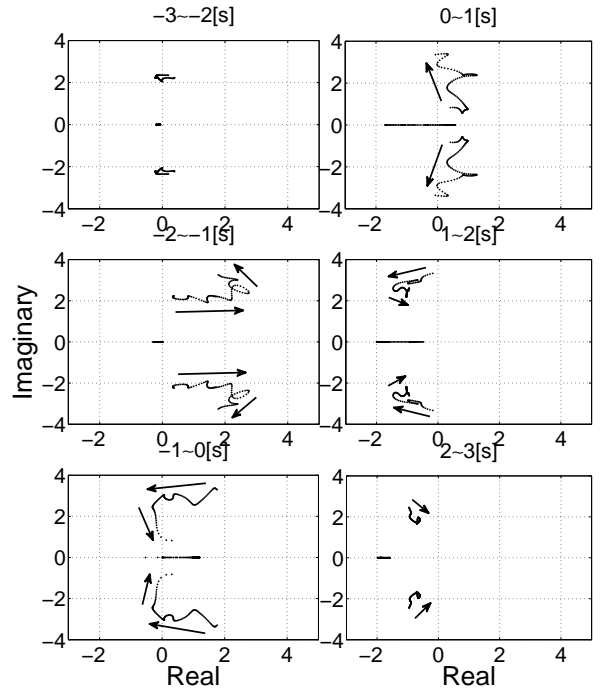


Fig. 7 Example of pole assignment of the control system in condition 3.

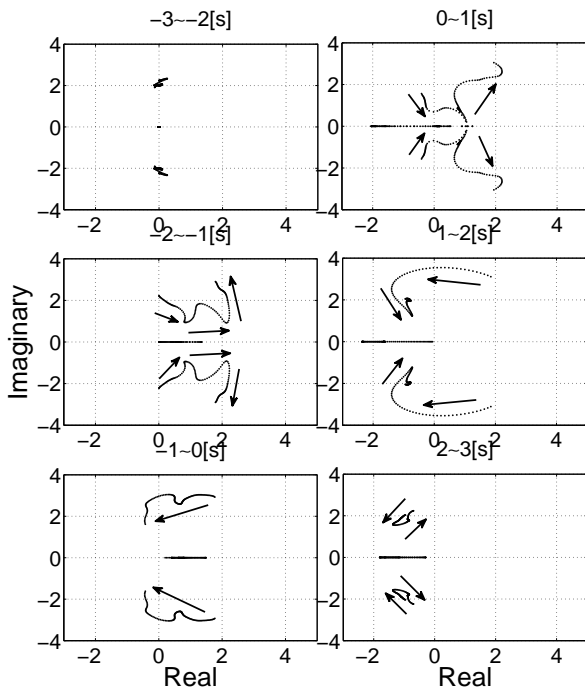


Fig. 6 Example of pole assignment of the control system in condition 2.

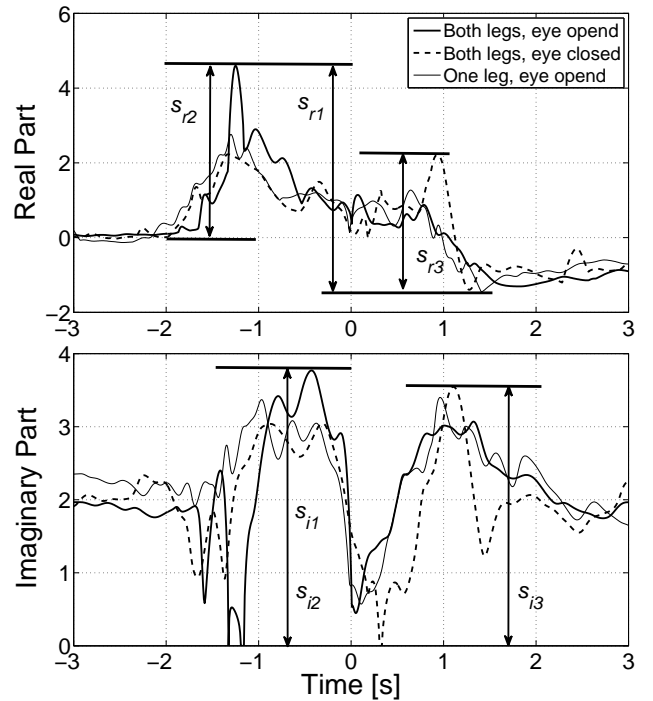


Fig. 8 Example of pole assignment of the control system in three experimental conditions: real part and imaginary part.

