

# 移動ロボットの軌道追従制御

## Tracking Control of a Mobile Robot

○佐藤瞳\*, 村松鋭一\*

○Hitomi Sato\*, Eiichi Muramatsu\*

\*山形大学

\*Yamagata University

**キーワード** : 移動ロボット (mobile robot), 追従制御 (tracking control), リアプノフ関数 (Lyapunov function), 制御則 (control law), 安定性 (stability)

**連絡先** : 〒 992-8510 米沢市城南 4-3-16 山形大学 大学院理工学研究科 応用生命システム工学専攻  
村松鋭一, Tel.: (0238)26-3327, E-mail: muramatu@yz.yamagata-u.ac.jp

### 1. はじめに

二輪駆動移動ロボットの制御は, 非ホロノミック拘束を持つシステムの制御としてさまざまなアプローチから研究がなされている<sup>1)~3)</sup>. 目標軌道に追従させる制御方法としては, Kanayama<sup>1)</sup>らによる方法が代表的なものとして知られている. そこでは, 追従偏差に基づく制御則が提案され, リアプノフ関数を用いた追従性の証明が与えられている. さまざまなアプローチの中には, 目標軌道に追従させる制御ではなく, 最終的に目標の周りを円運動するという制御などを挙げる事ができる<sup>2)</sup>. また, 文献<sup>3)</sup>では Kanayamaらと同様な追従偏差を用いて軌道追従制御を考察している.

目標軌道に追従させる制御則は一意ではなく, 他の制御則を導出できる可能性がある. 本研究では, Kanayamaらの使用している偏差の式を利用して, Kanayamaらとは異なる制御則を導出することを目的とする.

導出の方法は, まず, ロボットの中心からある一定距離だけ離れた点に着目して, その点が追従すべき軌道に対する追従制御則を導く. そして, この制御則を原型として, 本来の制御目的を達成する制御則へと変形することを考える. そこでは原型の制御則に新たな項を追加し, リアプノフ関数を用いた証明が成立するように制御則を修正する. この方法により, Kanayamaらのものとは異なる形式の制御則が導出可能であることを明らかにする.

### 2. 二輪駆動ロボットの運動学

二輪駆動ロボットの運動学は

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

と表される.  $(x, y)$  はロボットの中心座標,  $\theta$  は姿勢 ( $x$  軸を基準としたロボットの回転角) を表す. このロボットが追従すべき目標軌道は, 別

の二輪駆動ロボット（以下、ターゲットと呼ぶ）が通った軌道であるとする。ターゲットの運動学は

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & 0 \\ \sin \theta_r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} \quad (2)$$

と表わされているものとする。ただし、 $v_r > 0$  と仮定する。ロボットおよびターゲットは

$$\begin{aligned} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta &= 0 \\ \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta &= v \\ \dot{x}_r \sin \theta_r - \dot{y}_r \cos \theta_r &= 0 \\ \dot{x}_r \cos \theta_r + \dot{y}_r \sin \theta_r &= v_r \end{aligned} \quad (3)$$

という速度拘束を満たす。

制御の目的は、時間の経過とともに

$$x \rightarrow x_r, \quad y \rightarrow y_r, \quad \theta \rightarrow \theta_r \quad (4)$$

を満たすことである。ロボットの制御入力は、(1)式の右辺にある $v, \dot{\theta}$ である。本稿では、制御目的を達成する制御則、すなわち $v, \dot{\theta}$ を設定する式を求める。

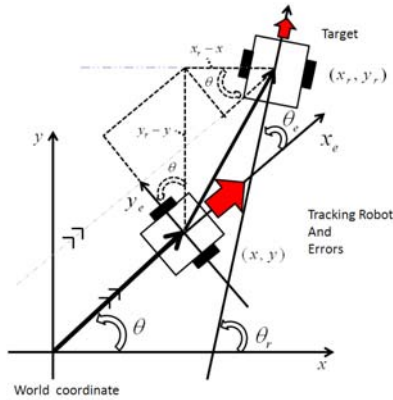


Fig. 1 偏差

制御則にはロボットとターゲットの追従偏差を表す次の変数を用いる (図1参照)。

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\theta_e = \theta_r - \theta \quad (6)$$