- d_1 : K_D の $-1 \sim -0.5[s]$ の平均値
- d_2 : K_D の $0 \sim 0.5[s]$ の平均値
- d_3 : d_1 と d_2 の差
- d_4 : K_D の $-3 \sim -2[s]$ の平均値と $-2 \sim 0[s]$ の最小値の差
- d_5 : K_D の $0 \sim 2[s]$ の最小値と $1[s]$ 以降の最大値の差
- i_1 : K_I の $-3 \sim -2[s]$ の平均値と $-2 \sim 0[s]$ の最小値の差
- i_2 : K_I の $0 \sim 1[s]$ の平均値
- i_3 : K_I の $0 \sim 2[s]$ の最小値と $1[s]$ 以降の最大値の差
- s_{r1} : 運動全体の極実部の変化幅
- s_{r2} : $-3 \sim 0[s]$ の極実部の変化幅
- s_{r3} : $0 \sim 3[s]$ の極実部の変化幅
- s_{i1} : 運動全体の極虚部の変化幅
- s_{i2} : $-3 \sim 0[s]$ の極虚部の変化幅
- s_{i3} : $0 \sim 3[s]$ の極虚部の変化幅

上記の特徴点の値について、11人の被験者で多重比較検定を行い、有意さが認められた条件とパラメータとその個数を Table 2 に示す。検定の結果、 p_3 、 d_3 、 d_4 の条件 1-3 間について、半分以上の被験者で有意差が見られた。

ここで、有意差が認められた特徴点と安定性について考察する。安定性が低下する課題を実施した場合、 K_P での特徴点 p_3 と K_D での特徴点 d_3 、 d_4 が有意に変化している。これらのパラメータは、身体が前方へ傾斜運動を行っている時の値であり、安定性の評価では前方傾斜運動時の動作が重要であると考えられる。

4.5 定量指標の信頼性調査

定量指標の信頼性とは、同じ被験者、同じ検査条件、同じ検者で複数回測定したときに同じ結果が得られるか、つまり定量指標の再現性であると考えられる。信頼性を定量化するための信頼性度数として、級内相関係数 (Intraclass Correlation Coefficients:ICC) が知られている¹¹⁾。信頼性度数は Table 3 のように信

Table 2 Result of multiple comparison test and subject quantity. (Tukey-Kramer: $p < 0.05$, NS:Not Significant, ():subject qty..)

	Parameter	Subject	Total
K_P	p_1	3 < 1(2)	2
	p_2	3 < 1(3) 3 < 2(3)	6
	p_3	3 < 1(6) 3 < 2(3)	9
	p_4	NS	0
K_D	d_1	1 < 2(3) 1 < 3(5) 2 < 3(3)	11
	d_2	NS	0
	d_3	1 < 3(6) 2 < 3(3)	9
	d_4	2 < 1(3) 3 < 1(7) 3 < 2(4)	14
	d_5	NS	0
K_I	i_1	3 < 1(2)	2
	i_2	NS	0
	i_3	NS	0
Pole	s_{r1}	3 < 2(2)	2
	s_{r2}	2 < 1(2) 3 < 2(2)	4
	s_{r3}	NS	0
	s_{r4}	NS	0
	s_{i1}	3 < 2(2)	2
	s_{i2}	3 < 2(2)	2
	s_{i3}	1 < 2(2)	2
	s_{i4}	3 < 1(2) 3 < 2(2)	4

Table 3 Critterion of reliability using ICC.

ICC	Judgement
0.0 ~ 0.20	slight
0.21 ~ 0.40	fair
0.41 ~ 0.60	moderate
0.61 ~ 0.80	substantial
0.81 ~ 1.0	almost perfect

Table 4 Criterion of reliability using ICC.

Parameter	condtion1	condtion2	condtion3
p_3	0.938	0.940	0.950
d_3	0.922	0.906	0.887
d_4	0.888	0.898	0.884

頼性について類別されている。ここでは、前節で得た定量指標 についての信頼性を調査する指標として、検者内信頼性 $ICC(1, k)$ を計算する。また、1人の被験者が行った実験動作の回数として $k = 8$ とした。

Fig.9は K_P と K_D 、 K_I について時間ごとに $ICC(1, k)$ を計算した結果である。 K_P 、 K_I に注目すると、0.5[s] 付近で0.8以上の高い信頼性が出ている。 K_D に注目した場合は、 $-1 \sim -0.5$ [s] の間と0.5[s] 付近で0.8以上の高い信頼性が出ている。いずれも0.5[s] 付近で高い信頼性が出ており、4.2節の τ_P 、 τ_D 、 τ_I がほぼ一定の値で安定している箇所であることから、身体を傾斜状態から復元している場所では、制御パラメータが0に近い値で安定しており、複数回の実験における値のばらつきも少ないことがわかる。ただし、 K_D における0.5[s] 付近では大きく変化している場所であり、必ずしも0に近い値で安定している箇所だけ信頼性が高くなる、というわけではない。