ここで、 $x_e$ は進行方向の追従偏差、 $y_e$ は車両の横手方向の追従偏差、 $\theta_e$ は姿勢の追従偏差である。これらを用いれば、(4)式の制御目的は

$$x_e \rightarrow 0, \quad y_e \rightarrow 0, \quad \theta_e \rightarrow 0 \quad (7)$$

とも表される。

(5)式を微分し、(3)式 of 速度拘束を用いて整理すると

$$\dot{x}_e = v_r \cos \theta_e - v + y_e \dot{\theta} \quad (8)$$

$$\dot{y}_e = v_r \sin \theta_e - x_e \dot{\theta} \quad (9)$$

という式が得られる<sup>1)</sup>。

### 3. 制御則の原型の導出

ロボットの中心から進行方向に $d > 0$ だけ離れた点に注目する。この点の座標を $(x_1, y_1)$ とすると、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + d \cos \theta \\ y + d \sin \theta \end{bmatrix} \quad (10)$$

と表される。同様に、ターゲットの中心から進行方向に $d$ だけ離れた点の座標を $(x_{r1}, y_{r1})$ とすると、

$$\begin{bmatrix} x_{r1} \\ y_{r1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r + d \cos \theta_r \\ y_r + d \sin \theta_r \end{bmatrix} \quad (11)$$

となる。

制御の目的は(4)式であるが、ここではまず、

$$x_1 \rightarrow x_{r1}, \quad y_1 \rightarrow y_{r1} \quad (12)$$

を満たすような制御則を求める（その制御則を後に修正して(4)式を満たす制御則を導出する）。

ロボットの制御入力 $v, \dot{\theta}$ と $\dot{x}_1, \dot{y}_1$ との関係式は、(10)式を微分して(1)式を用いると

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{x} - d\dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y} + d\dot{\theta} \cos \theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} v \cos \theta - d\dot{\theta} \sin \theta \\ v \sin \theta + d\dot{\theta} \cos \theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin \theta \\ \sin \theta & d \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \\ &= R \begin{bmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

と表すことができる。ただし,

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin \theta \\ \sin \theta & d \cos \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

である。任意の  $\theta$  に対して

$$|R| = d > 0 \quad (15)$$

であるので,  $v, \theta$  によって  $\dot{x}_1, \dot{y}_1$  は操作可能である。なお,  $R^{-1}$  を計算すると,

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

と表すことができる。

ここで (12) 式, すなわち

$$\begin{bmatrix} x_{r1} - x_1 \\ y_{r1} - y_1 \end{bmatrix} \rightarrow 0 \quad (17)$$

となるような制御について考える。そこで正の定数  $K$  を用いて,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{r1} - \dot{x}_1 \\ \dot{y}_{r1} - \dot{y}_1 \end{bmatrix} = -K \begin{bmatrix} x_{r1} - x_1 \\ y_{r1} - y_1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

という方程式を導入し, この式を満たす  $v, \dot{\theta}$  として制御則を求める。式 (13) 式代入すると, (18) 式は

$$R \begin{bmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{r1} \\ \dot{y}_{r1} \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} x_{r1} - x_1 \\ y_{r1} - y_1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

となる。左から (16) 式の  $R^{-1}$  を掛け, (10) 式, (11) を代入すると,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \\ &\quad \left\{ \begin{bmatrix} \dot{x}_{r1} \\ \dot{y}_{r1} \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} x_{r1} - x_1 \\ y_{r1} - y_1 \end{bmatrix} \right\} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \\ &\quad \left\{ \begin{bmatrix} \dot{x}_r - d\dot{\theta}_r \sin \theta_r \\ \dot{y}_r + d\dot{\theta}_r \cos \theta_r \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + K \begin{bmatrix} x_r + d \cos \theta_r \\ y_r + d \sin \theta_r \end{bmatrix} - K \begin{bmatrix} x + d \cos \theta \\ y + d \sin \theta \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

となる。ここで (2) 式における  $\dot{x}_r = v_r \cos \theta_r$ ,  $\dot{y}_r = v_r \sin \theta_r$  を代入して次のように変形する。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \\ &\quad \left\{ \begin{bmatrix} v_r \cos \theta_r - d\dot{\theta}_r \sin \theta_r \\ v_r \sin \theta_r + d\dot{\theta}_r \cos \theta_r \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + K \begin{bmatrix} x_r + d \cos \theta_r \\ y_r + d \sin \theta_r \end{bmatrix} - K \begin{bmatrix} x + d \cos \theta \\ y + d \sin \theta \end{bmatrix} \right\} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \\ &\quad \left\{ v_r \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \sin \theta_r \end{bmatrix} + d\dot{\theta}_r \begin{bmatrix} -\sin \theta_r \\ \cos \theta_r \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + K \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \end{bmatrix} + dK \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \sin \theta_r \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. - dK \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

さらに

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \sin \theta_r \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_r - \theta) \\ \sin(\theta_r - \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e \\ \sin \theta_e \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \theta_r \\ \cos \theta_r \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

であることと, (5) 式を用いると,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/d \end{bmatrix} \left\{ v_r \begin{bmatrix} \cos \theta_e \\ \sin \theta_e \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + d\dot{\theta}_r \begin{bmatrix} -\sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + dK \begin{bmatrix} \cos \theta_e \\ \sin \theta_e \end{bmatrix} - dK \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

となる。これを整理して,

$$v = v_r \cos \theta_e - d\dot{\theta}_r \sin \theta_e + K x_e + dK(\cos \theta_e - 1) \quad (23)$$

$$\dot{\theta} = \frac{v_r}{d} \sin \theta_e + \dot{\theta}_r \cos \theta_e + \frac{K}{d} y_e + K \sin \theta_e \quad (24)$$

という制御則が得られる。この制御則を本稿では「原型の制御則」を呼ぶことにする。

#### 4. 原型の制御則を用いた安定性解析

前節で得ることができた (23), (24) 式の原型の制御則は、式 (18) から導かれたので、式 (17) の動作、すなわちロボットの中心から  $d$  だけ離れた点の座標の追従を考えている。しかし、本来の制御目的である式 (7)、すなわち、ロボットの中心座標と姿勢の追従特性は達成されるであろうか。この節ではリアプノフの安定性解析により、式 (23), (24) の原型の制御則によって式 (7) が保証されるかどうかを調べる。

式 (7) に対応して、リアプノフ関数の候補として、

$$V = \frac{1}{2}x_e^2 + \frac{1}{2}y_e^2 + F(1 - \cos \theta_e) \quad (25)$$

を考える。ただし、 $F$  は正の定数である。この時間微分を求め、式 (6)、式 (8)、式 (9) を代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_e \dot{x}_e + y_e \dot{y}_e + F \sin \theta_e \dot{\theta}_e \\ &= x_e(v_r \cos \theta_e - v + y_e \dot{\theta}) \\ &\quad + y_e(v_r \sin \theta_e - x_e \dot{\theta}) \\ &\quad + F \sin \theta_e (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}) \\ &= x_e v_r \cos \theta_e - x_e v + y_e v_r \sin \theta_e \\ &\quad + F \sin \theta_e \dot{\theta}_r - F \sin \theta_e \dot{\theta} \end{aligned} \quad (26)$$

上式の  $v$  と  $\dot{\theta}$  に式 (23), (24) の原型の制御則を代入すると、 $\dot{V}$  は次のように変形される。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_e v_r \cos \theta_e - x_e \{v_r \cos \theta_e - d \dot{\theta}_r \sin \theta_e \\ &\quad + K x_e + dK(\cos \theta_e - 1)\} + y_e v_r \sin \theta_e \\ &\quad + F \sin \theta_e \dot{\theta}_r - F \sin \theta_e \left\{ \frac{v_r}{d} \sin \theta_e \right. \\ &\quad \left. + \dot{\theta}_r \cos \theta_e + \frac{K}{d} y_e + K \sin \theta_e \right\} \\ &= -K x_e^2 - F \frac{v_r}{d} \sin^2 \theta_e - FK \sin^2 \theta_e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ d \dot{\theta}_r x_e \sin \theta_e - dK x_e (\cos \theta_e - 1) \\ &+ y_e v_r \sin \theta_e + F \sin \theta_e \dot{\theta}_r \\ &- F \dot{\theta}_r \sin \theta_e \cos \theta_e - F \frac{K}{d} y_e \sin \theta_e \end{aligned} \quad (27)$$