Table 4は4.4節で提案した各定量指標 p_3 、 d_3 、 d_4 の各条件についての $ICC(1, k)$ の計算結果である。この結果より、全ての定量指標が $ICC(1, k) > 0.8$ を満たしているため、提案した全ての定量指標が高い信頼性を有すると考える。

5. 結言

本報告では、人の立位姿勢制御能力を定量化し、立位姿勢制御能力の定量指標を導出することを目的として、人の立位姿勢制御能力を時変PID制御された足関節トルクによる倒立振り子モデル化した。そして、全身を前方に傾斜さ

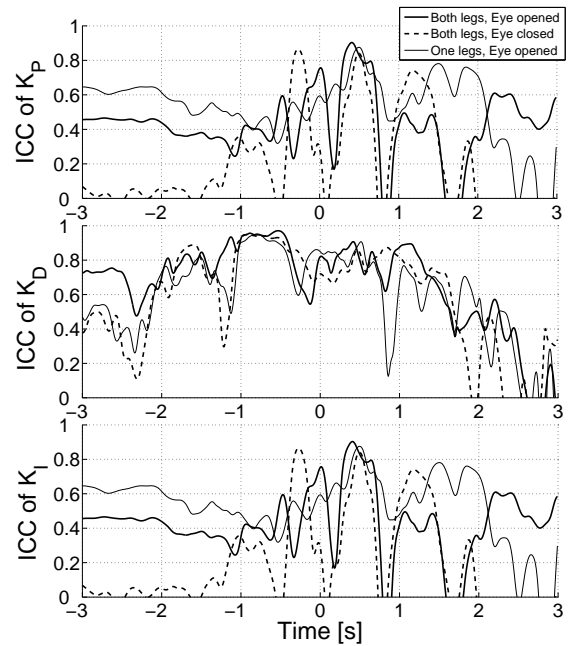


Fig. 9 Result of $ICC(1, k)$: K_P , K_D and K_I .

せて直立静止姿勢に戻る運動から姿勢制御則パラメータの逐次推定を行い、制御系の極の時間変化を求めた。それらの結果、立位条件によってパラメータの変化に違いが出ることを確認した。また、 K_P 、 K_D の時間変化が立位姿勢制御能力の定量評価に有効である可能性が示唆された。今後は定量評価の方法についてさらなる考察を加え、診断に応用する方法について考える予定である。

参考文献

- 1) Akifumi Goto, Mizuri Ishida, Koichi Sagawa: Temporal parameter change of human postural control ability during upright swing using recursive least square method, Proceedings of SPIE, Vol.7500, 75000H1-9 (2009)
- 2) Kimura Hidenori, Yufa Jiang: A PID Model of human Balance Keeping, IEEE Control System Magazine, **26-6**, 18/23 (2006)
- 3) Christoph Maurer, Robert J. Perterka: A New Interpretation of Spontaneous Sway Measures Based on a Simple Model of Human Posture Control, J Neurophysiol, Vol.93, 189/200 (2005)
- 4) 斯琴, 長崎幸雄, 江依法, 加藤義弘, 吉田善伯, 松岡敏男: 立位姿勢時の身体動揺制御および視

- 覚の影響について, 体力力学, Vol.55, 469/476 (2006)
- 5) Alessandra Bottaro, Maura Casadio, Pietro G.Morasso, Vittorio Sanguineti: Body sway during quiet standing: Is it the residual chattering of an intermittent stabilization process?, Human Movement Science, Vol.24, 588/615 (2005)
 - 6) 政二慶, 阿部匡樹: バイオメカニクス的手法を用いた静止立位制御機構の解析, バイオメカニクス研究, Vol.9, No.1, 10/17 (2005)
 - 7) Robert J.Peterka, Patrick J.Loughlim: Dynamic Regulation of Sensorimotor Integration in Human Posture Control, J Neurophysiol, Vol.91, 410/423 (2004)
 - 8) Lennart Ljung: SYSTEM IDENTIFICATION, Prentice Hall PTR, 197/211 361/397 (1999)
 - 9) 足立修一: MATLAB による制御のためのシステム同定, 東京電気大学出版局, 115-119 (2002)
 - 10) 新中新二: 脳波を用いた 3 次元運動計測システム, 適応アルゴリズム-離散と連続 真髄へのアプローチ, 産業図書 (1990)
 - 11) 対馬栄輝: SPSS で学ぶ医療系データ解析, 東京図書, 195-214 (2007)