この  $\dot{V}$  は負定ではないので、この解析からは式 (23), (24) の原型の制御則が式 (7) を保証しているとは言えない。

#### 5. 制御則の変更問題

原型の制御則では式 (7) を証明できないので、式 (23), (24) に対してつぎのような変更を加える。

$$\begin{aligned} v &= v_r \cos \theta_e - d \dot{\theta}_r \sin \theta_e + K x_e \\ &\quad + dK(\cos \theta_e - 1) \\ &\quad + X \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{v_r}{d} \sin \theta_e + \dot{\theta}_r \cos \theta_e + \frac{K}{d} y_e \\ &\quad + K \sin \theta_e \\ &\quad + Y \end{aligned} \quad (29)$$

ここで、 $X, Y$  は制御則に新たに追加する項（複数の項からなるものでもよい）であり、式 (26) の  $\dot{V}$  を負定あるいは半負定にするために導入したものである。本稿では式 (28), (29) の制御則を式 (26) に代入すると

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -K x_e^2 - F \frac{v_r}{d} \sin^2 \theta_e - FK \sin^2 \theta_e \\ &\quad + d \dot{\theta}_r x_e \sin \theta_e - dK x_e (\cos \theta_e - 1) \\ &\quad + y_e v_r \sin \theta_e + F \sin \theta_e \dot{\theta}_r \\ &\quad - F \dot{\theta}_r \sin \theta_e \cos \theta_e - F \frac{K}{d} y_e \sin \theta_e \\ &\quad - x_e X - F \sin \theta_e Y \end{aligned} \quad (30)$$

ここで、 $\dot{V}$  を負定あるいは半負定にするには、 $F, X, Y$  をどのように設定するべきかという問題を考える。そうして得ることができる  $X, Y$  を式 (30) に代入すると、制御目的を保証する制御則が導出される。

## 5.1 制御則の導出 (その1)

$\dot{V}$  を負にするような  $F, X, Y$  の設定について考えることにより, つぎの定理が導かれる.

**定理 1 :**

$$v = v_r \cos \theta_e + K x_e \quad (31)$$

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_r + \frac{v_r}{d} \sin \theta_e + K \sin \theta_e + y_e v_r \quad (32)$$

という制御則によって,

$$x_e = 0, \quad y_e = 0, \quad \theta_e = 0$$

は安定な平衡点となる.

(証明) まず, 式 (30) の  $\dot{V}$  をつぎのように変形する.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -K x_e^2 - F \frac{v_r}{d} \sin^2 \theta_e - F K \sin^2 \theta_e \\ & + x_e \{ d \dot{\theta}_r \sin \theta_e - d K (\cos \theta_e - 1) \} \\ & + \sin \theta_e \{ y_e v_r + F \dot{\theta}_r - F \dot{\theta}_r \cos \theta_e \\ & - F \frac{K}{d} y_e \} - x_e X - F \sin \theta_e Y \quad (33) \end{aligned}$$

ここで,

$$F = 1 \quad (34)$$

$$X = d \dot{\theta}_r \sin \theta_e - d K (\cos \theta_e - 1) \quad (35)$$

$$Y = y_e v_r + \dot{\theta}_r - \dot{\theta}_r \cos \theta_e - \frac{K}{d} y_e \quad (36)$$

と設定すると, 式 (33) の  $\dot{V}$  は

$$\dot{V} = -K x_e^2 - \frac{v_r}{d} \sin^2 \theta_e - K \sin^2 \theta_e \leq 0 \quad (37)$$

となり, 安定であることが証明される. また, 式 (35), (36) を式 (28), (29) の修正型の制御則に代入することによって, 式 (31), (32) の制御則が導かれる.  $\square$

式 (37) は半負定なので安定ではあるが漸近安定とは限らない. しかし,  $v_r, \dot{\theta}_r$  を一定として LaSalle の定理を適用すると, 漸近安定性まで証明できる.  $x_e = 0, \theta_e = 0$  のとき, 式 (32) から  $y_e v_r = 0$  となり,  $v_r > 0$  より  $y_e = 0$  である. よって,  $v_r, \dot{\theta}_r$  が一定の場合には, 式 (31) と式 (32) の制御則によって, 制御目的

$$x_e \rightarrow 0, \quad y_e \rightarrow 0, \quad \theta_e \rightarrow 0$$

が保証される.

## 5.2 制御則の導出 (その2)

式 (30) の  $\dot{V}$  はつぎのように変形することもできる.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -K x_e^2 - F \frac{v_r}{d} \sin^2 \theta_e - F K \sin^2 \theta_e \\ & + x_e \{ -d K (\cos \theta_e - 1) \} \\ & + \sin \theta_e \{ y_e v_r + F \dot{\theta}_r - F \dot{\theta}_r \cos \theta_e \\ & - F \frac{K}{d} y_e + d \dot{\theta}_r x_e \} \\ & - x_e X - F \sin \theta_e Y \quad (38) \end{aligned}$$

ここで,

$$F = 1 \quad (39)$$

$$X = -d K (\cos \theta_e - 1) \quad (40)$$

$$\begin{aligned} Y = & y_e v_r + \dot{\theta}_r - \dot{\theta}_r \cos \theta_e - \frac{K}{d} y_e \\ & + d \dot{\theta}_r x_e \quad (41) \end{aligned}$$

と設定することにより, つぎの定理が得られる.

**定理 2 :**

$$v = v_r \cos \theta_e - d \dot{\theta}_r \sin \theta_e + K x_e \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta} = & \dot{\theta}_r + \frac{v_r}{d} \sin \theta_e + K \sin \theta_e + y_e v_r \\ & + d \dot{\theta}_r x_e \quad (43) \end{aligned}$$

という制御則によって,

$$x_e = 0, \quad y_e = 0, \quad \theta_e = 0$$

は安定な平衡点となる.

(証明) 式 (39)~(41) を式 (38) に代入すると,

$$\dot{V} = -K x_e^2 - \frac{v_r}{d} \sin^2 \theta_e - K \sin^2 \theta_e \leq 0 \quad (44)$$

となる. また, 式 (40), (41) を式 (28), (29) の修正型の制御則に代入することによって, 式 (42), (43) が得られる.  $\square$

## 5.3 制御則の導出 (その3)

式 (28), (29) より式 (30) のようになる. この式 (30) の中で, 無条件で負になる項については考えなくてもよいので, 正になるポテンシャル

のある項の保証だけを考える。正になりうる項のみを式 (30) から取り出した式は以下のようになる。

$$\begin{aligned}\dot{V}_+ &= d\dot{\theta}_r x_e \sin \theta_e - dKx_e(\cos \theta_e - 1) \\ &\quad + y_e v_r \sin \theta_e + F \sin \theta_e \dot{\theta}_r \\ &\quad - F\dot{\theta}_r \sin \theta_e \cos \theta_e - F\frac{K}{d}y_e \sin \theta_e\end{aligned}\quad (45)$$

この式 (45) の右辺に  $-x_e X$  と  $-F \sin \theta_e Y$  を加えることによって負に保証することを考える。この方法を用いることにより、つぎの定理 3 が得られる。

**定理 3 :**

$$\begin{aligned}v &= v_r \cos \theta_e - d\dot{\theta}_r \sin \theta_e + Kx_e \quad (46) \\ \dot{\theta} &= \frac{v_r}{d} \sin \theta_e + \dot{\theta}_r + y_e v_r \\ &\quad + (d|\dot{\theta}_r||x_e| + (K/d)|y_e|) \cdot \frac{|\theta_e|}{\sin \theta_e}\end{aligned}\quad (47)$$

という制御則によって

$$x_e = 0, \quad y_e = 0, \quad \theta_e = 0$$

は安定な平衡点となる。

(証明) この制御則内でも  $F = 1$  とする。

まず、式 (45) 第二項目から考える。これは、 $X = -dK(\cos \theta_e - 1)$  とすることにより式 (30) 内で  $-x_e$  が加かることになり、第二項目をキャンセルすることができる。

次に、式 (45) 第三項目を考える。この項も  $Y = y_e v_r$  とすることによって式 (30) 内で  $-F \sin \theta_e$  が加かることになり、第三項目をキャンセルすることができる。

式 (45) 第四項目と第五項目を考える。これは  $Y = \dot{\theta}_r(1 - \cos \theta_e)$  とすることによって、式 (30) 内で  $-F \sin \theta_e$  が加かることになり、第四、五項目をキャンセルすることができる。

その他残りの項である、式 (45) の第一項目と第六項目を考える。この二項は、

$$Y = (d|\dot{\theta}_r||x_e| + (K/d)|y_e|) \cdot \frac{|\theta_e|}{\sin \theta_e} \quad (48)$$

により、マイナスに被覆することができる。これに式 (30) 内で  $-F \sin \theta_e$  が加かると、

$$\begin{aligned}-F \sin \theta_e Y \\ = -F(d|x_e||\dot{\theta}_r| + |y_e|(K/d)) \cdot |\theta_e|\end{aligned}\quad (49)$$

となる。

$$Fd|x_e||\dot{\theta}_r| \cdot |\theta_e| \geq d\dot{\theta}_r x_e \sin \theta_e \quad (50)$$

$$F|y_e|(K/d) \cdot |\theta_e| \geq F(K/d)y_e \sin \theta_e \quad (51)$$

が成り立つことから、式 (49) を (45) に加えると、式 (45) の第一項目、第六項目がそれぞれマイナスに覆われる形となる。

以上により、

$$\begin{aligned}F &= 1 \\ X &= -dK(\cos \theta_e - 1) \\ Y &= \dot{\theta}_r(1 - \cos \theta_e) + y_e v_r \\ &\quad + (d|\dot{\theta}_r||x_e| + (K/d)|y_e|) \cdot \frac{|\theta_e|}{\sin \theta_e}\end{aligned}$$

によって、

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -Kx_e^2 - \frac{v_r}{d} \sin^2 \theta_e - K \sin^2 \theta_e \\ &\quad + d\dot{\theta}_r x_e \sin \theta_e - \frac{K}{d} y_e \sin \theta_e \\ &\quad - (d|\dot{\theta}_r||x_e| + \frac{K}{d}|y_e|)|\theta_e| \leq 0\end{aligned}\quad (52)$$

となり、安定であることが証明される。□

## 6. シミュレーション

定理 1,2,3 のそれぞれの制御則を用いてシミュレーションを行った (それぞれを制御則 1,2,3 とする)。また、シミュレーションは「円周上を走るターゲットへの追従」と「直線上を走るターゲットへの追従」での二通りを行っている (以下それぞれシミュレーション 1,2 とする)。シミュレーション 1 ではシミュレーションタイムを 60sec、シミュレーション 2 ではシミュレーションタイムを 180sec としている。また今回の

シミュレーションでは数値計算上、制御則3の式(47)第四項目の分母に微小な値 $\epsilon$ を加算している。各シミュレーション内では、 $d = 0.1$ とし、任意に設定できるゲイン $K$ を $K = 1$ と $K = 0.5$ の二通りの場合に設定して行っている。なお、ターゲットのスピード $v_r$ は固定している。シミュレーションの結果は図のとおりである(Fig.2~13)。

シミュレーション1のFig.2~4ではゲイン1を用いて、円周上を走るターゲットへ追従している。すべての制御則がターゲット軌道への収束を達成している。制御則3を用いた場合では、一周分ほど速くターゲットに追従している。しかしこのゲインのとき、制御則3を用いた場合には、初期位置が後方のターゲットに対する収束は遅くなることが確認された。シミュレーション1でゲインを0.5にしたところ、初期位置が前方、後方のどちらにあったターゲットに対してもすべての制御則が良いスピードで収束を達成し、このときの収束スピードはほぼ同じであった(Fig.5~7)。ゲインが1のときと比べると、制御則1,2を用いた場合に関しては後方ターゲットに対する収束時間はゲインが1のときとほぼ同じであったが、制御則3を用いた場合はゲイン1のときよりも速くなった(制御則1,2と同じ速さになった)。

シミュレーション2のFig.8~10ではゲイン1を用いて、直線上を走るターゲットへ追従している。すべての制御則でターゲット軌道に近づいている。制御則3による追従性が確認できる。シミュレーション2でゲインを0.5にしたところ、すべての制御則の場合でターゲット軌道に近づいている(Fig.8~10)。ここでも、制御則3による追従性があることが確認できる。

これらのシミュレーションの結果から、すべての制御則がゲイン次第でよい追従をみせることが分かる。総合すると、追従性では制御則3が最も優れている可能性がある。

## 7. おわりに

Kanayamaの方法の誤差を用いて、新たな制御則を構成することができた。目標に対し速く収束し、良い軌道をもつ制御則を構成し安定性を証明することができた。制御則3は制御則1,2より速い追従ができ、まっすぐの走りに対する追従性も最も良い。

今後の課題として、直線上を走る目標への追従性能の向上がある。また、非ホロノミックシステムの制御の理論的課題として、固定点への漸近安定化問題に対して本稿の考え方をを用いた制御則を提案することが考えられる。

## 参考文献

- 1) Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi: A stable tracking control method for an autonomous mobile robot, Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 384/389, 1990
- 2) A. S. Matveev, H. Teimoori and A. V. Savkin: Range-only measurements based target following for wheeled mobile robots, Automatica 47, 177/184, 2011
- 3) Z. Jiang, E. Lefeber, and H. Nijmeijer: Saturated stabilization and tracking of a nonholonomic mobile robot, Systems & Control Letters 42, 327/332, 2001
- 4) 井村 順一, 「システム制御工学シリーズ12 システム制御のための安定論」, コロナ社, 2000
- 5) 美多 勉, 「非線形制御入門—劣駆動ロボットの技能制御論—」, 昭晃堂, 2000
- 6) 中村仁彦, 「非ホロノミックロボットシステム第1~5回」, 日本ロボット学会誌11巻4号, 1993
- 7) 島 公脩, 「非線形システム制御論」, コロナ社, 1997

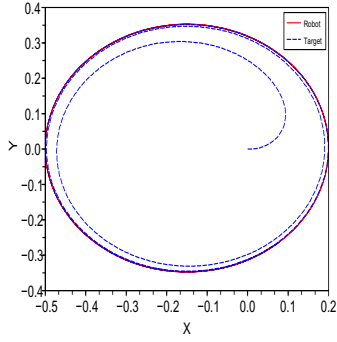


Fig. 2 A result of using control law1 at circle track with gain  $K = 1$

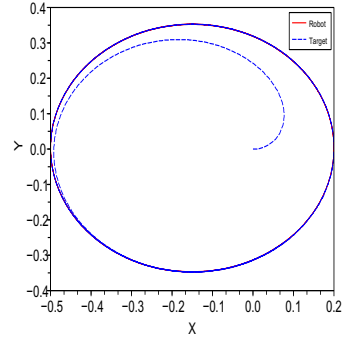


Fig. 5 A result of using control law1 at circle track with gain  $K = 0.5$

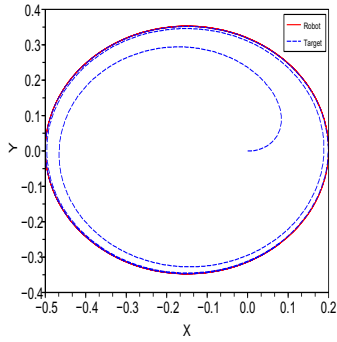


Fig. 3 A result of using control law2 at circle track with gain  $K = 1$

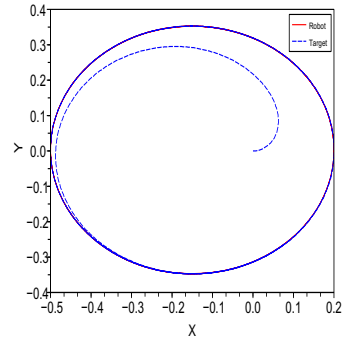


Fig. 6 A result of using control law2 at circle track with gain  $K = 0.5$

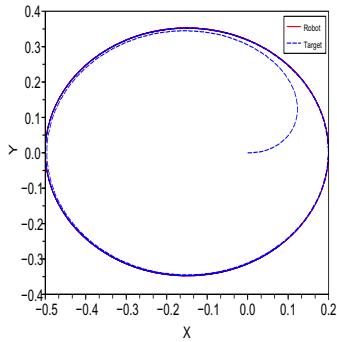


Fig. 4 A result of using control law3 at circle track with gain  $K = 1$

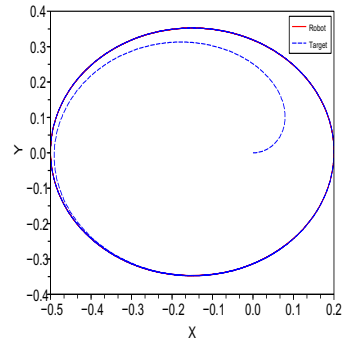


Fig. 7 A result of using control law3 at circle track with gain  $K = 0.5$



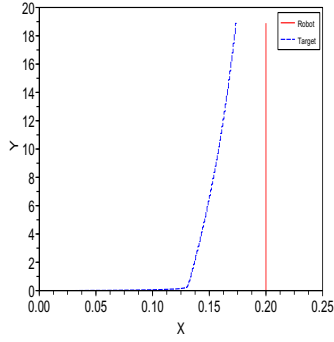


Fig. 8 A result of using control law1 at straight track with gain  $K = 1$

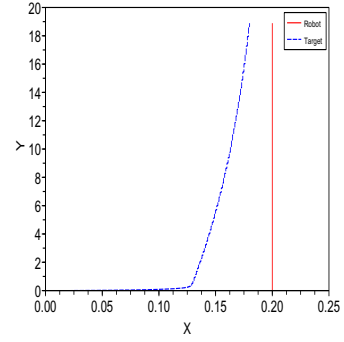


Fig. 11 A result of using control law1 at straight track with gain  $K = 0.5$

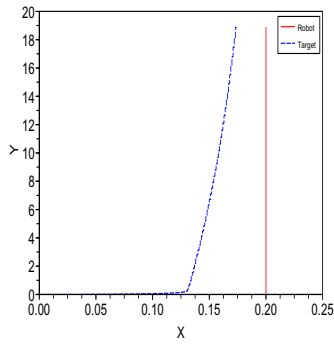


Fig. 9 A result of using control law2 at straight track with gain  $K = 1$

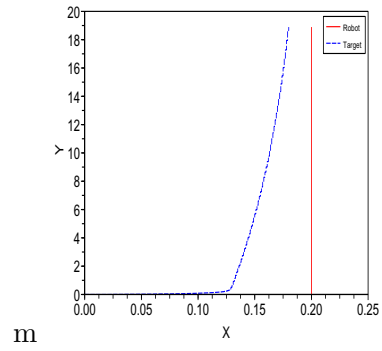


Fig. 12 A result of using control law2 at straight track with gain  $K = 0.5$

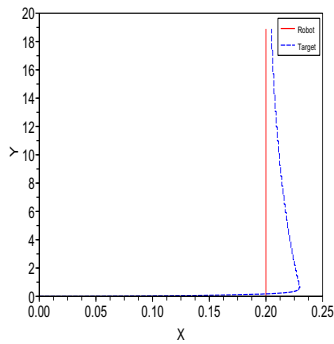


Fig. 10 A result of using control law3 at straight track with gain  $K = 1$

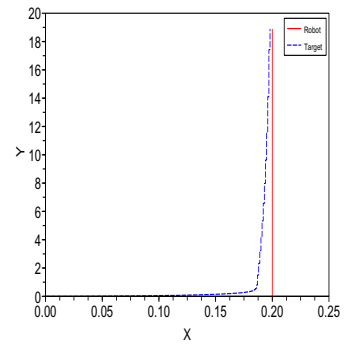


Fig. 13 A result of using control law3 at straight track with gain  $K = 0.5$